

ΘΕΜΑ 1

Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$(1) \quad Y_i = \beta_0 + \beta_1 E_i + \beta_2 S_i + u_i$$

όπου Y είναι το ωρομίσθιο (σε €), E είναι η προϋπηρεσία (σε έτη) και S είναι η εκπαίδευση (σε έτη). Με βάση ένα δείγμα 23 ατόμων βρέθηκε ότι

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad X'Y = \begin{pmatrix} 5 \\ 0,4 \\ 0,2 \end{pmatrix}, \quad SSR = 0,6, \quad R^2 = 0,6$$

α) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί η εκτιμώμενη γραμμή παλινδρόμησης. Η πρόβλεψη για το ωρομίσθιο είναι υψηλότερη για ένα άτομο με 6 έτη προϋπηρεσίας και 12 έτη εκπαίδευσης ή για ένα άτομο με καθόλου προϋπηρεσία και με 20 έτη εκπαίδευσης;

β) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί ο εκτιμώμενος πίνακας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των εκτιμητών των συντελεστών.

γ) (βαθμοί: 2) Έστω τώρα ότι εκτιμήθηκαν με τη μέθοδο OLS οι ακόλουθες παλινδρομήσεις

$$(2) \quad \hat{Y}_i = 5,8 + 0,58 E_i + 0,52 S_i - 0,75 E_i S_i, \quad SSR = 0,62$$

(0,25) (0,22) (0,29) (0,75)

$$(3) \quad \hat{Y}_i = 5,9 + 0,54(E_i + S_i), \quad SSR = 0,56$$

(0,11) (0,15)

όπου οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα. Με τη χρήση κατάλληλων στατιστικών ελέγχων να επιλέξετε ένα από τα υποδείγματα (1), (2), (3) ($\alpha=0,05$). Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των OLS εκτιμητών των συντελεστών του υποδείματος (1); Αιτιολογείστε.

δ) (βαθμοί: 1) Έστω τώρα ότι εκτιμήθηκε με τη μέθοδο OLS η ακόλουθη παλινδρόμηση

$$(4) \quad \hat{Y}_i = 8,2 - 4,6 F_i + 0,53 E_i + 0,62 S_i$$

(0,08) (0,4) (0,11) (0,09)

όπου $F_i = 1$ αν το i άτομο είναι γυναίκα και $F_i = 0$ αλλιώς, και οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα. Να ελεγχθεί στατιστικά αν το μέσο ωρομίσθιο των ανδρών είναι τουλάχιστον κατά 3 ευρώ υψηλότερο αυτού των γυναικών με τα ίδια έτη προϋπηρεσίας και εκπαίδευσης. ($\alpha=0,05$).

ΘΕΜΑ 2

Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$i_t = \beta_0 + \beta_1 \pi_t + u_t$$

όπου i είναι το επιτόκιο (σε %) και π είναι ο πληθωρισμός (σε %). Με βάση ένα δείγμα 22 παρατηρήσεων βρέθηκε ότι

$$(1) \quad \hat{i}_t = 2,1 + 1,4 \pi_t, \quad SST = 5, \quad R^2 = 0,2$$

(0,2) (0,1)

$$(2) \quad \hat{u}_t^2 = 0,65 + 0,12 \pi_t^4, \quad R^2 = 0,05$$

$$(3) \quad \hat{u}_t^2 = 0,17 + 0,02\pi_t^2 + 0,09\pi_t^6, \quad R^2 = 0,2$$

$$(4) \quad \hat{u}_t = 0,01 + 0,03\pi_t - 0,25\hat{u}_{t-1}, \quad R^2 = 0,5$$

όπου οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα.

α) (βαθμοί: 1) Να ελεγχθεί στατιστικά αν η επίδραση του πληθωρισμού στο επιτόκιο είναι μεγαλύτερη της μονάδας. ($\alpha=0,05$).

β) (βαθμοί: 2) Ποιές υποθέσεις μπορούν να ελεγχθούν με βάση τα υποδείγματα (2), (3) και (4); Να γίνουν οι σχετικοί στατιστικοί έλεγχοι. ($\alpha=0,05$). Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των εκτιμητών των συντελεστών του υποδείγματος (1); Ποιές είναι οι συνέπειες στον στατιστικό έλεγχο του ερωτήματος α); Αιτιολογείστε.

γ) (βαθμοί: 2) Έστω τώρα ότι εκτιμήθηκε με τη μέθοδο OLS η ακόλουθη παλινδρόμηση

$$(5) \quad \hat{i}_t = 1,5 + 0,9\pi_t + 0,8\pi_{t-1} + 0,7g_{t-1}, \quad SSE = 2, \quad DW = 2,1$$

όπου g είναι ο ρυθμός ανάπτυξης του ΑΕΠ (σε %). Με τη χρήση κατάλληλων στατιστικών ελέγχων, τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των OLS εκτιμητών των συντελεστών του υποδείγματος (1); ($\alpha=0,05$). Ποιά είναι η αιτία του προβλήματος που προκύπτει στο ερώτημα β); Αιτιολογείστε.

ΘΕΜΑ 3

Έστω το σύστημα εξισώσεων

$$(1) \quad Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_t + \alpha_2 Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$(2) \quad X_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 Q_{t-1} + u_t$$

όπου X και Y είναι ενδογενής μεταβλητές, Q είναι εξωγενής μεταβλητή, και ε και u είναι οι διαταρακτικοί όροι που συσχετίζονται ταυτόχρονα μεταξύ τους.

α) (βαθμοί: 1) Να βρεθούν οι εξισώσεις ανηγμένης μορφής.

β) (βαθμοί: 2) Προτείνετε κατάλληλη μέθοδο εκτίμησης για να λάβετε

(i) συνεπείς εκτιμήσεις των (1) και (2),

(ii) συνεπείς και (ασυμπτωτικά) αποτελεσματικές εκτιμήσεις των (1) και (2).

Αιτιολογείστε.

γ) (βαθμοί: 2) Με βάση ένα δείγμα 50 παρατηρήσεων εκτιμήθηκε με τη μέθοδο OLS η εξίσωση (2)

$$\hat{X}_t = 2,1 + 0,6 X_{t-1} + 0,5 Q_{t-1}$$

(0,2) (0,1) (0,2)

όπου οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα. Να εκτιμηθούν ο βραχυχρόνιος, ο πρώτος και ο δεύτερος ενδιάμεσος πολλαπλασιαστής της X ως προς την Q . Δίνεται τώρα ότι $DW = 3,2$. Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των εκτιμητών των πολλαπλασιαστών της X ως προς την Q ; ($\alpha=0,05$). Αιτιολογείστε.

Δίνεται ότι: $Z_{0,05}=1,645$, $Z_{0,025}=1,96$, $t_{18,0,05}=1,734$, $t_{18,0,025}=2,101$, $t_{19,0,05}=1,729$, $t_{19,0,025}=2,093$, $t_{20,0,05}=1,725$, $t_{20,0,025}=2,086$, $t_{21,0,05}=1,721$, $t_{21,0,025}=2,08$, $t_{22,0,05}=1,717$, $t_{22,0,025}=2,074$, $F_{1,18,0,05}=4,414$, $F_{1,19,0,05}=4,381$, $F_{1,20,0,05}=4,351$, $F_{1,21,0,05}=4,325$, $F_{1,22,0,05}=4,301$, $F_{2,18,0,05}=3,555$, $F_{2,19,0,05}=3,522$, $F_{2,20,0,05}=3,493$, $F_{2,21,0,05}=3,467$, $F_{2,22,0,05}=3,443$, $\chi^2_{1,0,05}=3,841$, $\chi^2_{2,0,05}=5,991$, $\chi^2_{3,0,05}=7,815$, $\chi^2_{4,0,05}=9,488$, $\chi^2_{5,0,05}=11,07$, $d_{L,0,05}=1,053$, $d_{U,0,05}=1,664$.