

ΘΕΜΑ 1

Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$(1) \quad Y_t = \beta_0 + \beta_1 Q_t + \beta_2 R_t + u_t$$

όπου Y είναι τα κέρδη (σε χιλιάδες ευρώ €), Q είναι η παραγωγή (σε τεμάχια) και R είναι το επιτόκιο (σε %). Με βάση ένα δείγμα 23 μηνών βρέθηκε ότι

$$X'X = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}, \quad X'Y = \begin{pmatrix} -10 \\ 1 \\ -8 \end{pmatrix}, \quad SST = 125, \quad R^2 = 0,2$$

α) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί η εκτιμώμενη γραμμή παλινδρόμησης. Να ερμηνευθούν οι εκτιμώμενοι συντελεστές της παλινδρόμησης.

β) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί ο εκτιμώμενος πίνακας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των εκτιμητών των συντελεστών.

γ) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί το 95% διάστημα πρόβλεψης για τα μέσα κέρδη όταν η παραγωγή είναι 4 τεμάχια και το επιτόκιο είναι 1%.

δ) (βαθμοί: 2) Έστω τώρα ότι εκτιμήθηκε με τη μέθοδο OLS η ακόλουθη παλινδρόμηση

$$(2) \quad \hat{Y}_t = -2,22 + 0,19 S_t + 0,32 Q_t + 0,45 Q_t \cdot S_t - 1,05 R_t, \quad SSR = 65$$

(0,44) (0,09) (0,16) (0,25) (0,52)

όπου $S_t = 1$ αν ο μήνας t είναι καλοκαίρι και $S_t = 0$ αλλού, και οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα. **i)** Με τη χρήση κατάλληλου στατιστικού ελέγχου να επιλέξετε ένα από τα υποδείγματα (1) και (2) ($\alpha=0,05$). Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των OLS εκτιμητών των συντελεστών του υποδείγματος (1); Ποιές είναι οι συνέπειες στο διάστημα πρόβλεψης του ερωτήματος γ); **ii)** Έστω ότι στο υπόδειγμα (2) συμπεριλαμβάνονταν επιπλέον ως ερμηνευτικές οι μεταβλητές W_t και $Q_t \cdot W_t$, όπου $W_t = 1$ αν ο μήνας t είναι χειμώνας και $W_t = 0$ αλλού. Θα μπορούσε να υπάρχει πρόβλημα στην εκτίμηση της (2); Αιτιολογείστε.

ΘΕΜΑ 2

Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 K_t + \beta_2 L_t + u_t$$

όπου Y είναι η παραγωγή, K είναι το κεφάλαιο και L είναι η εργασία. Με βάση ένα δείγμα 24 μηνών βρέθηκε ότι

$$(1) \quad \hat{Y}_t = 20,5 + 1,24 K_t + 5,25 L_t, \quad SST = 100, \quad SSR = 25$$

(1,25) (0,12) (0,55)

$$(2) \quad \hat{u}_t^2 = 3,52 + 0,04 K_t - 0,01 K_t^2 - 0,02 L_t + 0,03 L_t^2 - 0,01 K_t L_t, \quad R^2 = 0,05$$

$$(3) \quad \hat{u}_t = 0,01 - 0,02 K_t + 0,01 L_t + 0,45 \hat{u}_{t-1} - 0,12 \hat{u}_{t-2} + 0,05 \hat{u}_{t-3}, \quad R^2 = 0,5$$

όπου οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα.

α) (βαθμοί: 1,5) Να βρεθεί και να ερμηνευθεί ο συντελεστής προσδιορισμού του υποδείγματος (1). Να ελεγχθεί στατιστικά η σημαντικότητα του υποδείγματος (1). ($\alpha=0,05$).

β) (βαθμοί: 2) Ποιές υποθέσεις μπορούν να ελεγχθούν με βάση τα υποδείγματα (2) και (3); Να γίνουν οι σχετικοί στατιστικοί έλεγχοι. ($\alpha=0,05$). Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των εκτιμητών των συντελεστών του υποδείγματος (1); Ποιές είναι οι συνέπειες στον στατιστικό έλεγχο του ερωτήματος α);

γ) (βαθμοί: 1,5) Με βάση το ίδιο δείγμα βρέθηκε ότι

$$(4) \quad \ln \hat{Y}_t = -2,22 + 0,19 \ln K_t + 0,32 \ln L_t, \quad SSR = 65, DW = 2,2$$

(0,44) (0,09) (0,16)

Με χρήση κατάλληλου στατιστικού ελέγχου, τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των OLS εκτιμητών των συντελεστών και τον εκτιμώμενο πίνακα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων τους στο υπόδειγμα (4); ($\alpha=0,05$). Ποιά είναι η αιτία του προβλήματος που προκύπτει στο ερώτημα β) και τι συμπεραίνετε τότε για τις ιδιότητες των OLS εκτιμητών των συντελεστών του υποδείγματος (1); Αιτιολογήστε.

ΘΕΜΑ 3

Έστω ότι η κατανάλωση C προσδιορίζεται από την προσδοκώμενη τιμή Y^* του εισοδήματος Y από το υπόδειγμα

$$C_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t^* + u_t$$

Σύμφωνα με την υπόθεση των αναπροσαρμοζόμενων προσδοκιών ισχύει ότι

$$Y_t^* - Y_{t-1}^* = \gamma(Y_t - Y_{t-1}^*), \quad 0 < \gamma < 1$$

Εκτιμήθηκε το ακόλουθο υπόδειγμα με τη μέθοδο OLS από δείγμα 100 μηνών

$$(1) \quad C_t = 4,32 + 0,38 Y_t + 0,81 C_{t-1}, \quad R^2 = 0,4$$

(0,04) (0,02) (0,06)

όπου οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα.

α) (βαθμοί: 3,5) **i)** Να υπολογιστεί η εκτίμηση του βαθμού αναπροσαρμογής γ και να ελεγχθεί αν ο βαθμός αναπροσαρμογής είναι μεγαλύτερος του 0,1. ($\alpha=0,05$). **ii)** Να υπολογιστούν ο βραχυχρόνιος και ο μακροχρόνιος πολλαπλασιαστής της κατανάλωσης ως προς το εισόδημα. **iii)** Δίνεται τώρα ότι $DW = 2,2$. Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των εκτιμητών των πολλαπλασιαστών της κατανάλωσης ως προς το εισόδημα; ($\alpha=0,05$). Αιτιολογήστε.

β) (βαθμοί: 1,5) Δίνεται ότι

$$(2) \quad Y_t = C_t + I_t$$

όπου I είναι η επένδυση που είναι ανεξάρτητη του σφάλματος u . Τι συμπεράσματα προκύπτουν για τις ιδιότητες των εκτιμητών των συντελεστών στην (1); Να επιλεγεί μέθοδος για τη συνεπή και (ασυμπτωτικά) αποτελεσματική εκτίμηση των συντελεστών στις (1), (2).

Δίνεται ότι: $Z_{0,05}=1,645$, $Z_{0,025}=1,96$, $t_{19,0,05}=1,729$, $t_{19,0,025}=2,093$, $t_{20,0,05}=1,725$, $t_{20,0,025}=2,086$, $t_{21,0,05}=1,721$, $t_{21,0,025}=2,08$, $t_{22,0,05}=1,717$, $t_{22,0,025}=2,074$, $F_{1,18,0,05}=4,414$, $F_{1,19,0,05}=4,381$, $F_{1,20,0,05}=4,351$, $F_{1,21,0,05}=4,325$, $F_{1,22,0,05}=4,301$, $F_{2,18,0,05}=3,555$, $F_{2,19,0,05}=3,522$, $F_{2,20,0,05}=3,493$, $F_{2,21,0,05}=3,467$, $F_{2,22,0,05}=3,443$, $F_{1,38,0,05}=4,098$, $F_{1,39,0,05}=4,091$, $F_{1,40,0,05}=4,085$, $F_{1,41,0,05}=4,079$, $F_{2,38,0,05}=3,245$, $F_{2,39,0,05}=3,238$, $F_{2,40,0,05}=3,232$, $F_{2,41,0,05}=3,226$, $\chi^2_{1,0,05}=3,841$, $\chi^2_{2,0,05}=5,991$, $\chi^2_{3,0,05}=7,815$, $\chi^2_{4,0,05}=9,488$, $\chi^2_{5,0,05}=11,07$, $\chi^2_{6,0,05}=12,592$, $d_{L,0,05}=1,188$, $d_{U,0,05}=1,546$.

Συμβολισμός: SST=Συνολικό άθροισμα τετραγώνων, SSR=Άθροισμα τετραγώνων παλινδρόμησης, SSE=Άθροισμα τετραγώνων καταλοίπων.