

ΘΕΜΑ 1

Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$(1) \quad Y_i = \beta_0 + \beta_1 S_i + u_i$$

όπου Y είναι το ωρομίσθιο (σε €) και S είναι η εκπαίδευση (σε έτη). Με βάση ένα δείγμα 42 ατόμων βρέθηκε ότι

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 16 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad X'Y = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 0,5 \end{pmatrix}, \quad SST = 1, \quad SSR = 0,6$$

α) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί η εκτιμώμενη γραμμή παλινδρόμησης. Να βρεθεί και να ερμηνευτεί ο συντελεστής προσδιορισμού.

β) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί ο εκτιμώμενος πίνακας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των εκτιμητών των συντελεστών.

γ) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί το 95% διάστημα πρόβλεψης για το ωρομίσθιο ενός ατόμου με 16 έτη εκπαίδευσης.

δ) (βαθμοί: 1,5) Έστω τώρα ότι εκτιμήθηκε με τη μέθοδο OLS η ακόλουθη παλινδρόμηση

$$(2) \quad \hat{Y}_i = 8,5 + 4,5 M_i + 3,3 S_i - 1,5 M_i \cdot S_i, \quad SSR = 0,8$$

(0,2) (0,5) (0,3) (0,1)

όπου $M_i = 1$ αν το i άτομο είναι άνδρας και $M_i = 0$ αλλού, και οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα. Να ελεγχθεί στατιστικά αν η επίδραση της εκπαίδευσης στο ωρομίσθιο είναι υψηλότερη για τις γυναίκες σε σχέση με τους άνδρες. ($\alpha=0,05$). Τι μπορείτε να συμπεράνετε για τις ιδιότητες των OLS εκτιμητών των συντελεστών του υποδείματος (1) και για το διάστημα πρόβλεψης του ερωτήματος γ);

ε) (βαθμοί: 0,5) Έστω ότι στο υπόδειγμα (2) συμπεριλαμβανόταν και η μεταβλητή F ως ερμηνευτική, όπου $F_i = 1$ αν το i άτομο είναι γυναίκα και $F_i = 0$ αλλού. Θα μπορούσε να υπάρξει πρόβλημα στην εκτίμηση της (2); Αιτιολογείστε.

ΘΕΜΑ 2

Έστω η συνάρτηση παραγωγής Cobb–Douglas $Y_t = \beta_0 K_t^{\beta_1} L_t^{\beta_2} \varepsilon_t$, όπου Y είναι το προϊόν, K είναι το κεφαλαίο και L είναι η εργασία. Έστω ότι εκτιμήθηκε το ακόλουθο υπόδειγμα με τη μέθοδο OLS από δείγμα 23 ετών

$$(1) \quad \ln(\hat{Y}_t) = -4,2 + 0,2 \ln(K_t) + 0,9 \ln(L_t), \quad SST = 10, \quad SSE = 2, \quad DW = 3,7$$

(0,21) (0,02) (0,01)

όπου οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα.

α) (βαθμοί: 1) Να ελεγχθεί στατιστικά η υπόθεση ότι η ελαστικότητα του προϊόντος ως προς την εργασία είναι μικρότερη της μονάδας ($\alpha=0,05$).

β) (βαθμοί: 1) Έστω τώρα ότι εκτιμήθηκε με τη μέθοδο OLS η ακόλουθη παλινδρόμηση

$$(2) \quad \ln(\hat{Y}_t) = 1,5 + 0,25(\ln(K_t) + 3 \ln(L_t)), \quad SSE = 4$$

(0,1) (0,5)

όπου οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα. Ποια υπόθεση μπορεί να ελεγχθεί με βάση τις παλινδρομήσεις (1) και (2); Να γίνει ο σχετικός στατιστικός έλεγχος. ($\alpha=0,05$).

γ) (βαθμοί: 2) Για τα κατάλοιπα \hat{u} του υποδείγματος (1) βρέθηκαν τα αποτελέσματα

$$(3) \quad \hat{u}_t^2 = 0,5 + 0,03K_t^2 + 0,05L_t^4, \quad R^2 = 0,1$$

$$(4) \quad \hat{u}_t = 0,1 + 0,03\ln(K_t) - 0,02\ln(L_t) - 0,48\hat{u}_{t-1} + 0,01\hat{u}_{t-2}, \quad R^2 = 0,4$$

Τι μπορείτε να συμπεράνετε για τις ιδιότητες των OLS εκτιμητών των συντελεστών της (1); Ποιες είναι οι συνέπειες στους ελέγχους των ερωτημάτων α) και β); ($\alpha=0,05$).

δ) (βαθμοί: 1) Έστω ότι για τον διαταρακτικό όρο u του υποδείγματος (1) ισχύει ότι $u_t = -0,5u_{t-1} + w_t$, όπου w είναι μια μεταβλητή με $E(w_t) = 0$, $E(w_t^2) = \sigma_w^2$ και $E(w_t w_s) = 0$ για κάθε $t \neq s$. Να αναπτύξετε κατάλληλη διαδικασία για την αμερόληπτη, συνεπή και αποτελεσματική εκτίμηση των συντελεστών του υποδείγματος (1).

ΘΕΜΑ 3

Έστω ότι η κατανάλωση C προσδιορίζεται από την προσδοκώμενη τιμή Y^* του εισοδήματος Y από το υπόδειγμα

$$C_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t^* + u_t$$

Σύμφωνα με την υπόθεση των αναπροσαρμοζόμενων προσδοκιών ισχύει ότι

$$Y_t^* - Y_{t-1}^* = \gamma(Y_t - Y_{t-1}), \quad 0 < \gamma < 1$$

Εκτιμήθηκε το ακόλουθο υπόδειγμα με τη μέθοδο OLS από δείγμα 24 μηνών

$$(1) \quad C_t = 10,5 + 0,4 Y_t + 0,2 C_{t-1}, \quad R^2 = 0,8$$

(0,5) (0,01) (0,02)

όπου οι αριθμοί σε () είναι τα τυπικά σφάλματα.

α) (βαθμοί: 2,5) i) Να υπολογιστεί η εκτίμηση του βαθμού αναπροσαρμογής γ και να ελεγχθεί αν ο βαθμός αναπροσαρμογής είναι 0,9. ($\alpha=0,05$). ii) Να υπολογιστούν ο βραχυχρόνιος και ο μακροχρόνιος πολλαπλασιαστής της κατανάλωσης ως προς το εισόδημα.

β) (βαθμοί: 2,5) Δίνεται ότι

$$(2) \quad Y_t = C_t + I_t$$

όπου I είναι η επένδυση που είναι ανεξάρτητη του u . Τι συμπεράσματα προκύπτουν για τις ιδιότητες των OLS εκτιμητών και των τυπικών σφαλμάτων στην (1); Να επιλεγεί μέθοδος για τη συνεπή και (ασυμπτωτικά) αποτελεσματική εκτίμηση της (1). Αιτιολογείστε.

Δίνεται ότι: $Z_{0,05}=1,645$, $Z_{0,025}=1,96$, $t_{20,0,05}=1,725$, $t_{20,0,025}=2,086$, $t_{21,0,05}=1,721$, $t_{21,0,025}=2,08$, $t_{22,0,05}=1,717$, $t_{22,0,025}=2,074$, $F_{1,20,0,05}=4,351$, $F_{1,21,0,05}=4,325$, $F_{1,22,0,05}=4,301$, $F_{2,20,0,05}=3,493$, $F_{2,21,0,05}=3,467$, $F_{2,22,0,05}=3,443$, $F_{1,38,0,05}=4,098$, $F_{1,39,0,05}=4,091$, $F_{1,40,0,05}=4,085$, $F_{1,41,0,05}=4,079$, $F_{2,38,0,05}=3,245$, $F_{2,39,0,05}=3,238$, $F_{2,40,0,05}=3,232$, $F_{2,41,0,05}=3,226$, $\chi^2_{1,0,05}=3,841$, $\chi^2_{2,0,05}=5,991$, $\chi^2_{3,0,05}=7,815$, $\chi^2_{4,0,05}=9,488$, $\chi^2_{5,0,05}=11,07$, $d_{L,0,05}=1,17$, $d_{U,0,05}=1,54$.