

ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΑ

ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΘΟΥΝ 2 ΑΠΟ ΤΑ 3 ΘΕΜΑΤΑ

Μάρτιος 2014

ΘΕΜΑ 1

Για το υπόδειγμα

$$(1) Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + u_i$$

λάβουμε τις ακόλουθη εκτίμηση με την μέθοδο OLS από δείγμα 1000 παρατηρήσεων:

$$(2) \hat{Y}_i = 0.05 + 0.75 X_{1i} + 0.12 X_{2i} + 0.2 X_{3i} \quad R^2=0.75$$

(0.02) (0.25) (0.04) (0.05)

όπου οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα.

Επίσης, για το ίδιο δείγμα εκτιμήθηκε και η εξής παλινδρόμηση με OLS

$$(3) \hat{Y}_i = 0.05 + 0.75 X_{1i} + 0.12 Z_i + 0.08 X_{3i} \quad R^2=0.75$$

(0.02) (0.25) (0.04) (0.02)

όπου $Z = X_2 + X_3$.

- α) (βαθμοί : 0,75) Να υπολογιστούν διαστήματα εμπιστοσύνης των συντελεστών του (1) και να εξηγηθεί η έννοιά τους. ($\alpha=0.05$)
- β) (βαθμοί : 0,75) Να εξεταστεί η στατιστική σημαντικότητα του υποδείγματος και να εξηγηθεί η έννοιά της. ($\alpha=0.05$)
- γ) (βαθμοί : 1) Με βάση τις εκτιμήσεις αυτές να ελεγχθεί στατιστικά η υπόθεση $H_0: \beta_2 = \beta_3$ έναντι της εναλλακτικής $H_1: \beta_2 \neq \beta_3$. Εξηγήστε. ($\alpha=0.05$)
- δ) (βαθμοί : 2,5) Έστω ότι οι 1000 παρατηρήσεις του δείγματος καλύπτουν άτομα που ζουν σε αγροτική, ημιαστική ή αστική περιοχή και ότι οι μεταβλητές που χρησιμοποιήθηκαν για τις εκτιμήσεις (2) και (3) είναι οι εξής.

 Y_i : η μηνιαία καταναλωτική δαπάνη (σε εκατοντάδες ευρώ) X_{1i} : το μηνιαίο εισόδημα (σε εκατοντάδες ευρώ). X_{2i} : μεταβλητή που παίρνει την τιμή 1 για άτομα που ζουν σε ημιαστική περιοχή και την τιμή 0 για άτομα που δεν ζουν σε ημιαστική περιοχή. X_{3i} : μεταβλητή που παίρνει την τιμή 1 για άτομα που ζουν σε αστική περιοχή και την τιμή 0 για άτομα που δεν ζουν σε αστική περιοχή.

1) Ποια είναι η εκτιμώμενη μηνιαία κατανάλωση (i) ενός ατόμου που ζει σε αγροτική περιοχή με μηνιαίο εισόδημα 200 ευρώ, (ii) ενός ατόμου που ζει σε ημιαστική περιοχή με μηνιαίο εισόδημα 200 ευρώ και (iii) ενός ατόμου που ζει σε αστική περιοχή με μηνιαίο εισόδημα 200 ευρώ

2) Να ελεγχθεί στατιστικά (για $\alpha=0.05$) η υπόθεση ότι για δεδομένο επίπεδο εισοδήματος η μηνιαία κατανάλωση ενός ατόμου που ζει σε αγροτική περιοχή είναι ίση με εκείνη ενός ατόμου που ζει σε ημιαστική περιοχή.3) Να ελεγχθεί (για $\alpha=0.05$) η υπόθεση ότι η μηνιαία κατανάλωση ενός κατοίκου αστικής περιοχής υπερβαίνει την μηνιαία κατανάλωση ενός κατοίκου αγροτικής περιοχής με το ίδιο εισόδημα κατά περισσότερο από 100 ευρώ.

ΘΕΜΑ 2

Έστω το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 X_t + \beta_3 Z_t + u_t.$$

Με βάση ένα δείγμα 50 χρόνων προέκυψαν οι κάτωθι εκτιμήσεις OLS:

$$(1) \hat{Y}_t = 4,2 + 0,65Y_{t-1} + 0,34X_t + 0,18Z_t \quad R^2 = 0,8$$

(1,00) (0,15) (0,15) (0,09)

όπου οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα.

α) (βαθμοί: 0,5) Να ελεγχθεί η στατιστική σημαντικότητα των συντελεστών των μεταβλητών

β) (βαθμοί: 1) Να ελεγχθεί στατιστικά η υπόθεση $\beta_2 = 2\beta_3$ αν από την (1) έχουμε $\hat{Cov}(\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3) = 0,01$.

γ) (βαθμοί: 2,5) Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκαν οι εξής παλινδρομήσεις

$$(2) \hat{u}_t^2 = 1,5 + 0,35X_t^2 + 0,09Z_t^2, \quad R^2 = 0,04$$

$$(3) \hat{u}_t = 0,1 + 0,05Y_{t-1} - 0,02X_t + 0,01Z_t + 0,08\hat{u}_{t-1} - 0,09\hat{u}_{t-2}, \quad R^2 = 0,06$$

όπου \hat{u}_t τα κατάλοιπα της παλινδρόμησης (1).

Ποιές υποθέσεις μπορούν να ελεγχθούν με βάση τις παλινδρομήσεις (2) και (3); Να γίνουν οι σχετικοί στατιστικοί έλεγχοι. Τι μπορείτε να συμπεράνετε για τις ιδιότητες των εκτιμήσεων των συντελεστών του υποδείγματος (1) και για την αξιοπιστία των απαντήσεών σας στα ερωτήματα α) και β);

δ) (βαθμοί: 1) Θέλουμε να ελέγξουμε την υπόθεση ότι κατά τελευταία 10 έτη του δείγματος η επίδραση της μεταβλητής Z_t επί της Y_t μεταβλήθηκε σε σύγκριση με τα πρώτα 40 έτη του δείγματος. Να προταθεί και να περιγραφεί μια μέθοδος για να ελεγχθεί η υπόθεση αυτή.

ΘΕΜΑ 3

Δίνονται οι σχέσεις:

$$(1) Y_t = \gamma_0 + \gamma_1 Z_t + \gamma_2 Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$(2) Z_t = X_t + Y_t$$

Έστω ότι $E(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0$, ($t \neq s$) και ότι $Cov(X_t, \varepsilon_t) = 0$.

A. (βαθμοί : 3) Αν η σχέση (1) εκτιμηθεί με OLS, να εξηγήσετε αν οι εκτιμήσεις των συντελεστών της είναι συνεπείς και (ασυμπτωτικά) αποτελεσματικές ή όχι. Αν όχι, να προτείνετε και να αναπτύξετε κατάλληλη μέθοδο εκτίμησης που δίνει συνεπείς και αποτελεσματικές εκτιμήσεις.

B. (βαθμοί: 1)

α) Έστω ότι $\gamma_1 = 0$. Διαφοροποιείται η απάντησή σας στο ερώτημα A; Εξηγήστε.

β) Έστω ότι $\gamma_1 = 0$ και $E(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}) \neq 0$. Ποιες είναι οι ιδιότητες των OLS εκτιμητριών των παραμέτρων γ_0 και γ_2 ; Εξηγήστε.

Γ. (βαθμοί: 1) Αν αντί για την εξίσωση (1) είχαμε την (1α):

$$(1\alpha) Y_t = \gamma_0 + \gamma_1 Z_t + \gamma_2 Y_{t-1} + \gamma_3 X_t + \varepsilon_t$$

θα διαφοροποιούνταν η απάντησή σας στο ερώτημα A; Αιτιολογήστε.

Δίνεται ότι: $z_{0,05} = 1,64$, $z_{0,025} = 1,96$, $\chi^2_{0,05,1} = 3,84$, $\chi^2_{0,05,2} = 5,99$, $F_{3,40}(0,05) = 2,8387$, $F_{3,60}(0,05) = 2,7581$, $F_{3,120}(0,05) = 2,3719$, $F_{4,120}(0,05) = 2,4472$, $F_{4,\infty}(0,05) = 2,6049$, $F_{3,\infty}(0,05) = 2,3719$.