

### Θέμα Ι

Για το υπόδειγμα

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + u_i, \quad i=1,2,3,\dots,N$$

εκφράζοντας τις μεταβλητές ως αποκλίσεις από τους δειγματικούς μέσους, έχουμε:

$$N=33, \quad x'x = \begin{pmatrix} 60 & 0 & 0 \\ 0 & 55 & 0 \\ 0 & 0 & 25 \end{pmatrix}, \quad x'y = \begin{pmatrix} 112 \\ 95 \\ 76 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}^2 = 0.475.$$

1. Να βρεθούν οι εκτιμήσεις OLS των συντελεστών  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ , καθώς και ο πίνακας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων.
2. Να γίνει έλεγχος σημαντικότητας του υποδείγματος. Θα μπορούσαμε να εξαιρέσουμε κάποιες μεταβλητές από το υπόδειγμα;
3. Να δοθούν τα διαστήματα εμπιστοσύνης για τους συντελεστές ( $\alpha=5\%$ ). Να εξηγήσετε την σημασία τους.
4. Να ελέγξετε την υπόθεση  $\beta_2 = \beta_3 + \beta_1$ .

### Θέμα ΙΙ

(i) Αναφέρετε με σύντομη αιτιολόγηση αν οι παρακάτω προτάσεις ισχύουν σε κάθε περίπτωση ή όχι:

1. (0,5 μονάδες) Όταν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων πάντοτε υπερεκτιμά τα τοπικά σφάλματα των εκτιμητών.
2. (0,5 μονάδες) Όταν υπάρχει αυτοσυσχέτιση στα σφάλματα, ο OLS εκτιμητής είναι μεροληπτικός και μη αποτελεσματικός.

(ii) (1 μονάδα) Διατυπώστε τις υποθέσεις του κλασσικού γραμμικού υποδείγματος και αποδείξτε αν ο εκτιμητής OLS είναι αμερόληπτος ή όχι.

(iii) (3 μονάδες) Ας υποθέσουμε ότι εκτιμήσαμε το ακόλουθο υπόδειγμα με την μέθοδο OLS από δείγμα 100 ατόμων:

$$\hat{Y}_i = -1.28 + \underset{(0.27)}{0.1} X_i + \underset{(0.12)}{0.12} D_{2i} + \underset{(0.04)}{0.2} D_{3i} + \underset{(0.05)}{0.2} D_{3i}$$

όπου οι αριθμοί σε ( ) είναι τοπικά σφάλματα, και

$Y_i$ : η ετήσια δαπάνη (σε χιλιάδες ευρώ) για τουριστικά ταξίδια.

$X_i$ : το ετήσιο εισόδημα (σε χιλιάδες ευρώ).

$D_{2i} = 1$ , αν το επίπεδο μόρφωσης είναι Λύκειο.

$D_{2i} = 0$ , αν το επίπεδο μόρφωσης είναι διαφορετικό από Λύκειο.

και

$D_{3i} = 1$ , αν το επίπεδο μόρφωσης είναι ΑΕΙ.

$D_{3i} = 0$ , αν το επίπεδο μόρφωσης είναι διαφορετικό από ΑΕΙ.

α) Ποια είναι η εκτιμηθείσα ετήσια δαπάνη: (i) ενός απόφοιτου Λυκείου με ετήσιο εισόδημα 100 χιλ. ευρώ, (ii) ενός απόφοιτου Γυμνασίου με ετήσιο εισόδημα 100 χιλ. ευρώ και (iii) ενός αποφοίτου ΑΕΙ με ετήσιο εισόδημα 100 χιλ. ευρώ.

β) Να ελεγχθεί στατιστικά η υπόθεση ότι για δεδομένο επίπεδο εισοδήματος η μέση ετήσια δαπάνη ενός απόφοιτου Λυκείου και ενός ατόμου με χαμηλότερο επίπεδο μόρφωσης είναι ίσες.

γ) Να ελεγχθεί η υπόθεση ότι η μέση ετήσια δαπάνη ενός απόφοιτου ΑΕΙ υπερβαίνει την μέση ετήσια δαπάνη ενός απόφοιτου Γυμνασίου με το ίδιο εισόδημα κατά περισσότερο από 100 ευρώ.

### Θέμα III

1. (2,5 μονάδες) Δίνεται το σύστημα

$$Q_t = \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \alpha_2 X_t + u_{1t} \quad (1a)$$

$$Q_t = \beta_0 + \beta_1 P_t + u_{1t} \quad (1b)$$

όπου η  $X_t$  είναι εξωγενής μεταβλητή.

A) Βρείτε τις εξισώσεις ανηγμένης μορφής.

B) Σε ποιες από τις εξισώσεις (1a) και (1b) οι συντελεστές μπορούν να εκτιμηθούν με την Έμμεση Μέθοδο των Ελαχίστων Τετραγώνων (ILS); Βρείτε τις εκτιμήσεις των εν λόγω συντελεστών με την μέθοδο ILS.

2. (2,5 μονάδες) Θεωρείστε το ακόλουθο υπόδειγμα

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + u_i \quad (1) , \quad i=1,2,3,\dots,N$$

όπου

$$E(u_i^2) = \delta_1 x_{1i} + \delta_2 x_{2i} + \delta_3 x_{1i}^2 + \delta_4 x_{2i}^2 \quad (2).$$

α) Διατυπώστε έλεγχο για την ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας της μορφής (2).

β) Προτείνετε και περιγράψτε κατάλληλη μέθοδο εκτίμησης της (1) που δίνει αποτελεσματικούς εκτιμητές, όταν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα της μορφής (2).

-----  
 Δίνονται:  $F_{0.05, 4, 30} = 2.69$ ,  $F_{0.05, 3, 29} = 2.93$ ,  $F_{0.05, 4, 29} = 2.70$ ,  $t_{0.05, 29} = 1.699$ ,  
 $t_{0.025, 29} = 2.045$ ,  $t_{0.025, 30} = 2.042$ ,  $z_{0.025} = 1.96$ ,  $z_{0.05} = 1.645$

**Να απαντήσετε σε 2 από τα 3 θέματα. Καλή επιτυχία.**