

ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΑ

23 Σεπτεμβρίου 2025

ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΘΟΥΝ 2 ΑΠΟ ΤΑ 3 ΘΕΜΑΤΑ

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

ΘΕΜΑ 1

Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$(1) \quad P_t = \beta_0 + \beta_1 R_t + \beta_2 I_t + u_t$$

όπου P είναι η τιμή της μετοχής (σε €), R είναι τα καθαρά κέρδη (σε εκατομμύρια €) και I είναι το επιτόκιο δανεισμού (σε %). Με βάση ένα δείγμα 24 μηνών βρέθηκε ότι

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad X'Y = \begin{pmatrix} 4 \\ 0,1 \\ -0,2 \end{pmatrix}, \quad SST = 8, \quad SSR = 5,9$$

α) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί η εκτιμώμενη γραμμή παλινδρόμησης. Να βρεθεί και να ερμηνευθεί ο συντελεστής προσδιορισμού.

β) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί ο εκτιμώμενος πίνακας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των εκτιμητών των συντελεστών.

γ) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί το 95% διάστημα πρόβλεψης για την τιμή της μετοχής όταν τα καθαρά κέρδη είναι 500 χιλιάδες € και το επιτόκιο δανεισμού είναι 2%.

δ) (βαθμοί: 1) Να ελεγχθεί στατιστικά αν η μέση τιμή της μετοχής είναι μικρότερη ($<$) των 3€ όταν τα καθαρά κέρδη είναι μηδενικά και το επιτόκιο δανεισμού είναι 5%. ($\alpha=0,05$).

ε) (βαθμοί: 1) Έστω τώρα ότι ο ερευνητής θέλει να εξετάσει αν οι συντελεστές της παλινδρόμησης δεν διαφοροποιούνται όταν υπάρχει κρίση σε σχέση με όταν δεν υπάρχει κρίση. Με τη βοήθεια ψευδομεταβλητών, να περιγράψετε τη διαδικασία ελέγχου της εν λόγω υπόθεσης. ($\alpha=0,05$).

ΘΕΜΑ 2

Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$(1) \quad C_t = \beta_0 + \beta_1 P_t + \beta_2 T_t + \beta_3 M_t + u_t$$

όπου C είναι η κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας (σε κιλοβατώρες), P είναι η παραγωγή (σε τεμάχια), T είναι η θερμοκρασία (σε °C) και M είναι η διάρκεια λειτουργίας των μηχανημάτων (σε ώρες). Με βάση ένα δείγμα 24 μηνών βρέθηκε ότι

$$(1) \quad \hat{C}_t = \underset{(10,5)}{525,4} + \underset{(0,2)}{1,2} P_t + \underset{(0,6)}{3,6} T_t + \underset{(0,4)}{2,8} M_t, \quad SST = 100, \quad R^2 = 0,6$$

$$(2) \quad \hat{u}_t^2 = 0,14 + 0,42 P_t + 0,12 M_t, \quad R^2 = 0,1$$

$$(3) \quad \hat{u}_t = 0,01 + 0,05 P_t - 0,05 T_t - 0,03 M_t + 0,54 \hat{u}_{t-1} - 0,01 \hat{u}_{t-2} + 0,09 \hat{u}_{t-3}, \quad R^2 = 0,5$$

όπου οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα.

α) (βαθμοί: 1) Να ερμηνευθούν οι εκτιμώμενοι συντελεστές κλίσης. Να υπολογισθεί ο διορθωμένος συντελεστής προσδιορισμού.

β) (βαθμοί: 1) Να ελεγχθεί στατιστικά η σημαντικότητα του υποδείγματος (1). ($\alpha=0,05$).

γ) (βαθμοί: 2) Ποιες υποθέσεις μπορούν να ελεγχθούν με βάση τα υποδείγματα (2) και (3); Να γίνουν οι σχετικοί στατιστικοί έλεγχοι. ($\alpha=0,05$). Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των εκτιμητών των συντελεστών και του εκτιμώμενου πίνακα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων τους στο υπόδειγμα (1); Αιτιολογείστε.

δ) (βαθμοί: 1) Έστω ότι ισχύει $u_t = 0,6u_{t-1} + \eta_t$ όπου η είναι μια μεταβλητή με $Cov(\eta_t, \eta_s) = 0$ για κάθε $t \neq s$. Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των εκτιμητών των συντελεστών του υποδείγματος (1); Να αναπτύξετε κατάλληλη διαδικασία για την αμερόληπτη, συνεπή και άριστη εκτίμηση των συντελεστών του υποδείγματος (1). Αιτιολογείστε.

ΘΕΜΑ 3

Έστω το σύστημα εξισώσεων

$$(1) \quad X_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_t + \alpha_2 X_{t-1} + \alpha_3 Q_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$(2) \quad Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \beta_2 Y_{t-1} + \eta_t$$

$$(3) \quad Z_t = \gamma_0 + \gamma_1 Z_{t-1} + \gamma_2 Q_{t-1} + u_t$$

όπου X , Y και Z είναι ενδογενείς μεταβλητές, Q είναι εξωγενής μεταβλητή, και ε , η και u είναι τα σφάλματα που συσχετίζονται ταυτόχρονα μεταξύ τους.

α) (βαθμοί: 1) Να βρεθούν οι εξισώσεις ανηγμένης μορφής.

β) (βαθμοί: 2) Προτείνετε κατάλληλη μέθοδο εκτίμησης για να λάβετε i) συνεπείς εκτιμήσεις των συντελεστών των (1), (2) και (3), ii) συνεπείς και (ασυμπτωτικά) άριστες εκτιμήσεις των συντελεστών των (1), (2) και (3). Αιτιολογείστε.

γ) (βαθμοί: 2) Βάσει δείγματος 50 ετών εκτιμήθηκε με τη μέθοδο OLS η εξίσωση (3)

$$\hat{Z}_t = \underset{(0,3)}{1,2} + \underset{(0,1)}{0,5} Z_{t-1} + \underset{(0,4)}{0,8} Q_{t-1}$$

όπου οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα. Να εκτιμηθούν ο βραχυχρόνιος, ο πρώτος και ο δεύτερος ενδιάμεσος πολλαπλασιαστής της Z ως προς την Q . Δίνεται τώρα ότι $DW = 2,6$. Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των εκτιμητών των πολλαπλασιαστών της Z ως προς την Q ; Αιτιολογείστε. ($\alpha=0,05$).

Δίνεται ότι: $Z_{0,05}=1,645$, $Z_{0,025}=1,96$, $t_{15,0,05}=1,753$, $t_{15,0,025}=2,131$, $t_{16,0,05}=1,746$, $t_{16,0,025}=2,120$, $t_{17,0,05}=1,74$, $t_{17,0,025}=2,11$, $t_{18,0,05}=1,734$, $t_{18,0,025}=2,101$, $t_{19,0,05}=1,729$, $t_{19,0,025}=2,093$, $t_{20,0,05}=1,725$, $t_{20,0,025}=2,086$, $t_{21,0,05}=1,721$, $t_{21,0,025}=2,08$, $t_{22,0,05}=1,717$, $t_{22,0,025}=2,074$, $t_{23,0,05}=1,714$, $t_{23,0,025}=2,069$, $t_{24,0,05}=1,711$, $t_{24,0,025}=2,064$, $F_{1,15,0,05}=4,543$, $F_{1,16,0,05}=4,494$, $F_{1,17,0,05}=4,451$, $F_{1,18,0,05}=4,414$, $F_{1,19,0,05}=4,381$, $F_{1,20,0,05}=4,351$, $F_{1,21,0,05}=4,325$, $F_{1,22,0,05}=4,301$, $F_{1,23,0,05}=4,279$, $F_{1,24,0,05}=4,26$, $F_{2,15,0,05}=3,682$, $F_{2,16,0,05}=3,634$, $F_{2,17,0,05}=3,592$, $F_{2,18,0,05}=3,555$, $F_{2,19,0,05}=3,522$, $F_{2,20,0,05}=3,493$, $F_{2,21,0,05}=3,467$, $F_{2,22,0,05}=3,443$, $F_{2,23,0,05}=3,422$, $F_{2,24,0,05}=3,403$, $F_{3,15,0,05}=3,287$, $F_{3,16,0,05}=3,239$, $F_{3,17,0,05}=3,197$, $F_{3,18,0,05}=3,16$, $F_{3,19,0,05}=3,127$, $F_{3,20,0,05}=3,098$, $F_{3,21,0,05}=3,072$, $F_{3,22,0,05}=3,049$, $F_{3,23,0,05}=3,028$, $F_{3,24,0,05}=3,009$, $F_{1,47,0,05}=4,047$, $F_{1,48,0,05}=4,043$, $F_{1,49,0,05}=4,038$, $F_{1,50,0,05}=4,034$, $F_{2,47,0,05}=3,195$, $F_{2,48,0,05}=3,191$, $F_{2,49,0,05}=3,187$, $F_{2,50,0,05}=3,183$, $F_{3,47,0,05}=2,802$, $F_{3,48,0,05}=2,798$, $F_{3,49,0,05}=2,794$, $F_{3,50,0,05}=2,790$, $\chi^2_{1,0,05}=3,841$, $\chi^2_{2,0,05}=5,991$, $\chi^2_{3,0,05}=7,815$, $\chi^2_{4,0,05}=9,488$, $\chi^2_{5,0,05}=11,07$, $\chi^2_{6,0,05}=12,592$, $d_{L,\alpha}=1,462$, $d_{U,\alpha}=1,628$.

Συμβολισμός: SST =Συνολικό άθροισμα τετραγώνων, SSR =Άθροισμα τετραγώνων παλινδρόμησης, SSE =Άθροισμα τετραγώνων καταλοίπων.