

ΘΕΜΑ 1

Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$(1) \quad \Pi_t = \beta_0 + \beta_1 \Pi_{t-1} + \beta_2 (1/A_t) + u_t$$

όπου Π είναι ο πληθωρισμός (σε %) και A είναι η ανεργία (σε %). Με βάση ένα δείγμα 23 μηνών βρέθηκε ότι

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0,5 & 0,2 \\ 1 & 0,2 & 25 \end{pmatrix}, \quad X'Y = \begin{pmatrix} 0,1 \\ 0,5 \\ 0,4 \end{pmatrix}, \quad SST = 100, \quad R^2 = 0,6$$

α) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί η εκτιμώμενη γραμμή παλινδρόμησης. Ποιά είναι η πρόβλεψη για τον πληθωρισμό όταν ο πληθωρισμός του προηγούμενου μήνα είναι 2% και η ανεργία είναι 5%;

β) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί ο εκτιμώμενος πίνακας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των εκτιμητών των συντελεστών.

γ) (βαθμοί: 1) Να ελεγχθεί στατιστικά η σημαντικότητα του υποδείγματος (1). ($\alpha=0,05$).

δ) (βαθμοί: 1) Να ελεγχθεί στατιστικά αν ο μέσος πληθωρισμός είναι μεγαλύτερος του 2% όταν ο πληθωρισμός του προηγούμενου μήνα είναι 0% και η ανεργία είναι 10%;. ($\alpha=0,05$).

ε) (βαθμοί: 1) Έστω ότι στο υπόδειγμα (1) ισχύει ότι η διακύμανση των σφαλμάτων $V(u_t)$ για τις περιόδους κρίσεων είναι τριπλάσια σε σχέση με τις περιόδους ανάπτυξης. Ποιές είναι οι συνέπειες στους στατιστικούς ελέγχους των ερωτημάτων γ) και δ); Να αναπτύξετε κατάλληλη διαδικασία για τη διενέργεια στατιστικών ελέγχων στο υπόδειγμα (1) ($\alpha=0,05$).

ΘΕΜΑ 2

Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$(1) \quad Q_t = \beta_0 + \beta_1 P_t + \beta_2 Z_t + \beta_3 E_t + u_t$$

όπου Q είναι η ζήτηση για καφέ (σε τόνους), P είναι η τιμή του καφέ (σε €/κιλό), Z είναι η τιμή της ζάχαρης (σε €/κιλό) και E είναι το εισόδημα (σε εκατομ. €). Με βάση ένα δείγμα 20 ετών βρέθηκε ότι

$$(1) \quad \hat{Q}_t = 10,5 - 0,9 P_t - 0,2 Z_t + 5,2 E_t, \quad SST = 100, \quad SSE = 60, \quad C\hat{o}v(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) = 0,01$$

(0,2) (0,2) (0,1) (0,5)

$$(2) \quad \hat{u}_t^2 = 25,41 + 0,02 P_t + 0,01 E_t, \quad R^2 = 0,01$$

$$(3) \quad \hat{u}_t = -0,02 + 0,03 P_t + 0,01 Z_t - 0,04 E_t + 0,05 \hat{u}_{t-1} - 0,11 \hat{u}_{t-2} - 0,01 \hat{u}_{t-3}, \quad R^2 = 0,05$$

όπου οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα.

α) (βαθμοί: 1) Να ερμηνευθούν οι εκτιμώμενοι συντελεστές κλίσης της παλινδρόμησης. Να βρεθεί και να ερμηνευθεί ο συντελεστής προσδιορισμού.

β) (βαθμοί: 1) Να ελεγχθεί στατιστικά αν η επίδραση της τιμής του καφέ στη ζήτηση για καφέ είναι διπλάσια αυτής της τιμής της ζάχαρης. ($\alpha=0,05$).

γ) (βαθμοί: 2) Ποιές υποθέσεις μπορούν να ελεγχθούν με βάση τα υποδείγματα (2) και (3); Να γίνουν οι σχετικοί στατιστικοί έλεγχοι. ($\alpha=0,05$). Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των εκτιμητών των συντελεστών του υποδείγματος (1); Ποιές είναι οι συνέπειες στον στατιστικό έλεγχο του ερωτήματος β);

δ) (βαθμοί: 1) Έστω ότι ισχύει ότι $P_t = 2,2 + 0,8P_{t-1} + 0,3Z_t - 0,6u_t$ με $Cov(P_{t-1}, u_t) = Cov(Z_t, u_t) = 0$. Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των εκτιμητών των συντελεστών του υποδείγματος (1); Να αναπτύξετε κατάλληλη διαδικασία για τη συνεπή εκτίμηση του υποδείγματος (1).

ΘΕΜΑ 3

Έστω ότι η κατανάλωση C προσδιορίζεται από την προσδοκώμενη τιμή Y^* του εισοδήματος Y από το υπόδειγμα

$$C_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t^* + u_t$$

Σύμφωνα με την υπόθεση των αναπροσαρμοζόμενων προσδοκιών ισχύει ότι

$$Y_t^* - Y_{t-1}^* = \gamma(Y_t - Y_{t-1}^*), \quad 0 < \gamma < 1$$

Εκτιμήθηκε το ακόλουθο υπόδειγμα με τη μέθοδο OLS από δείγμα 24 μηνών

$$(1) \quad \hat{C}_t = 2,42 + 0,35 Y_t + 0,75 C_{t-1}, \quad R^2 = 0,7$$

(0,02) (0,07) (0,05)

όπου οι αριθμοί σε () είναι τα τυπικά σφάλματα.

α) (βαθμοί: 2,5) **i)** Να υπολογιστεί η εκτίμηση του βαθμού αναπροσαρμογής γ και να ελεγχθεί αν ο βαθμός αναπροσαρμογής είναι μεγαλύτερος του 0,2. ($\alpha=0,05$). **ii)** Να υπολογιστούν ο βραχυχρόνιος και ο μακροχρόνιος πολλαπλασιαστής της κατανάλωσης ως προς το εισόδημα.

β) (βαθμοί: 2,5) Δίνεται ότι

$$(2) \quad Y_t = C_t + I_t + G_t$$

$$(3) \quad G_t = \gamma_0 + \gamma_1 G_{t-1} + \gamma_2 Y_t + \gamma_3 Y_{t-1} + \eta_t$$

όπου I είναι η επένδυση, G είναι οι κυβερνητικές δαπάνες και τα σφάλματα u και η που συσχετίζονται ταυτόχρονα μεταξύ τους. Τι συμπεράσματα προκύπτουν για τις ιδιότητες των εκτιμητών στην (1); Να επιλεγεί μέθοδος για **i)** τη συνεπή και **ii)** τη συνεπή και (ασυμπτωτικά) αποτελεσματική εκτίμηση των (1), (2) και (3). Αιτιολογήστε.

Δίνεται ότι: $Z_{0,05}=1,645$, $Z_{0,025}=1,96$, $t_{15,0,05}=1,753$, $t_{15,0,025}=2,131$, $t_{16,0,05}=1,746$, $t_{16,0,025}=2,120$, $t_{17,0,05}=1,74$, $t_{17,0,025}=2,11$, $t_{18,0,05}=1,734$, $t_{18,0,025}=2,101$, $t_{19,0,05}=1,729$, $t_{19,0,025}=2,093$, $t_{20,0,05}=1,725$, $t_{20,0,025}=2,086$, $t_{21,0,05}=1,721$, $t_{21,0,025}=2,08$, $t_{22,0,05}=1,717$, $t_{22,0,025}=2,074$, $F_{1,15,0,05}=4,543$, $F_{1,16,0,05}=4,494$, $F_{1,17,0,05}=4,451$, $F_{1,18,0,05}=4,414$, $F_{1,19,0,05}=4,381$, $F_{1,20,0,05}=4,351$, $F_{1,21,0,05}=4,325$, $F_{1,22,0,05}=4,301$, $F_{2,15,0,05}=3,682$, $F_{2,16,0,05}=3,634$, $F_{2,17,0,05}=3,592$, $F_{2,18,0,05}=3,555$, $F_{2,19,0,05}=3,522$, $F_{2,20,0,05}=3,493$, $F_{2,21,0,05}=3,467$, $F_{2,22,0,05}=3,443$, $F_{3,15,0,05}=3,287$, $F_{3,16,0,05}=3,239$, $F_{3,17,0,05}=3,197$, $F_{3,18,0,05}=3,16$, $F_{3,19,0,05}=3,127$, $F_{3,20,0,05}=3,098$, $F_{3,21,0,05}=3,072$, $F_{3,22,0,05}=3,049$, $\chi^2_{1,0,05}=3,841$, $\chi^2_{2,0,05}=5,991$, $\chi^2_{3,0,05}=7,815$, $\chi^2_{4,0,05}=9,488$, $\chi^2_{5,0,05}=11,07$, $\chi^2_{6,0,05}=12,592$.

Συμβολισμός: SST=Συνολικό άθροισμα τετραγώνων, SSR=Άθροισμα τετραγώνων παλινδρόμησης, SSE=Άθροισμα τετραγώνων καταλοίπων.