

ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΑ
ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΘΟΥΝ 2 ΑΠΟ ΤΑ 3 ΘΕΜΑΤΑ
ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

5 Οκτωβρίου 2012

ΘΕΜΑ 1

Με την μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$(1) \quad Y_i = \beta_0 + \beta_1 S_i + \beta_2 E_i + u_i$$

όπου Y είναι το ωρομίσθιο (σε €), S είναι η εκπαίδευση (σε έτη) και E είναι η προϋπηρεσία (σε έτη). Με βάση ένα δείγμα 43 εργαζομένων βρέθηκε ότι:

$$X'X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,25 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 \end{pmatrix}, \quad X'Y = \begin{pmatrix} 8 \\ 0,5 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad SST = 100, \quad R^2 = 0,6.$$

α) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί η εκτιμώμενη γραμμή παλινδρόμησης. Να ερμηνευτούν οι εκτιμώμενοι συντελεστές της παλινδρόμησης.

β) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί ο εκτιμώμενος πίνακας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των εκτιμητών των συντελεστών.

γ) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί το 95% διάστημα πρόβλεψης για το μέσο ωρομίσθιο ενός εργαζόμενου με 8 έτη εκπαίδευσης και 4 έτη προϋπηρεσίας.

δ) (βαθμοί: 1) Έστω τώρα ότι εκτιμήθηκε με την μέθοδο OLS η ακόλουθη παλινδρόμηση:

$$(2) \quad \hat{Y}_i = 21,5(S_i + E_i), \quad SSE = 60.$$

(0,1)

όπου ο αριθμός σε () είναι τυπικό σφάλμα.

Ποιά υπόθεση μπορεί να ελεγχθεί με βάση τις παλινδρομήσεις (1) και (2); Να γίνει ο σχετικός στατιστικός έλεγχος. ($\alpha=0,05$).

ε) (βαθμοί: 1) Έστω ότι στο υπόδειγμα (1) ισχύει ότι $V(u_i) = \kappa^2(1 + S_i^2)$ για $i = 1, \dots, 43$. Να αναπτύξετε κατάλληλη διαδικασία για την αμερόληπτη, συνεπή και αποτελεσματική εκτίμηση των συντελεστών του υποδείγματος (1).

ΘΕΜΑ 2

Με την μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t1} + \beta_2 X_{t2} + u_t.$$

Με βάση ένα δείγμα ετήσιων δεδομένων για την περίοδο 2000-2011 βρέθηκαν τα αποτελέσματα:

$$(1) \quad \hat{Y}_t = 2,4 + 0,8 X_{t1} - 1,2 X_{t2}, \quad n = 12, \quad SSE = 54, \quad DW = 2,3$$

(0,2) (0,1) (0,6)

όπου οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα.

α) (βαθμοί: 1) Να ελεγχθεί στατιστικά αν η επίδραση της X_2 στην Y είναι αρνητική. ($\alpha=0,05$).

β) (βαθμοί: 1) Να ελεγχθεί στατιστικά η υπόθεση ότι δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση πρώτης τάξης στον διαταρακτικό όρο. Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των εκτιμητών των συντελεστών του υποδείγματος (1); Ποιές είναι οι συνέπειες στον έλεγχο του ερωτήματος α); ($\alpha=0,05$).

γ) (βαθμοί: 1,5) Έστω τώρα ότι εκτιμήθηκε με την μέθοδο OLS η ακόλουθη παλινδρόμηση:

$$(2) \quad \hat{Y}_t = 2,5 + 0,2 D_t + 0,7 X_{t1} - 0,1 D_t X_{t1} - 1,7 X_{t2} + 0,5 D_t X_{t2}, \quad SSE = 36$$

(0,5) (0,5) (0,2) (0,4) (0,7) (0,6)

όπου $D_t = 1$, αν η t παρατήρηση είναι από τα έτη 2000-2007 και $D_t = 0$, αλλού. Ποιά υπόθεση μπορεί να ελεγχθεί με βάση τις παλινδρομήσεις (1) και (2); Να γίνει ο σχετικός στατιστικός έλεγχος. ($\alpha=0,05$).

δ) (βαθμοί: 0,5) Έστω ότι στο υπόδειγμα (2) συμπεριλαμβανόνταν και η μεταβλήτη G , όπου $G_t = 1$, αν η t παρατήρηση είναι από τα έτη 2008-2011 και $G_t = 0$, αλλού. Θα μπορούσε να υπάρχει πρόβλημα στην εκτίμηση της (2); Αιτιολογήστε.

ε) (βαθμοί: 1) Έστω ότι στο υπόδειγμα (1) ισχύει ότι $X_{t2} = 0,9W_t + 0,5u_t$, όπου W μια τυχαία μεταβλητή που είναι ανεξάρτητη της Y . Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των εκτιμητών των συντελεστών του υποδείγματος (1); Αιτιολογήστε. Να αναπτύξετε κατάλληλη διαδικασία για την συνεπή εκτίμηση του υποδείγματος (1).

ΘΕΜΑ 3

Έστω το σύστημα

$$(1) \quad Y_t = \alpha_1 + \alpha_2 Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$(2) \quad X_t = \beta_1 + \beta_2 Y_t + \beta_3 X_{t-1} + u_t$$

όπου ε_t και u_t είναι οι διαταρακτικοί όροι που συσχετίζονται ταυτόχρονα μεταξύ τους και δεν έχουν αυτοσυσχέτιση.

α) (βαθμοί: 1) Να βρεθούν οι εξισώσεις ανηγμένης μορφής.

β) (βαθμοί: 1,5) Προτείνετε κατάλληλη μέθοδο εκτίμησης για να λάβετε συνεπείς εκτιμήσεις των συντελεστών των εξισώσεων (1) και (2).

γ) (βαθμοί: 1,5) Έστω τώρα ότι οι διαταρακτικοί όροι ε_t και u_t δεν συσχετίζονταν μεταξύ τους.

Προτείνετε κατάλληλη μέθοδο εκτίμησης για να λάβετε συνεπείς εκτιμήσεις των συντελεστών των εξισώσεων (1) και (2).

δ) (βαθμοί: 1) Με βάση ένα δείγμα 50 παρατηρήσεων εκτιμήθηκε η εξίσωση (2)

$$\hat{X}_t = 4,1 + 1,2Y_{t-1} + 0,5X_{t-1}.$$

Να υπολογιστούν ο βραχυχρόνιος, ο πρώτος ενδιάμεσος και ο μακροχρόνιος πολλαπλασιαστής της X ως προς την Y .

Δίνεται ότι: $Z_{0,05}=1,645$, $Z_{0,025}=1,96$, $t_{8,0,05}=1,86$, $t_{8,0,025}=2,306$, $t_{9,0,05}=1,833$, $t_{9,0,025}=2,262$, $t_{10,0,05}=1,812$, $t_{10,0,025}=2,228$, $F_{2,6,0,05}=5,143$, $F_{2,7,0,05}=4,737$, $F_{2,8,0,05}=4,459$, $F_{2,9,0,05}=4,256$, $F_{3,6,0,05}=4,757$, $F_{3,7,0,05}=4,347$, $F_{3,8,0,05}=4,066$, $F_{3,9,0,05}=3,862$, $F_{1,40,0,05}=4,085$, $F_{1,41,0,05}=4,079$, $F_{1,42,0,05}=4,073$, $F_{2,40,0,05}=3,232$, $F_{2,41,0,05}=3,226$, $F_{2,42,0,05}=3,219$, $\chi^2_{1,0,05}=3,841$, $\chi^2_{2,0,05}=5,991$, $\chi^2_{3,0,05}=7,815$, $\chi^2_{4,0,05}=9,488$, $\chi^2_{5,0,05}=11,07$, $d_{L,0,05}=0,81$, $d_{U,0,05}=1,58$.