

**ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΑ**

**Φεβρουάριος 2018**

ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΘΟΥΝ 2 ΑΠΟ ΤΑ 3 ΘΕΜΑΤΑ  
ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

**ΘΕΜΑ 1**

A. Για το υπόδειγμα

$$(1) \quad Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + u_i$$

λάβαμε τις ακόλουθη εκτίμηση με την μέθοδο OLS από δείγμα 100 παρατηρήσεων:

$$(2) \quad \hat{Y}_i = \underset{(20.0)}{250} + \underset{(5.0)}{50} X_{1i} + \underset{(40)}{100} X_{2i} + \underset{(20)}{150} X_{3i} \quad R^2=0.75$$

όπου οι αριθμοί σε ( ) είναι τυπικά σφάλματα.

α) (βαθμοί : 1,5) ι) Να ελεγχθεί η  $H_0: \beta_2=0$  έναντι της  $H_1: \beta_2>0$ . ( $\alpha=0,05$ ) υ) Να ελεγχθεί η  $H_0: \beta_1=0$  έναντι της  $H_1: \beta_1 \neq 0$ . ( $\alpha=0,05$ ) ιι) Να υπολογιστεί διάστημα εμπιστοσύνης (95%) του συντελεστή  $\beta_1$  και να εξηγηθεί η έννοιά του.

β) (βαθμοί : 0,5) Να εξεταστεί η στατιστική σημαντικότητα του υποδείγματος και να εξηγηθεί η έννοιά της. ( $\alpha=0,05$ )

γ) (βαθμοί : 1) Αν  $\hat{Cov}(\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3) = 100$  να ελεγχθεί στατιστικά η υπόθεση  $H_0: \beta_3=2\beta_2$  έναντι της εναλλακτικής  $H_1: \beta_3 \neq 2\beta_2$ . Εξηγήστε. ( $\alpha=0,05$ )

B. (βαθμοί 2) Χρησιμοποιώντας τριμηνιαία δεδομένα μιας περιοχής εκτιμήθηκε η εξής παλινδρόμηση με τη μέθοδο OLS

$$\hat{Y}_t = \underset{(4.32)}{50} - \underset{(0.07)}{0.20} P_t - \underset{(5.32)}{25} Q_{1t} + \underset{(3.20)}{10} Q_{2t} + \underset{(7.20)}{20} Q_{3t} \quad (t=1,2,3,\dots,80)$$

όπου οι αριθμοί σε ( ) είναι τυπικά σφάλματα και  $Y_t$ : η κατανάλωση παγωτού ανά τρίμηνο (σε κιλά) και  $P_t$ : η τιμή ανά κιλό. Οι  $Q_1, Q_2, Q_3$  είναι εποχικές ψευδομεταβλητές για τα τρία πρώτα τρίμηνα του έτους που παίρνουν την τιμή 1 για το αντίστοιχο τρίμηνο του έτους και 0 διαφορετικά.

α) Να βρείτε αν υπάρχει σημαντική διαφοροποίηση στην κατανάλωση παγωτού ανά τρίμηνο.

β) Για τιμή 10 ευρώ να βρείτε την κατανάλωση σε κάθε τρίμηνο του έτους.

**ΘΕΜΑ 2**

A. (βαθμοί: 1,5) Έστω το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 X_t + \beta_3 Z_t + u_t.$$

Τι πρόβλημα παρουσιάζεται στην εκτίμηση του υποδείγματος με OLS: α) αν για κάθε παρατήρηση του δείγματος έχουμε  $Z_t = 2X_t$ ; β) αν η μεταβλητή  $Z_t$  λαμβάνει την ίδια τιμή για όλες τις παρατηρήσεις; Εξηγήστε.

B. Από ένα δείγμα 51 ετήσιων παρατηρήσεων προέκυψαν οι κάτωθι εκτιμήσεις OLS:

$$(1) \quad \hat{Y}_t = \underset{(1.00)}{4,2} + \underset{(0.15)}{0,65} Y_{t-1} + \underset{(0.15)}{0,34} X_t + \underset{(0.09)}{0,18} Z_t \quad R^2 = 0,8$$

$$(2) \quad \hat{Y}_t = \underset{(0.90)}{4,9} + \underset{(0.14)}{0,72} Y_{t-1} + \underset{(0.13)}{0,41} X_t \quad R^2 = 0,74$$

α) (βαθμοί: 0,5) Με βάση τις εκτιμήσεις της παλινδρόμησης (1) να ελεγχθεί αν η επίδραση της  $X$  στην  $Y$  είναι η στατιστικά σημαντική.

Επιπλέον, από το ίδιο δείγμα εκτιμήθηκαν με OLS οι παλινδρομήσεις

$$(1α) \hat{u}_t = 0,1 + 0,05Y_{t-1} - 0,02X_t + 0,01Z_t + 0,08\hat{u}_{t-1} - 0,09\hat{u}_{t-2}, \quad R^2 = 0,06$$

$$(2α) e_t = 0,11 + 0,04Y_{t-1} - 0,01X_t + 0,07e_{t-1} - 0,10e_{t-2}, \quad R^2 = 0,05$$

όπου  $\hat{u}_t$  τα κατάλοιπα της παλινδρόμησης (1) και  $e_t$  τα κατάλοιπα της (2).

β) (βαθμοί: 1) Ποιές υποθέσεις μπορούν να ελεγχθούν με βάση τις παλινδρομήσεις (1α) και (2α); Να γίνουν οι σχετικοί στατιστικοί έλεγχοι.

γ) (βαθμοί: 2) Μεταξύ των παλινδρομήσεων (1) και (2) ποιαν επιλέγετε ως καταλληλότερη και γιατί;

Να εξηγήσετε αν οι παλινδρομήσεις (1) και (2) δίνουν αμερόληπτες, συνεπείς και (ασυμπτωτικά) αποτελεσματικές εκτιμήσεις των συντελεστών των ερμηνευτικών μεταβλητών  $Y_{t-1}$  και  $X_t$ .

### ΘΕΜΑ 3

A. Δίνονται οι σχέσεις:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_{1t} \quad (1)$$

$$X_t = W_t + \varepsilon_{2t} \quad (2)$$

Έστω ότι  $E(\varepsilon_{1t} \varepsilon_{1s}) = 0$ ,  $E(\varepsilon_{2t} \varepsilon_{2s}) = 0$ ,  $E(\varepsilon_{1t} \varepsilon_{2s}) = 0$  ( $t \neq s$ ) και ότι η  $W$  είναι ανεξάρτητη από τα σφάλματα  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$ .

α) (βαθμοί : 1) Αν  $E(\varepsilon_{1t} \varepsilon_{2t}) = 0$ , η OLS είναι κατάλληλη μέθοδος εκτίμησης της (1); Εξηγήστε γιατί.

β) (βαθμοί : 1) Αν  $E(\varepsilon_{1t} \varepsilon_{2t}) \neq 0$ , η OLS δίνει συνεπείς των συντελεστών της (1); Εξηγήστε γιατί. Αν όχι προτείνετε μια συνεπή εκτιμήτρια για των παραμέτρων της (1). Αναπτύξτε πώς θα εφαρμόσετε την μέθοδο αυτή.

B.(βαθμοί : 2) Δίνονται οι σχέσεις:

$$Y_t = \gamma_0 + \gamma_1 Z_t + \gamma_2 Y_{t-1} + \varepsilon_{1t} \quad (3)$$

$$W_t = \delta_0 + \delta_1 Z_t + \delta_2 Y_t + \varepsilon_{2t} \quad (4)$$

Έστω ότι  $E(\varepsilon_{1t} \varepsilon_{2t}) \neq 0$ ,  $E(\varepsilon_{1t} \varepsilon_{1s}) = 0$ ,  $E(\varepsilon_{2t} \varepsilon_{2s}) = 0$ ,  $E(\varepsilon_{1t} \varepsilon_{2s}) = 0$  ( $t \neq s$ ) και ότι η  $Z_t$  δεν συσχετίζεται με τα σφάλματα  $\varepsilon_{1t}$  και  $\varepsilon_{2t}$ .

α) Να αναπτύξετε και να εξηγήσετε μια μέθοδο εκτίμησης που δίνει συνεπείς εκτιμήσεις των παραμέτρων της (3).

β) Να αναπτύξετε και να εξηγήσετε μια μέθοδο εκτίμησης που δίνει συνεπείς εκτιμήσεις των παραμέτρων της (4).

Γ. (βαθμοί : 1) Έστω ότι

$$Y_t = \alpha_1 X_t + u_t \quad (1)$$

όπου  $u_t$  σφαιρικός διαταρακτικός όρος και  $X_t$  ανεξάρτητη από τον  $u_t$ . Από τη σχέση (1) προκύπτει ότι

$$X_t = (1/\alpha_1) Y_t - (1/\alpha_1) u_t \quad (2).$$

Αν, με γνώμονα την σχέση (2), παλινδρομήσουμε την  $X_t$  στην  $Y_t$  θα λάβουμε συνεπή εκτίμηση του συντελεστή  $1/\alpha_1$  ή όχι; Εξηγήστε γιατί.

-----  
Δίνεται ότι:  $z_{0,05}=1,645$ ,  $z_{0,025}=1,96$ ,  $t_{0,05,3}=2,35$ ,  $t_{0,05,4} = 2,13$ ,  $t_{0,025,3} = 3,18$ ,  $t_{0,05,4} = 2,78$ ,  $\chi^2_{0,05,1}=3,84$ ,  $\chi^2_{0,05,2} = 5,99$ ,  $\chi^2_{0,05,3} = 7,18$ ,  $F_{2,40}(0,05) = 3,23$ ,  $F_{3,40}(0,05) = 2,84$ ,  $F_{3,60}(0,05) = 2,76$ ,  $F_{3,120}(0,05) = 2,68$ ,  $F_{4,120}(0,05) = 2,45$ ,  $F_{4,\infty}(0,05) = 2,60$ ,  $F_{3,\infty}(0,05) = 2,37$ ,  $d_{L,0.05}=1,44$ ,  $d_{U,0.05}=1,54$ .