

Συμβολή στη θεωρία της οικονομικής μεγέθυνσης

Prof. R. M. SOLOW
Massachusetts Institute of Technology

1 | Εισαγωγή

Η θεωρία γενικά εξαρτάται από υποθέσεις, οι οποίες δεν είναι πάντοτε επαληθευόμενες. Αυτό είναι που την κάνει θεωρία. Η τέχνη του να κατασκευάζεις πετυχημένα θεωρητικά σχήματα συνίσταται στο να κάνεις τις αναπόφευκτες απλουστευτικές υποθέσεις, με τέτοιο τρόπο, ώστε τα τελικά αποτελέσματα να αντέχουν στις δοκιμασίες¹. Μια «κρίσι-

* Αρχική δημοσίευση: A Contribution to the Theory of Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics*, 1956, σσ. 65-94. Μετάφραση - επιμέλεια: Α. Πανεθυμιτάκης από τη συλλογή άρθρων του ίδιου με τίτλο, *Θεωρίες Μεγέθυνσης και Διανομής του Εισοδήματος*, Gutenberg, 1988. Η παρούσα ηλεκτρονική έκδοση είναι αναθεωρημένη. [Σ.τ.Ε] Πρόκειται για το άρθρο τομή στη θεωρία της μεγέθυνσης. Ο Solow σε μια σειρά άρθρων του από το 1960 έως το 1966 επιχειρεί να καταδείξει την πορεία μιας αιτιότητας. Κάτι ανάλογο παρατήρησε και ο N. Kaldor όταν, την ίδια εποχή, δημοσίευσε το πλαίσιο θεώρησης της συσχέτισης της τεχνολογικής προόδου με τη συσσώρευση κεφαλαίου. Όμως και στην περίπτωση του υποδείγματος Solow η πορεία της αένας ανάπτυξης προσέκρουσε στην *φθίνουσα αποδοτικότητα του κεφαλαίου* με μόνη δυνατή διορθωτική κίνηση την ύπαρξη *εξωγενούς τεχνολογικής προόδου*. Η ερμηνεία του «κατάλοιπου Solow» ήταν το ζητούμενο. Σήμερα, το υπόδειγμα Solow αποτελεί τη βάση αναφοράς για τη σύγχρονη μακροχρόνια μακροοικονομική θεωρία η οποία θέτοντας ως στόχο την *ενδογενοποίηση* της διαδικασίας μεγέθυνσης αναζητά τα αίτια για την *μη φθίνουσα πορεία* της αποδοτικότητας του κεφαλαίου. Ο Romer και ο Lucas θεμελίωσαν αυτό που είναι σήμερα γνωστό ως «θεωρία της ενδογενούς μεγέθυνσης». Με δεδομένη την αναφορά της μακροοικονομικής στον μακρύ χρόνο, το υπόδειγμα Solow αποτελεί τη φυσική πρώτη αναφορά σε όλα τα προ-πτυχιακά ή μετα-πτυχιακά εγχειρίδια. Για την αρχή και το τέλος του υποδείγματος Solow βλέπε το σχετικό άρθρο μου, στην παρούσα ιστοσελίδα, με τίτλο «Από τον Harrod στον Solow» και τη σχετική βιβλιογραφία.

1. Έτσι το κόστος μεταφοράς ήταν απλά μια ασήμαντη περιπλοκή στη ρικαρτιανή θεωρία του εμπορίου, όμως ήταν ένα ζωτικό χαρακτηριστικό της πραγματικότητας για τον von Thunen.

μη» υπόθεση είναι μια υπόθεση από την οποία τα συμπεράσματα εξαρτώνται άμεσα, και είναι σημαντικό οι κρίσιμες υποθέσεις να είναι αρκετά ρεαλιστικές. Όταν τα αποτελέσματα μιας θεωρίας φαίνεται να απορρέουν από μια συγκεκριμένη κρίσιμη υπόθεση, τότε, αν η υπόθεση είναι αμφίβολη, τα αποτελέσματα είναι αναξιόπιστα.

Θα ήθελα να υποστηρίξω ότι κάτι τέτοιο συμβαίνει με το υπόδειγμα οικονομικής μεγέθυνσης των Harrod - Domar. Το χαρακτηριστικό και βασικό συμπέρασμα της συλλογιστικής Harrod - Domar είναι ότι ακόμα και για τη μακροχρόνια περίοδο, το οικονομικό σύστημα στην καλύτερη περίπτωση ισορροπεί πάνω στην κόψη του ξυραφιού (knife-edge) της μεγέθυνσης της οικονομίας σε κατάσταση ισορροπίας (equilibrium growth). Αν παρ' ελπίδα, τα μεγέθη των παραμέτρων-κλειδιών (ποσοστό αποταμιεύσεων, λόγος κεφαλαίου / προϊόντος, ρυθμός αύξησης της εργατικής δύναμης) απέκλιναν έστω και ελάχιστα από το κεντρικό σημείο αναφοράς, η συνέπεια θα ήταν αυξανόμενη ανεργία ή εντεινόμενος πληθωρισμός. Σε όρους του Harrod, το κρίσιμο πρόβλημα της ισορροπίας περιορίζεται σε μια σύγκριση ανάμεσα στον φυσικό ρυθμό μεγέθυνσης που εξαρτάται, όταν δεν υπάρχει τεχνολογική πρόοδος, από το ρυθμό αύξησης του εργατικού δυναμικού και τον συστημικό ρυθμό μεγέθυνσης που με τη σειρά του εξαρτάται από τις αποταμιευτικές και τις επενδυτικές συνήθειες των νοικοκυριών και των επιχειρήσεων.

Αλλά αυτή η θεμελιώδης αντίθεση, ανάμεσα στον συστημικό και τον φυσικό ρυθμό μεγέθυνσης αποδεικνύεται, τελικά, ότι απορρέει από την κρίσιμη υπόθεση πως η παραγωγή πραγματοποιείται κάτω από συνθήκες σταθερών αναλογιών (*fixed proportions*). Δεν υπάρχει πιθανότητα υποκατάστασης εργασίας με κεφάλαιο στην παραγωγή*. Αν εγκαταλειφθεί αυτή η υπόθεση, τότε η ιδέα της κόψης του ξυραφιού (της ασταθούς ισορροπίας) φαίνεται να εγκαταλείπεται επίσης. Πράγματι, δεν πρέπει να εκπλήσσει το γεγονός ότι μια τέτοια ακαμψία σ' ένα μέρος του συστήματος θα προκαλούσε έλλειψη ευελιξίας σ' ένα άλλο.

Ένα αξιοσημείωτο χαρακτηριστικό του υποδείγματος Harrod - Domar είναι ότι μελετάει συστηματικά μακροχρόνια προβλήματα με τη βοήθεια συνηθισμένων βραχυχρόνιων μέσων. Συνήθως θεωρούμε ότι στη μακροχρόνια περίοδο κυριαρχεί η νεοκλασική ανάλυση, που είναι ο χώ-

* [Σ.τ.Ε.] Η υπόθεση της υποκατάστασης δεν είναι τελικά η κύρια υπόθεση στο υπόδειγμα Harrod-Domar. Αν συσχετίσουμε την κύρια υπόθεση με την πιθανότητα αστάθειας του οικονομικού συστήματος τότε η κεντρική, ανεξάρτητη ή εξωγενής συνάρτηση επενδύσεων όταν εισαχθεί στο υπόδειγμα Solow δημιουργεί συνθήκες αστάθειας. Κι' αυτό γιατί αγνοείται, εν πολλοίς, η σχέση μεταξύ του «επιθυμητού ρυθμού» μεγέθυνσης και του «πραγματικού ρυθμού» που ανάγει το πρόβλημα σε πρόβλημα θέωσης των επιχειρηματικών προσδοκιών. Βλέπε την «Εισαγωγή» στο βιβλίο του A. Sen, ed. (1970), *Growth Economics*, Penguin.

ρος της οριακής θεωρίας. Αντίθετα, οι Harrod - Domar ομιλούν για τη μακροχρόνια περίοδο με όρους του πολλαπλασιαστή, του επιταχυντή και του συντελεστή κεφαλαίου. Το μεγαλύτερο μέρος του παρόντος κεμένου είναι αφιερωμένο σ' ένα υπόδειγμα μακροχρόνιας μεγέθυνσης, το οποίο αποδέχεται όλες τις υποθέσεις Harrod - Domar εκτός από εκείνη των σταθερών αναλογιών. Σε αντικατάσταση προτείνω την υπόθεση ότι το μοναδικό σύνθετο αγαθό που υπάρχει, παράγεται με τη βοήθεια των συντελεστών εργασία και κεφάλαιο κάτω από τις ορθόδοξες νεοκλασικές συνθήκες. Η προσαρμογή του συστήματος σ' έναν εξωγενώς δοσμένο ρυθμό αύξησης της εργατικής δύναμης εξετάζεται κάπως λεπτομερειακά, για να δούμε κατά πόσο εμφανίζεται το πρόβλημα της αστάθειας του Harrod. Οι μεταβολές και οι αμφίδρομες αλυσιδωτές αντιδράσεις τιμών-μισθών-επιτοκίου, παίζουν σημαντικό ρόλο σ' αυτή τη νεοκλασική προσαρμοστική διαδικασία και γι' αυτό αναλύονται διεξοδικά. Ακόμη, κάποιες από τις υπόλοιπες περιοριστικές υποθέσεις αίρονται μερικώς, για να φανούν οι ποιοτικές αλλαγές που απορρέουν: εισάγεται η έννοια της ουδέτερης τεχνολογικής μεταβολής όπως επίσης και μια ελαστική ως προς το επιτόκιο συνένεση αποταμιεύσεων. Τέλος, εξετάζονται σε συντομία οι συνέπειες συγκεκριμένων, περισσότερο κεϋνσιανών, σχέσεων και περιοριστικών παραγόντων.

2 | Ένα υπόδειγμα μακροχρόνιας μεγέθυνσης

Υπάρχει ένα μόνο αγαθό, ως συνολική παραγωγή, του οποίου το επίπεδο παραγωγής συμβολίζεται με το $Y(t)$. Έτσι μπορούμε να μιλάμε χωρίς ασάφεια για το πραγματικό εισόδημα της κοινωνίας. Ένα μέρος της εκάστοτε παραγωγής καταναλώνεται και το υπόλοιπο αποταμιεύεται και επενδύεται. Το μέρος της παραγωγής που αποταμιεύεται είναι μια σταθερά s , έτσι ώστε το επίπεδο αποταμίευσης να ορίζεται ως $sY(t)$. Το απόθεμα του κεφαλαίου της κοινωνίας $K(t)$ παίρνει τη μορφή συσσώρευσης του σύνθετου μοναδικού αγαθού. Η καθαρή επένδυση είναι τότε, απλώς, ο ρυθμός αύξησης αυτού του αποθέματος κεφαλαίου dK/dt ή \dot{K} , έτσι έχουμε τη βασική ταυτότητα για κάθε χρονική στιγμή:

$$\dot{K} = sY \quad (1)$$

Το παραπάνω σύνθετο προϊόν παράγεται με τη βοήθεια δύο συντελεστών παραγωγής: το κεφάλαιο και την εργασία, της οποίας το επίπεδο εισροής (στην παραγωγή) ορίζεται ως $L(t)$. Οι τεχνολογικές δυνατότητες εκφράζονται από την ακόλουθη συνάρτηση παραγωγής:

$$Y = F(K, L) \quad (2)$$

Ως παραγωγή νοείται η καθαρή παραγωγή μετά τη συνεκτίμηση της απόσβεσης του κεφαλαίου. Για την παραγωγή θα πούμε προς το παρόν ότι παρουσιάζει σταθερές αποδόσεις κλίμακας*. Γι' αυτό η συνάρτηση παραγωγής είναι ομογενής πρώτου βαθμού. Αυτό ισοδυναμεί με την υπόθεση ότι δεν υπάρχουν σπάνιοι παραγωγικοί συντελεστές που να μην μπορούν να αυξηθούν όπως, π.χ., η γη. Οι σταθερές αποδόσεις κλίμακας είναι η φυσική υπόθεση, που μπορεί να γίνει σε μια θεωρία μεγέθυνσης. Η περίπτωση της γης που σπανίζει θα οδηγούσε σε φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας ως προς το κεφάλαιο και την εργασία και το πρότυπο θα γινόταν περισσότερο ρικαρτιανό².

Από τις (1) και (2) λαμβάνουμε:

$$\dot{K} = sF(K, L) \quad (3)$$

Αυτή είναι μια εξίσωση με δύο αγνώστους. Ενας τρόπος να συμπληρώσουμε το σύστημα θα ήταν να προσθέσουμε αφενός μια εξίσωση ζήτησης εργασίας όπου η οριακή φυσική παραγωγικότητα της εργασίας ισούται με το επίπεδο του πραγματικού ημερομίσθιου και αφετέρου μια εξίσωση προσφοράς εργασίας. Η τελευταία αυτή εξίσωση θα μπορούσε να λάβει τη γενική μορφή της προσφοράς εργασίας ως συνάρτησης του πραγματικού ημερομίσθιου ή να θέσουμε το πραγματικό ημερομίσθιο ίσο μ'

* [Σ.τ.Ε.] Η υπόθεση αυτή του υποδείγματος Solow είναι πολύ βασική διότι:

α) Από τη φύση της συνάρτησης παραγωγής που χρησιμοποιείται, η συνάρτηση αποταμίευσης αυξάνεται με φθίνοντα ρυθμό.

β) Μόνο σε μια μεγάλη οικονομία η υπόθεση του διπλασιασμού του κεφαλαίου και της εργασίας θα καταλήξει σε διπλασιασμό της παραγωγής επειδή (υποθέτουμε) ότι οι νέες εισροές σε κεφάλαιο και εργασία θα χρησιμοποιηθούν όπως και οι υπάρχοντες παραγωγικοί συντελεστές.

γ) Θεωρούνται ως «πηγές μεγέθυνσης» μόνο το κεφάλαιο και η εργασία. Η γνώση και οι φυσικοί πόροι δεν ενδιαφέρουν ιδιαίτερα.

δ) Το κεφάλαιο έχει φθίνουσες αποδόσεις, που είναι και οι ανασταλτικοί παράγοντες της οικονομικής μεγέθυνσης. Μόνο όταν προστεθεί η εξωγενής τεχνολογική μεταβολή, εξασφαλίζεται η αέναη οικονομική μεγέθυνση.

Γι' αυτόν ακριβώς το λόγο η νέα θεωρία μεγέθυνσης ενδογενοποιεί την τεχνολογική πρόοδο και υποθέτει μη φθίνουσες αποδόσεις του κεφαλαίου. Για το χειρισμό της συνάρτησης παραγωγής στη θεωρία της μεγέθυνσης βλέπε Ν. Πετραλιάς (1992) *Θεωρίες Οικονομικής Μεγέθυνσης*, Σημειώσεις, Πανεπιστήμιο Αθηνών, Τμήμα Οικονομικών Επιστημών στο τέλος αυτού του μέρους. Επίσης βλέπε το άρθρο των J. Felipe and JSL McCombie, *How Sound are the Foundations of the Aggregate Production Function?*, University of Otago, New Zealand, No. 0116, Mimeo.

Επίσης βλέπε την ελληνική μετάφραση του βιβλίου του Hywell G. Jones, (1975), *Εισαγωγή στις Σύγχρονες Θεωρίες Οικονομικής Μεγέθυνσης*, Εκδόσεις Κριτική, Αθήνα (1993).

2. Βλέπε, για παράδειγμα, Haavelmo (1954), σσ. 9-11. Δεν είναι όλες οι «λιγότερο αναπτυγμένες χώρες» χωρίς επαρκή εδάφη. Η Αιθιοπία είναι ένα αντιπαράδειγμα. Μπορούμε να φανταστούμε την εφαρμογή της θεωρίας όσο επεκτείνεται το καλλιεργήσιμο έδαφος, εις βάρος των αγόνων εδαφών, με σχετικά σταθερό κόστος.

ένα συμβατικό επίπεδο διαβίωσης. Και στις δύο περιπτώσεις θα είχαμε 3 εξισώσεις με 3 αγνώστους: K , L και πραγματικό ημερομίσθιο.

Αντίθετα, εμείς θα προσπαθήσουμε να προσεγγίσουμε περισσότερο το πνεύμα του πρότυπου του Harrod. Ως αποτέλεσμα της εξωγενούς αύξησης του πληθυσμού η εργατική δύναμη αυξάνεται μ' έναν σχετικά σταθερό ρυθμό n^* . Χωρίς τεχνολογική πρόοδο, το n είναι ο φυσικός ρυθμός μεγέθυνσης του Harrod.

Έτσι:

$$L(t) = L_0 e^{nt} \quad (4)$$

Στη σχέση (3) το L εκφράζει τη συνολική απασχόληση, στη σχέση (4) το L εκφράζει τη διαθέσιμη προσφορά εργασίας. Ταυτίζοντας τις δύο εξισώσεις (για την προσφορά και τη ζήτηση εργασίας), υποθέτουμε ότι διατηρείται η πλήρης απασχόληση. Όταν αντικαταστήσουμε την (4) στην (3) έχουμε

$$\dot{K} = sF(K, L_0 e^{nt}) \quad (5)$$

που είναι η βασική εξίσωση η οποία ορίζει τη διαχρονική πορεία της συσσώρευσης του κεφαλαίου, που πρέπει να ακολουθηθεί, αν πρόκειται ν' απασχολείται όλο το διαθέσιμο εργατικό δυναμικό.

* [Σ.τ.Ε.] Ο Solow επιδιώκει να ακολουθήσει τον Harrod ως προς τη φύση και την σημασία του παραγωγικού συντελεστή εργασία σε συνάρτηση με την τεχνολογική πρόοδο. Υποθετείται εδώ η ουδετερότητα κατά Harrod (Harrod-neutral) ή (labor-augmenting) αυξητική της εργασίας τεχνολογική πρόοδος, η οποία, με βάση τη συνάρτηση προσφοράς, ορίζεται ως

$$Y = F(K, AL),$$

σε αντίθεση προς τον τύπο

$$Y = AF(K, L),$$

που είναι ουδέτερη κατά Hicks (Hicks-neutral) και προς τον τύπο

$$Y = F(AK, L),$$

που είναι αυξητική του κεφαλαίου (capital-augmenting).

Όμως ο σημερινός αναγνώστης θα πρέπει να γνωρίζει ότι στην τρέχουσα γραφή (σε προχωρημένο επίπεδο) του υποδείγματος Solow το AL αναφέρεται ως «αποτελεσματική εργασία» (effective labor) και παραλληλίζεται με τη «γνώση» και την ικανότητα εφαρμογής της και γι' αυτό άλλωστε αναφέρονται σε τρεις παραγωγικούς συντελεστές: το κεφάλαιο, την εργασία και τη γνώση. Βέβαια η είσοδος της εργασίας και της γνώσης στο υπόδειγμα έχει καθαρά πολλαπλασιαστικό χαρακτήρα. Αυτή η σχέση της labor-augmenting τεχνολογικής προόδου είναι ο ένας πυλώνας της ενδογενούς μεγέθυνσης που προτάθηκε από τον R. Lucas και είναι γνωστές ως «θεωρίες ανθρωπίνου κεφαλαίου» (human capital). Βλέπε R. Lucas (1988), «On the Mechanics of Economic Development», *Journal of Monetary Economics*.

Εναλλακτικά η (4) μπορεί να θεωρηθεί ως καμπύλη προσφοράς εργασίας. Αυτό σημαίνει πως είναι απόλυτα ανελαστική η προσφορά εργασίας του εργατικού δυναμικού που αυξάνεται εκθετικά. Η καμπύλη προσφοράς εργασίας είναι μια κάθετη γραμμή, η οποία μετατοπίζεται προς τα δεξιά με το πέρασμα του χρόνου, όσο αυξάνεται η εργατική δύναμη σύμφωνα με την (4). Τότε το επίπεδο του πραγματικού μισθού προσαρμόζεται, έτσι ώστε να απασχολείται όλο το διαθέσιμο εργατικό δυναμικό και η εξίσωση της οριακής παραγωγικότητας καθορίζει το επίπεδο του μισθού που θα ισχύσει πραγματικά³.

Περιληπτικά, η (5) είναι μια διαφορική εξίσωση με μοναδική μεταβλητή την $K(t)$. Η λύση της δίνει τη μοναδική διαχρονική κατανομή του αποθέματος κεφαλαίου της κοινωνίας, το οποίο θα απασχολήσει πλήρως το διαθέσιμο εργατικό δυναμικό. Από τη στιγμή που γνωρίζουμε τη διαχρονική πορεία του αποθέματος κεφαλαίου και του εργατικού δυναμικού, μπορούμε να υπολογίσουμε από τη συνάρτηση παραγωγής την αντίστοιχη διαχρονική πορεία της πραγματικής παραγωγής. Η εξίσωση της οριακής παραγωγικότητας καθορίζει τη διαχρονική πορεία του επιπέδου του πραγματικού ημερομισθίου. Εδώ εμφανίζεται επίσης η ανάγκη να υποθεσουμε την πλήρη απασχόληση του διαθέσιμου αποθέματος κεφαλαίου. Κάθε στιγμή η προσφορά του προϋπάρχοντος αποθέματος κεφαλαίου (το αποτέλεσμα της προηγούμενης συσσώρευσης) είναι ανελαστική. Έτσι έχουμε μια παρόμοια εξίσωση για την οριακή παραγωγικότητα του κεφαλαίου, η οποία καθορίζει την πραγματική αμοιβή των υπηρεσιών που προσφέρει το απόθεμα του κεφαλαίου ανά μονάδα χρόνου. Η διαδικασία μπορεί να περιγραφεί ως εξής: σε κάθε χρονική στιγμή η διαθέσιμη προσφορά εργασίας δίνεται από την (4) ενώ το διαθέσιμο απόθεμα κεφαλαίου είναι επίσης δεδομένο. Μια και η πραγματική απόδοση των συντελεστών θα προσαρμοσθεί, ώστε να επιτευχθεί πλήρης απασχόληση της εργασίας και του κεφαλαίου, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη συνάρτηση παραγωγής (2) για να προσδιορίσουμε το τρέχον επίπεδο της παραγωγής. Τότε, η ροπή για αποταμίευση εκτιμά τον όγκο της παραγωγής που θα αποταμιευθεί και θα επενδυθεί. Έτσι, γνωρίζουμε την καθαρή συσσώρευση κεφαλαίου που συντελέστηκε κατά τη διάρκεια της τρέχουσας περιόδου. Αν προστεθεί στο ήδη συσσωρευμένο απόθεμα κεφαλαίου, προσδιορίζει το διαθέσιμο κεφάλαιο για την ερχόμενη περίοδο και η όλη διαδικασία επαναλαμβάνεται.

3. Το πλήρες σύστημα αυτών των εξισώσεων αποτελείται από τις (3), (4) και την

$$\frac{\partial(K, L)}{\partial L} = w$$

3 | Εφικτά πρότυπα μεγέθυνσης

Για να δούμε αν υπάρχει πάντοτε μια πορεία κεφαλαιακής συσσώρευσης συμβιβαστής με οποιονδήποτε ρυθμό αύξησης του εργατικού δυναμικού, πρέπει να εξετάσουμε την ποιοτική φύση των λύσεων της διαφορικής εξίσωσης (5). Φυσικά, χωρίς να προσδιορίσουμε την ακριβή μορφή της συνάρτησης παραγωγής, δεν μπορούμε να βρούμε την ακριβή λύση. Αλλά ορισμένες γενικές ιδιότητες είναι πολύ εύκολο να απομονωθούν και να προσδιορισθούν ακόμα και γραφικά.

Παρουσιάζουμε λοιπόν μια νέα μεταβλητή $r = K/L$, που είναι ο λόγος κεφαλαίου προς εργασία. Έτσι έχουμε: $K = rL = rL_0e^{nt}$. Παραγωγίζοντας ως προς το χρόνο έχουμε

$$\dot{K} = L_0e^{nt}\dot{r} + nrL_0e^{nt}.$$

Αντικαθιστούμε αυτή τη λύση στην (5):

$$(\dot{r} + nr)L_0e^{nt} = sF(K, L_0e^{nt}).$$

Αλλά, λόγω των σταθερών αποδόσεων κλίμακας, μπορούμε να διαιρέσουμε και τις δύο μεταβλητές του F με το $L = L_0e^{nt}$ και να πολλαπλασιάσουμε την F με τον ίδιο παράγοντα. Έτσι

$$(\dot{r} + nr)L_0e^{nt} = sL_0e^{nt}F\left(\frac{K}{L_0e^{nt}}, 1\right)$$

και απαλείφοντας τον κοινό παράγοντα καταλήγουμε στην εξής μορφή

$$\dot{r} = sF(r, 1) - nr. \quad (6)$$

Εδώ έχουμε μια διαφορική εξίσωση που περιλαμβάνει μόνο το λόγο κεφαλαίου / εργασίας.

Η θεμελιώδης αυτή εξίσωση μπορεί να εξαχθεί και κάπως λιγότερο φορμαλιστικά. Αφού $r = K/L$, ο σχετικός ρυθμός μεταβολής του r είναι η διαφορά μεταξύ των σχετικών ρυθμών μεταβολής του K και του L . Δηλαδή,

$$\frac{\dot{r}}{r} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L}.$$

Αλλά επειδή γνωρίζουμε ότι

$$\dot{L}/L = n \quad \text{και} \quad \dot{K} = sf(K, L)$$

Κάνοντας αυτές τις αντικαταστάσεις έχουμε:

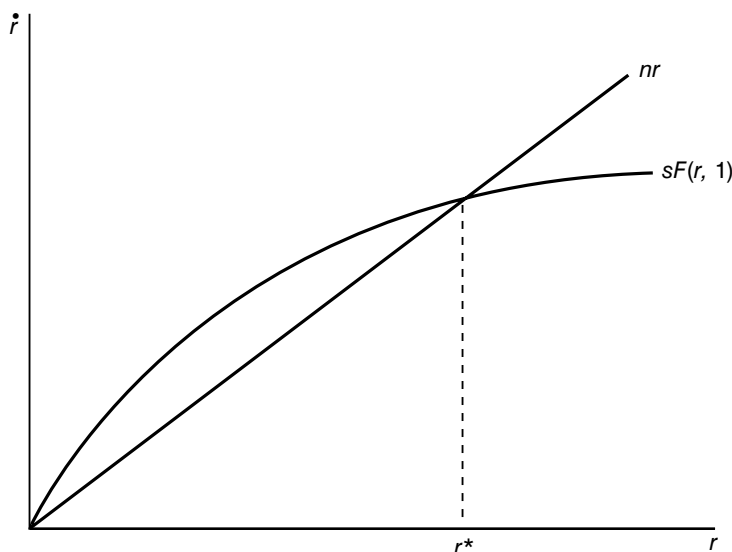
$$\dot{r} = r \frac{sF(K, L)}{K} - nr.$$

Τώρα απαλείφουμε το L από την F , όπως προηγουμένως, και επειδή $L / K = 1 / r$, φθάνουμε πάλι στην (6).

Η συνάρτηση $F(r, 1)$, που εμφανίζεται στην (6) είναι εύκολο να ερμηνευθεί. Είναι η καμπύλη συνολικής παραγωγής καθώς μεταβάλλεται η ποσότητα (r) του κεφαλαίου που χρησιμοποιείται με μια μονάδα εργασίας. Δηλαδή προσδιορίζει το προϊόν (παραγωγή) ανά εργαζόμενο, ως συνάρτηση του κεφαλαίου προς εργαζόμενο. Επομένως η (6) σημαίνει ότι ο ρυθμός μεταβολής του λόγου κεφαλαίου / εργασίας είναι η διαφορά μεταξύ δύο όρων, όπου ο ένας αντιπροσωπεύει την αύξηση (προσαύξηση) του κεφαλαίου και ο άλλος την αύξηση της εργασίας.

Όταν έχουμε $\dot{r} = 0$, σημαίνει ότι ο λόγος κεφαλαίου / εργασίας είναι μια σταθερά και το κλίση κεφαλαίου πρέπει να αυξάνεται με τον ίδιο ρυθμό, όπως η εργατική δύναμη, δηλαδή n . [Ο συστημικός (warranted) ρυθμός μεγέθυνσης, συστημικός με την έννοια ότι συμβιβάζεται με το πραγματικό ποσοστό απόδοσης του κεφαλαίου –σε κατάσταση πλήρους απασχόλησης– ισούται με τον φυσικό ρυθμό]. Στο Σχήμα 3.1, η ευθεία που ξεκινά από την αρχή των αξόνων με κλίση n αποδίδει τη συνάρτηση

ΣΧΗΜΑ 3.1



nr . Η άλλη καμπύλη είναι η συνάρτηση $sF(r, 1)$. Έχει σχεδιασθεί εδώ, έτσι ώστε να περνάει από την αρχή των αξόνων και είναι κυρτή προς τα πάνω: δεν μπορεί να υπάρχει παραγωγή, αν και οι δύο εισροές δεν είναι θετικές και έχουμε φθίνουσα οριακή παραγωγικότητα του κεφαλαίου, όπως θα μπορούσε να ισχύει, για παράδειγμα, με τη συνάρτηση Cobb - Douglas. Στο σημείο τομής έχουμε $nr = sF(r, 1)$ και $\dot{r} = 0$. Αν ο λόγος κεφαλαίου / εργασίας r^* επιτευχθεί κάποτε, τότε θα μπορεί να διατηρηθεί σταθερός, ενώ το κεφάλαιο και η εργασία θα αναπτύσσονται από και ύστερα αναλογικά. Με σταθερές αποδόσεις κλίμακας, η πραγματική παραγωγή θα αυξάνεται επίσης με τον ίδιο σχετικό ρυθμό n και το προϊόν κατά κεφαλή θα είναι επίσης σταθερό.

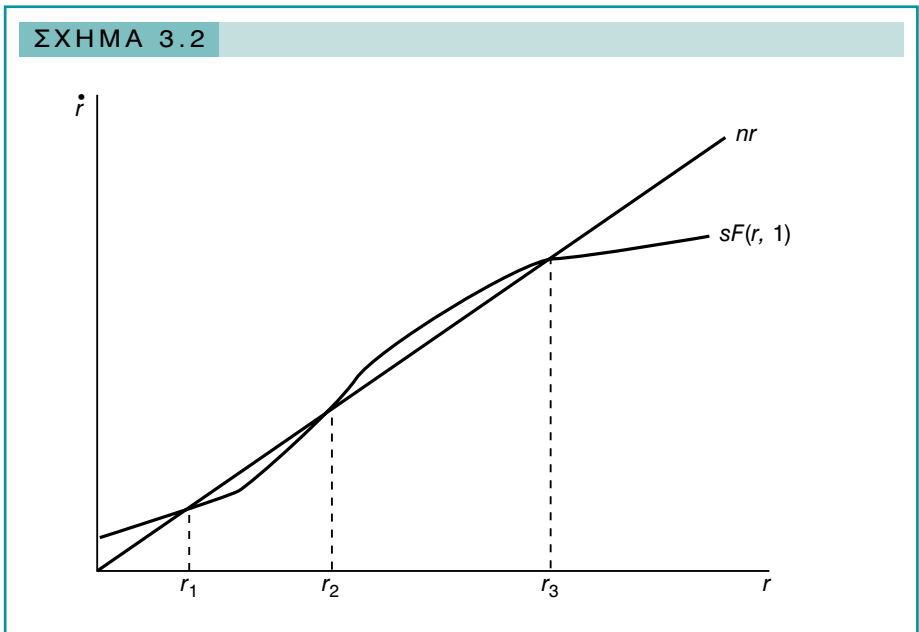
Αν όμως $r \neq r^*$, τότε πώς θα εξελιχθεί διαχρονικά ο λόγος κεφαλαίου / εργασίας; Στα δεξιά του σημείου τομής, όπου $r > r^*$ έχουμε $nr > sF(r, 1)$, ενώ από την εξίσωση (6) βλέπουμε ότι το r θα ελαττωθεί, τείνοντας προς το r^* . Αντίστροφα, αν αρχικά $r < r^*$, το σχήμα δείχνει ότι $nr < sF(r, 1)$, $\dot{r} > 0$ και το r θα αυξηθεί, τείνοντας προς το r^* . Έτσι, η τιμή ισορροπίας r^* είναι σταθερή. Όποια και αν είναι η αρχική τιμή του λόγου κεφαλαίου / εργασίας, το σύστημα θα εξελίσσεται προς μια κατάσταση ισορροπίας μεγέθυνσης στον φυσικό ρυθμό, όπου η διαχρονική πορεία του κεφαλαίου και της παραγωγής δε θα είναι ακριβώς εκθετική παρά μόνο ασυμπτωτικά⁴. Αν το αρχικό απόθεμα κεφαλαίου είναι κατώτερο εκείνου που αντιστοιχεί στο λόγο ισορροπίας, το κεφάλαιο και η παραγωγή θα αυξάνονται με ταχύτερο ρυθμό από ό,τι η εργατική δύναμη, μέχρι να επιτευχθεί ο λόγος ισορροπίας. Αν ο αρχικός λόγος κεφαλαίου / εργασίας έχει τιμή μεγαλύτερη από την τιμή ισορροπίας, τότε το κεφάλαιο και η παραγωγή θα αυξάνονται πιο αργά από το εργατικό δυναμικό. Η αύξηση της παραγωγής βρίσκεται πάντοτε ανάμεσα στην αύξηση της εργασίας και του κεφαλαίου.

Φυσικά, η μεγάλη σταθερότητα, που απεικονίζεται στο Σχήμα 1, δεν θεωρείται αναπόφευκτη κατάληξη. Η μονοτονική προσαρμογή του κεφαλαίου και της παραγωγής σ' ένα επίπεδο ισορροπίας μεγέθυνσης προκύπτει από τον τρόπο με τον οποίο σχεδιάστηκε η καμπύλη της παραγωγικότητας $F(r, 1)$. Οποιαδήποτε άλλη σχεδίαση είναι *a priori* δυνατή. Για παράδειγμα, στο Σχήμα 2 υπάρχουν τρία σημεία τομής. Αν εξετάσουμε αυτά τα σημεία, διαπιστώνουμε ότι τα r_1 και r_3 είναι σταθερά, το δε σημείο r_2 δεν είναι σταθερό. Ανάλογα με την αρχική τιμή του λόγου κεφαλαίου / εργασίας που έχει παρατηρηθεί, το σύστημα θα εξελιχθεί

4. Υπάρχει εδώ μια εξαιρέση. Αν $K = 0$, $r = 0$ το σύστημα δεν μπορεί να τεθεί σε κίνηση χωρίς κεφάλαιο δεν υπάρχει παραγωγή και έτσι δεν υπάρχει συσσώρευση. Αλλά αυτή η ισορροπία είναι ασταθής. Η παραμικρή συσσώρευση κεφαλαίου θα κινήσει το σύστημα προς το r^* .

προς μια ισόρροπη μεγέθυνση με βάση το λόγο κεφαλαίου / εργασίας r_1 ή r_3 . Και στις δύο περιπτώσεις, η προσφορά εργασίας, το απόθεμα κεφαλαίου και η πραγματική παραγωγή θα αυξηθούν ασυμπτωτικά με ρυθμό n , αλλά γύρω από το στίγμα του r_1 το κεφάλαιο θα είναι λιγότερο απ' ό,τι γύρω από το r_3 . Έτσι το επίπεδο του κατά κεφαλήν προϊόντος θα είναι μικρότερο στην πρώτη περίπτωση παρά στη δεύτερη. Το σχετικό σημείο ισορροπίας του ρυθμού μεγέθυνσης βρίσκεται στο σημείο r_1 , για έναν αρχικό λόγο κεφαλαίου / εργασίας που θα βρίσκεται οπουδήποτε μεταξύ των τιμών 0 και r_2 , και είναι στο σημείο r_3 για οποιονδήποτε αρχικό λόγο μεγαλύτερο του r_2 . Ο λόγος r_2 είναι ο ίδιος ένας λόγος ισορροπίας μεγέθυνσης, αλλά είναι ασταθής. Μια οποιαδήποτε τυχαία διαταραχή θα εντείνεται με την πάροδο του χρόνου. Το Σχήμα 3.2 σχεδιάστηκε με τέτοιο τρόπο, ώστε αν είναι δυνατή η επίτευξη παραγωγής χωρίς κεφάλαιο. Έτσι, η αρχή των αξόνων δεν απεικονίζει σχηματισμό ισορροπίας «μεγέθυνσης».

Ακόμα και στο Σχήμα 3.2, όμως, δεν εξαντλεί όλες τις δυνατές περιπτώσεις. Είναι πολύ πιθανό να μην υπάρχει καν σημείο ισορροπίας μεγέθυνσης. Κάθε μη φθίνουσα συνάρτηση $F(r, 1)$ μπορεί να μετατραπεί σε

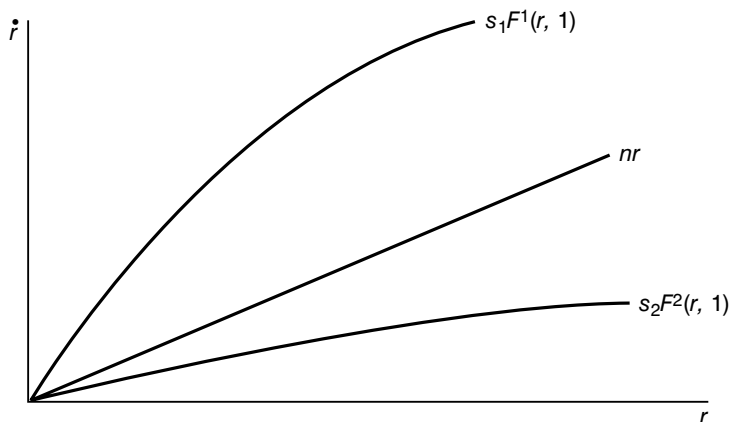


5. Αυτό φαίνεται να έρχεται σε αντίθεση με ένα θεώρημα των Solow-Samuelson (1953), αλλά η αντίθεση είναι μόνο επιφανειακή. Είχε υποτεθεί σ' αυτό το θεώρημα ότι κάθε αγαθό είχε μια θετική οριακή παραγωγικότητα στην παραγωγή του κάθε αγαθού. Εδώ το κεφάλαιο δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την παραγωγή εργασίας.

μια συνάρτηση παραγωγής με σταθερές αποδόσεις κλίμακας, αν πολλαπλασιασθεί απλώς επί L . Ο αναγνώστης μπορεί να κατασκευάσει μια μεγάλη ποικιλία τέτοιων καμπυλών και να εξετάσει τις λύσεις που προκύπτουν ως προς την (6). Στο Σχήμα 3.3, υποδεικνύονται δύο δυνατότητες μαζί με μια ευθεία nr . Και οι δύο χαρακτηρίζονται σε όλα τα σημεία τους από φθίνουσα οριακή παραγωγικότητα και η μια βρίσκεται εξ ολοκλήρου πάνω από την nr , ενώ η άλλη βρίσκεται εξ ολοκλήρου κάτω από αυτήν⁶. Το πρώτο σύστημα είναι τόσο παραγωγικό και αποταμιεύει τόσο πολύ, ώστε η μόνιμη κατάσταση πλήρους απασχόλησης, που θα επιτευχθεί, θα αυξήσει τελικά το λόγο κεφαλαίου / εργασίας (και επίσης το κατά κεφαλήν προϊόν) πέρα από κάθε όριο. Κεφάλαιο και εισόδημα αυξάνονται γρηγορότερα από την προσφορά εργασίας. Το δεύτερο σύστημα είναι τόσο αντιπαραγωγικό, ώστε η πορεία για την πλήρη απασχόληση να συνεπάγεται ένα διαρκώς μειούμενο κατά κεφαλήν εισόδημα. Αφού η καθαρή επένδυση είναι πάντα θετική και η προσφορά εργασίας αυξανόμενη, το συνολικό εισόδημα δεν μπορεί παρά να αυξάνει.

Η βασική συμπερασματική κατάληξη αυτής της ανάλυσης είναι ότι, όταν η παραγωγή πραγματοποιείται κάτω από τις συνηθισμένες νεοκλα-

ΣΧΗΜΑ 3.3



6. Η εξίσωση της πρώτης θα μπορούσε να είναι

$$s_1F^1(r, 1) = nr + \sqrt{r}$$

και της δεύτερης

$$s_2F^2(r, 1) = \frac{nr}{r+1}$$

σικές συνθήκες των μεταβλητών αναλογιών και των σταθερών αποδόσεων κλίμακας, δεν είναι δυνατή καμιά ασυμφωνία μεταξύ φυσικών και συστημικών ρυθμών μεγέθυνσης. Μπορεί να μην υπάρχει –πραγματικά στην περίπτωση συνάρτησης Cobb-Douglas αποκλείεται να υπάρχει– οποιαδήποτε κατάσταση όπως η γνωστή «κόψη του ξυραφιού». Το σύστημα μπορεί να προσαρμόζεται σε οποιονδήποτε δεδομένο ρυθμό αύξησης του εργατικού δυναμικού και τελικά να προσεγγίζει μια κατάσταση σταθερής αναλογικής μεγέθυνσης*.

4 | Παραδείγματα

Σ' αυτή την παράγραφο σκοπεύω να αναπτύξω σύντομα, τρία παραδείγματα, τρεις απλές περιπτώσεις για το σχήμα της συνάρτησης παραγωγής που καθεμία λύνει επακριβώς τη διαφορική εξίσωση (6).

► Παράδειγμα 1: Η περίπτωση των σταθερών αναλογιών

Αυτή είναι η περίπτωση Harrod - Domar. Χρειάζονται a μονάδες κεφαλαίου για να παραχθεί μια μονάδα προϊόντος, και b μονάδες εργασίας. Έτσι το a είναι ένας συντελεστής επιτάχυνσης. Φυσικά, μια μονάδα προϊόντος μπορεί να παραχθεί με *περισσότερο* κεφάλαιο ή / και εργασία από αυτό το επίπεδο (οι καμπύλες ίσου προϊόντος σχηματίζουν ορθές γωνίες). Ο πρώτος περιοριστικός παράγοντας που συναντάται οριοθετεί το επίπεδο της παραγωγής. Αυτό μπορεί να εκφραστεί με τη βοήθεια του τύπου (2) γράφοντας:

$$Y = F(K, L) = \min\left(\frac{K}{a}, \frac{L}{b}\right)$$

όπου « \min (...)» σημαίνει τον μικρότερο από τους αριθμούς σε παρένθεση. Η βασική διαφορική εξίσωση (6) γίνεται:

$$\dot{r} = s \min\left(\frac{r}{a}, \frac{1}{b}\right) - nr.$$

* [Σ.τ.Ε] Είναι περισσότερο από προφανές ότι ο Solow εισάγει ρητά τον προβληματισμό του Harrod για τον «συστημικό ρυθμό» ανάπτυξης και τη σύγκρουσή του με το «φυσικό ρυθμό» ανάπτυξης. Η είσοδος και χρήση της συνάρτησης Cobb-Douglas αποκλείει την εμφάνιση του προβλήματος την «κόψης του ξυραφιού» κι έτσι η αύξηση του πληθυσμού προσεγγίζει σταδιακά τη σταθερή κατάσταση ισορροπίας με τον χειρισμό την πλεονασματικής εργασίας. Η αγορά τείνει να προσαρμόζει την «τιμή» των ημερομισθίων και την «τιμή» του κεφαλαίου.

Προφανώς, για κάθε μικρή τιμή του r πρέπει να έχουμε $r/a < 1/b$, τόσο που σ' αυτό το εύρος τιμών να είναι

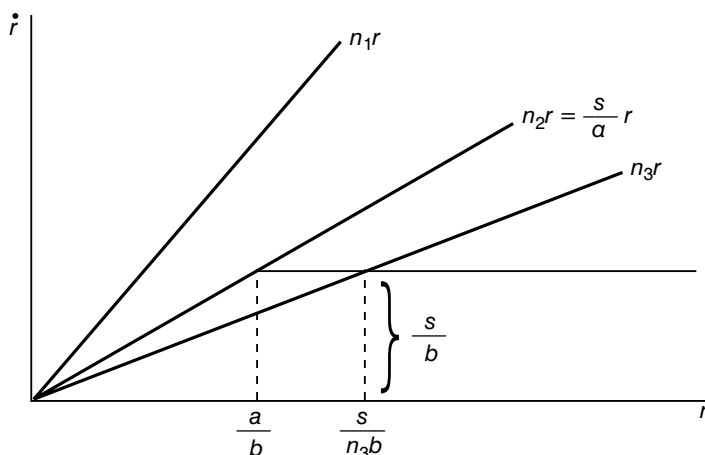
$$\dot{r} = \frac{sr}{a} - nr = \left(\frac{s}{a} - n \right)r.$$

Αλλά, όταν $r/a \geq 1/b$ δηλαδή $r \geq a/b$, η εξίσωση γίνεται $\dot{r} = s/b - nr$. Είναι ευκολότερο να δούμε τον τρόπο που λειτουργεί αυτό με τη βοήθεια ενός σχήματος. Στο Σχήμα 3.4, η συνάρτηση $s \min(r/a, 1/b)$ παριστάνεται από μια διακεκομμένη γραμμή: η ευθεία από την αρχή των αξόνων με κλίση s/a συνεχίζεται μέχρι το σημείο εκείνο που το r προσεγγίζει την τιμή a/b και κατόπιν μετατρέπεται σε μια οριζόντια γραμμή στο ύψος του s/b . Στο υπόδειγμα Harrod, s/a είναι ο συστημικός ρυθμός μελέθουσας. Υπάρχουν τρεις πιθανές περιπτώσεις:

1. $n_1 > s/a$: Σ' αυτή την περίπτωση ο φυσικός ρυθμός μεγέθυνσης είναι μεγαλύτερος από το συστημικό ρυθμό. Μπορεί να φανεί από το Σχήμα 4 ότι το $n_1 r$ είναι πάντοτε μεγαλύτερο από την $s \min(r/a, 1/b)$, έτσι ώστε το r πάντα φθίνει. Ας υποθέσουμε ότι η αρχική τιμή του λόγου κεφαλαίου / εργασίας είναι το $r_0 > a/b$, τότε έχουμε $\dot{r} = s/b - n_1 r$, που έχει την εξής λύση:

$$r = \left(r_0 - \frac{s}{n_1 b} \right) e^{-n_1 t} + \frac{s}{n_1 b}.$$

ΣΧΗΜΑ 3.4



Έτσι το r μειώνεται τείνοντας προς το s/n_1b , το οποίο με τη σειρά του είναι μικρότερο από το a/b . Σ' ένα σημείο του χρόνου t_1 , που υπολογίζεται εύκολα, το r εξισώνεται τελικά προς το a/b . Από κει και πέρα έχουμε $\dot{r} = (s/a) - n_1)r$, της οποίας η λύση είναι:

$$r = \frac{a}{b} e^{(s/a - n_1)(t - t_1)}.$$

Όταν έχουμε $s/a < n_1$, το r θα μειώνεται τείνοντας στο μηδέν. Στο χρόνο t_1 , όπου $r = a/b$, η προσφορά εργασίας και το απόθεμα του συσσωρευμένου κεφαλαίου βρίσκονται σε ισορροπία. Από κει και πέρα καθώς ο λόγος K/L μειώνεται, το εργατικό δυναμικό πλεονάζει και η έκταση της πλεονασματικότητας αυξάνει. Το επίπεδο της ανεργίας μπορεί να υπολογισθεί ξεκινώντας από τη σχέση $K = L_0 e^{nt}$. Επειδή γνωρίζουμε ότι, όταν το κεφάλαιο είναι ο περιοριστικός παράγοντας, η παραγωγή ορίζεται από τη σχέση K/a και επομένως η απασχόληση ορίζεται ως $b(K/a)$.

2. $n_2 = s/a$: Σ' αυτή την περίπτωση ο φυσικός και ο συστημικός ρυθμός μεγέθυνσης είναι ίσοι. Αν αρχικά έχουμε $r > a/b$, έτσι ώστε η εργασία να είναι ο περιοριστικός παράγοντας, τότε το r μειώνεται σε a/b και παραμένει εκεί. Αν αρχικά είχαμε $r < a/b$, τότε το r παραμένει σταθερό διαχρονικά σ' ένα είδος ουδέτερης ισορροπίας. Το απόθεμα κεφαλαίου και η προσφορά εργασίας αυξάνονται με έναν κοινό ρυθμό n_2 και όποιο κι αν ήταν το ποσοστό της πλεονασματικής εργασίας αρχικά, διατηρείται.

3. $n_3 < s/a$: ο συστημικός ρυθμός μεγέθυνσης είναι μεγαλύτερος από το φυσικό ρυθμό. Τυπικά η λύση είναι ακριβώς η ίδια με την περίπτωση 1, όταν τοποθετήσουμε το n_3 στη θέση του n_1 . Υπάρχει μια σταθερή ισορροπία του λόγου κεφαλαίου / προϊόντος στο $r = s/(n_3b)$. Αλλά εδώ το κεφάλαιο πλεονάζει όπως μπορούμε να συμπεράνουμε από το γεγονός ότι η οριακή παραγωγικότητα του κεφαλαίου αγγίζει το μηδέν. Το ποσοστό του αποθέματος κεφαλαίου που πραγματικά απασχολείται στην ισόρροπη ανάπτυξη είναι $(an_3)/s$. Αλλά όταν αυξάνει το απόθεμα κεφαλαίου (με έναν ρυθμό ασυμπτωτικά ίσο προς n_3), ο απόλυτος όγκος της υπερβάλλουσας παραγωγικής δυναμικότητας αυξάνει επίσης. Αυτή η εμφάνιση του πλεονάσματος σαν κάτι το ανεξάρτητο από τις μεταβολές στις σχέσεις τιμών - μισθών είναι μια συνέπεια των σταθερών αναλογιών και δίνει στο παράδειγμα Harrod - Domar το χαρακτηριστικό του στοιχείου που είναι η ανελαστική ισορροπία.

Τελικά μπορούμε να φανταστούμε μια συνάρτηση παραγωγής τέτοια ώστε, αν το r υπερβεί μια κρίσιμη τιμή r_{\max} , το οριακό προϊόν του κεφαλαίου να μειώνεται στο μηδέν, και αν το r υστερήσει λίγο από μια άλλη κρίσιμη τιμή r_{\min} , το οριακό προϊόν της εργασίας να μηδενίζεται. Για εν-

διάμεσες τιμές του λόγου κεφαλαίου / εργασίας οι καμπύλες ισοπαραγωγής είναι οι γνωστές. Το Σχήμα 4 θα είχε ένα γραμμικό τμήμα για $0 \leq r \leq r_{\min}$, μετά θα είχε ένα τμήμα όπως στο Σχήμα 3.1 για $r_{\min} \leq r \leq r_{\max}$, και θα τελείωνε με ένα οριζόντιο τμήμα για $r > r_{\max}$. Θα υπήρχε μια ολόκληρη «ζώνη» ρυθμών αύξησης της προσφοράς εργασίας που θα οδηγούσε σε μια ισορροπία όπως στο Σχήμα 3.1. Για τιμές του n κάτω από αυτή τη ζώνη, το τελικό αποτέλεσμα θα ήταν η εμφάνιση πλεονασματικού κεφαλαίου, ενώ για τιμές του n πάνω από τη ζώνη αυτή, θα έχουμε πλεόνασμα εργασίας. Στο βαθμό που, μακροχρόνια, μεταβάλλεται η αναλογική συμμετοχή των συντελεστών (κεφάλαιο και εργασία), η ενδιάμεση ζώνη των ρυθμών μεγέθυνσης θα είναι ευρύτερη.

► Παράδειγμα 2: Η περίπτωση της Cobb - Douglas

Οι ιδιότητες της συνάρτησης $Y = K^a L^{1-a}$, είναι τόσο γνωστές, ώστε δεν χρειάζονται σχόλια. Το Σχήμα 1 περιγράφει μια κατάσταση πραγμάτων που είναι ανεξάρτητη από την εκλογή των παραμέτρων a και n . Η οριακή παραγωγικότητα του κεφαλαίου αυξάνεται απεριόριστα καθώς μειώνεται ο λόγος κεφαλαίου / εργασίας, έτσι ώστε η καμπύλη $sF(r, 1)$ πρέπει να υψώνεται υπεράνω της ακτίνας nr . Αλλά όταν το $a < 1$, η καμπύλη πρέπει τελικά να τέμνει την ευθεία από πάνω και ακολούθως να παραμένει κάτω από αυτή. Έτσι, η ασυμπτωτική συμπεριφορά του συστήματος φαίνεται πάντοτε ότι είναι η ισόρροπη μεγέθυνση σύμφωνα με τον φυσικό ρυθμό.

Η διαφορική εξίσωση (6) είναι σ' αυτή την περίπτωση $\dot{r} = sr^a - nr$. Είναι πραγματικά πιο εύκολο να επιστρέψουμε στην αρχική εξίσωση (5), που τώρα γράφεται ως

$$\dot{K} = sK^a(L_0 e^{nt})^{1-a}. \quad (7)$$

Αυτό μπορεί αμέσως να ενσωματωθεί και η λύση είναι:

$$K(t) = (K_0^b - \frac{s}{n} L_0^b + \frac{n}{s} L_0^b e^{nbt})^{1/b}.$$

όπου $b = 1 - a$, και K_0 είναι το αρχικό απόθεμα κεφαλαίου. Εύκολα μπορούμε να δούμε ότι καθώς το t μεγαλώνει, το $K(t)$ αυξάνει βασικά όπως το $(s/n)^{1/b} L_0 e^{nt}$, δηλαδή με τον ίδιο ρυθμό μεγέθυνσης όπως του εργατικού δυναμικού. Η τιμή ισορροπίας του λόγου κεφαλαίου / εργασίας είναι $r^* = (s/n)^{1/b}$. Αυτό μπορεί να επιβεβαιωθεί θέτοντας $\dot{r} = 0$ στην εξίσωση (6). Λογικά η τιμή αυτή της σχέσης ισορροπίας είναι μεγαλύτερη όσο αυξά-

νεται η ροπή για αποταμίευση και όσο μειώνεται ο ρυθμός αύξησης της προσφοράς εργασίας.

Είναι αρκετά εύκολο να προσδιορίσουμε τη διαχρονική πορεία του πραγματικού προϊόντος με τη βοήθεια της ίδιας της συνάρτησης παραγωγής. Προφανώς στο πλαίσιο μιας ασυμπτωτικής καταγραφής το Y πρέπει να συμπεριφέρεται όπως το K και το L , που σημαίνει ότι αναπτύσσεται μ' έναν σχετικό ρυθμό n . Το πραγματικό κατά κεφαλήν εισόδημα των εργαζομένων, Y/L , τείνει προς την τιμή $(s/n)^{a/b}$. Πραγματικά, με τη συνάρτηση Cobb - Douglas, πάντοτε αληθεύει ότι $Y/L = (K/L)^a = r^a$. Αμέσως συνάγεται ότι η τιμή ισορροπίας του K/Y είναι το s/n . Αλλά ο λόγος K/Y είναι ο «συντελεστής κεφαλαίου» του Harrod, που τον ονομάζει C . Τότε στη μακροχρόνια διαδικασία της ισορροπης μεγέθυνσης θα έχουμε $C = s/n$ ή $n = s/C$, δηλαδή ο φυσικός ρυθμός μεγέθυνσης ισούται με το συστημικό ρυθμό μεγέθυνσης όχι συμπτωτικά αλλά ως συνέπεια των προσαρμογών ζήτηση-προσφορά.

► Παράδειγμα 3

Ενα ολόκληρο φάσμα συναρτήσεων παραγωγής με σταθερές αποδόσεις κλίμακας έχει δοθεί από την $Y = (aK^p + L^p)^{1/p}$. Διαφέρει από τις συναρτήσεις Cobb - Douglas στο ότι η παραγωγή είναι δυνατή και με έναν μόνο συντελεστή. Αλλά έχουν την εξής κοινή ιδιότητα, ότι, αν $p < 1$, η οριακή παραγωγικότητα του κεφαλαίου γίνεται απειρίοριστα μεγάλη καθώς ο λόγος κεφαλαίου / εργασίας τείνει προς το μηδέν. Αν $p > 1$, οι καμπύλες ισοπαραγωγής έχουν τη «λανθασμένη» κυρτότητα. Όταν έχουμε $p = 1$, οι καμπύλες ισοπαραγωγής είναι ευθείες γραμμές και εκφράζουν τέλεια υποκατάσταση. Εγώ θα περιορισθώ στην περίπτωση που $0 < p < 1$, η οποία δίνει τις συνηθισμένες φθίνουσες οριακές αποδόσεις. Διαφορετικά δεν έχει νόημα να επιμείνω στην πλήρη απασχόληση και των δύο συντελεστών.

Συγκεκριμένα, θεωρούμε το $p = 1/2$, έτσι ώστε η συνάρτηση παραγωγής γίνεται:

$$Y = (a\sqrt{K} + \sqrt{L})^2 = a^2K + L + 2a\sqrt{KL}.$$

Η βασική διαφορική εξίσωση είναι

$$\dot{r} = s(a\sqrt{r} + 1)^2 - nr, \quad (8)$$

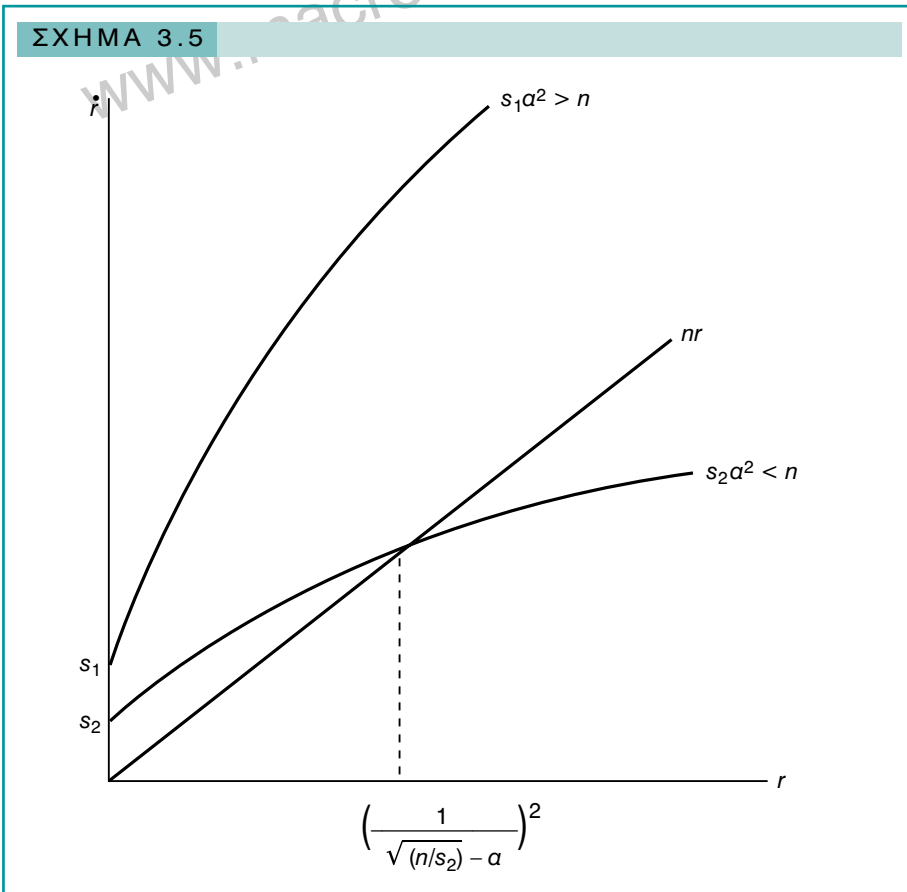
Η οποία μπορεί να γραφεί αναλυτικά ως

$$\dot{r} = s\{(a^2 - n/s)r + 2a\sqrt{r} + 1\} = s(A\sqrt{r} + 1)(B\sqrt{r} + 1),$$

όπου $A = a - \sqrt{(n/s)}$ και $B = a + \sqrt{(n/s)}$. Η λύση δίνεται έμμεσα:

$$\left(\frac{A \sqrt{r+1}}{A \sqrt{r_0+1}}\right)^{1/A} \left(\frac{B \sqrt{r+1}}{B \sqrt{r_0+1}}\right)^{-1/B} = e^{\sqrt{(nst)}} \quad (9)$$

Είναι χρήσιμο να αναφερθούμε πάλι σ' ένα σχήμα. Υπάρχουν δύο πιθανότητες, που διευκρινίστηκαν στο Σχήμα 3.5. Η καμπύλη $sF(r, 1)$ αρχίζει από το ύψος s , όταν $r = 0$. Αν $sa^2 > n$, δεν υπάρχει ισορροπία μεγέθυνση: ο λόγος K/L αυξάνει απεριόριστα όπως επίσης και η πραγματική κατά κεφαλήν παραγωγή. Το σύστημα είναι πολύ παραγωγικό και σε κατάσταση πλήρους απασχόλησης αποταμιεύει-επενδύει σχετικά, ώστε να επεκτείνεται γρήγορα. Αν $sa^2 < n$, υπάρχει μια σταθερή ισορροπία μεγέθυνση, η οποία επιτυγχάνεται σύμφωνα με τη λύση (9). Ο λόγος ισορροπίας κεφαλαίου / εργασίας μπορεί να προσδιορισθεί θέτοντας $\dot{r} = 0$ στην



εξίσωση (8). Είναι $r^* = \{1 / \sqrt{(n/s)} - a\}^2$. Μπορούμε εξάλλου να υπολογίσουμε ότι το κατά κεφαλήν εισόδημα που θα υπάρχει στο τέλος της μεγεθυντικής διαδικασίας είναι $1 / \{1 - a\sqrt{(n/s)}\}^2$. Αυτό σημαίνει ότι το πραγματικό κατά κεφαλή εισόδημα θα φθάσει αυτή την τιμή, αν ξεκινήσει από χαμηλότερη τιμή ή και αντίστροφα.

5 | Συμπεριφορά του επιτοκίου και των ημερομισθίων

Οι διαζευκτικές πορείες της μεγέθυνσης (growth paths) που συζητήθηκαν προηγουμένως μπορούν να εξετασθούν με δύο τρόπους. Από μια άποψη μπορεί να υποστηριχθεί ότι δεν έχουν αιτιώδη σημασία και ότι δείχνουν απλώς το δρόμο που η συσσώρευση του κεφαλαίου και η πραγματική παραγωγή θα έπρεπε να ακολουθήσουν για να μην εμφανισθεί ούτε ανεργία, ούτε υπερβάλλον παραγωγικό δυναμικό. Από μια άλλη άποψη πάντως, μπορούμε να αναρωτηθούμε για τον τύπο της συμπεριφοράς της αγοράς ο οποίος θα οδηγούσε τελικά το υπόδειγμα οικονομίας που εξετάζουμε στο δρόμο της ισόρροπης μεγέθυνσης. Από αυτή τη σκοπιά έχουμε ήδη υποθέσει ότι τόσο η αυξανόμενη προσφορά του εργατικού δυναμικού όσο και η προσφορά του αποθέματος κεφαλαίου είναι ανελαστικές. Σ' αυτή την περίπτωση η ισορροπία στην αγορά επιτυγχάνεται με τη βοήθεια της γρήγορης και άμεσης προσαρμογής των επιπέδων του πραγματικού ημερομισθίου και της πραγματικής απόδοσης του κεφαλαίου. Πάντως, αν οι αποφάσεις για αποταμίευση και επένδυση παίρνονται ανεξάρτητα, θα πρέπει να ικανοποιηθούν μερικές επιπρόσθετες συνθήκες σχετικά με την οριακή αποδοτικότητα του κεφαλαίου. Ο σκοπός αυτής της παραγράφου είναι να εξετάσει τη συμπεριφορά του συνόλου τιμή-ημερομισθιο-επιτόκιο σύμφωνα με τις πορείες μεγέθυνσης που σκιαγραφήθηκαν προηγουμένως.

Υπάρχουν τέσσερις τιμές που συμμετέχουν σ' ένα τέτοιο σύστημα: (α) η τιμή πώλησης μιας μονάδας πραγματικού προϊόντος [μια και το πραγματικό προϊόν χρησιμοποιείται επίσης ως κεφαλαιουχικό αγαθό αυτή είναι η τιμή (transfer price) μιας μονάδας αποθέματος κεφαλαίου] που συμβολίζεται ως $p(t)$, (β) το χρηματικό ημερομισθίο $w(t)$, (γ) η χρηματική απόδοση κατά μονάδα χρόνου μιας μονάδας αποθέματος κεφαλαίου $q(t)$ και (δ) το επιτόκιο $i(t)$. Μπορούμε αμέσως να απαλείψουμε μια από αυτές τις τιμές. Επειδή αναφερόμαστε σε πραγματικά μεγέθη δεν υπάρχει τίποτα που να καθορίζει το απόλυτο επίπεδο των τιμών. Επομένως μπορούμε να λάβουμε το $p(t)$, που είναι η τιμή της πραγματικής παραγωγής, ως δεδομένη. Μερικές φορές θα είναι χρήσιμο να φανταστούμε το p ως σταθερό.

Σε μια ανταγωνιστική οικονομία το πραγματικό ημερομίσθιο και η πραγματική (απόδοση) αμοιβή του κεφαλαίου καθορίζονται από τις γνωστές παραδοσιακές εξισώσεις της οριακής παραγωγικότητας:

$$\frac{\partial F}{\partial L} = \frac{w}{p} \quad (10)$$

και

$$\frac{\partial F}{\partial K} = \frac{q}{p}. \quad (11)$$

Παρενθετικά σημειώστε ότι με σταθερές αποδόσεις κλίμακας, οι οριακές παραγωγικότητες εξαρτώνται μόνο από το λόγο κεφαλαίου / εργασίας r , και όχι από οποιαδήποτε ποσοτική διαβάθμιση⁷.

Η αμοιβή (απόδοση) του κεφαλαίου σε πραγματικούς όρους q/p είναι μιας μορφής επιτοκιακής αυτοαπόδοσης – είναι η απόδοση του

7. Στην ακραία περίπτωση του πλήρους ανταγωνισμού, ακόμη και αν οι ατομικές επιχειρήσεις έχουν καμπύλες μέσου κόστους σχήματος U , μπορούμε να φανταστούμε μεταβολές στο συνολικό επίπεδο της παραγωγής, επειδή παρατηρείται είσοδος και έξοδος εντελώς ιδίων «αρίστου» μεγέθους επιχειρήσεων. Τότε το συνολικό προϊόν παράγεται με σταθερό κόστος και πραγματικά εξαιτίας του μεγάλου αριθμού των σχετικά μικρών επιχειρηματικών μονάδων που η καθεμία παράγει με περίπου σταθερό κόστος, όταν υπάρχουν μικρές αποκλίσεις στην παραγωγή, μπορούμε, χωρίς να κάνουμε κανένα ουσιαστικό σφάλμα, να ορίσουμε μια συνάρτηση συνολικής παραγωγής με σταθερές αποδόσεις κλίμακας. Θα υπάρξουν μικρά σφάλματα, επειδή αυτή η συνάρτηση συνολικής παραγωγής δεν ισχύει αυστηρά για αποκλίσεις στο επίπεδο της παραγωγής που είναι μικρότερες από το μέγεθος μιας επιχείρησης. Αλλά μια τέτοια λεπτομέρεια, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι είναι ασήμαντη για τη μακροχρόνια ανάλυση.

Φυσικά μπορούμε να σκεφθούμε την αναπροσαρμογή του υποδείγματος στην περισσότερη γενική υπόθεση του παγκόσμιου μονοπωλιακού ανταγωνισμού. Αλλά το παραπάνω τέχνασμα δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί με επιτυχία. Αν ο παραγωγικός κλάδος αποτελείται από ακριβώς ίδιες επιχειρηματικές μονάδες ομαδοποιημένες, οι οποίες (ομάδες) έχουν εφαιπόμενα σημεία ισορροπίας, μπορεί να οριστεί μια συνάρτηση συναθροισμένης παραγωγής σταθερού κόστους με την προϋπόθεση ότι οι αλλαγές στο επίπεδο της παραγωγής θα αντανakλούν αλλαγές του αριθμού των επιχειρηματικών μονάδων. Αλλά αυτή η εκδοχή δεν έχει ενδιαφέρον, επειδή, ακόμα και αν θελήσουμε να παραβλέψουμε την έλλειψη συνοχής και να τη μεταχειριστούμε σαν να μπορεί να παραγωγισθεί, οι μερικές παράγωγοι μιας τέτοιας συνάρτησης δεν θα απέδιδαν τις οριακές παραγωγικότητες με βάση τις οποίες λειτουργούν οι επιχειρήσεις. Κάθε επιχείρηση βρίσκεται στο φθινόγειο τμήμα της ατομικής της καμπύλης κόστους, ενώ στην περίπτωση του ανταγωνισμού κάθε επιχείρηση λειτουργούσε με σταθερό κόστος τοπικά. Παραμένει το δύσκολο πρόβλημα της εισαγωγής του μονοπωλιακού ανταγωνισμού στα υποδείγματα που λειτουργούν με όρους συνάθροισης. Π.χ., οι εξισώσεις για την αξία του οριακού προϊόντος, στο άρθρο αυτό, θα έπρεπε να μεταλλάγουν σε σχέσεις οριακού εσόδου και οριακού προϊόντος, οι οποίες με τη σειρά τους θα απαιτούσαν τη σαφή παρουσία των καμπυλών ζήτησης. Εδώ χρειάζονται πολύ περισσότερες προσπάθειες για να έχουμε κάποιο ρεαλιστικό αποτέλεσμα.

κεφαλαίου που εκφράζεται σε μονάδες αποθέματος κεφαλαίου. Ο ιδιοκτήτης κεφαλαίου μπορεί να το πολλαπλασιάσει δανείζοντάς το και επανεπενδύοντας το προϊόν της απόδοσης όπως στην περίπτωση του ανατοκισμού, μ' ένα μεταβαλλόμενο στιγμιαίο «επιτόκιο» q/p , δηλαδή όπως

$\exp \int_0^t (q/p) dt$. Υπό συνθήκες τέλει ανταλλαγής αξιών (arbitrage) υπάρ-

χει μια πολύ γνωστή σχέση μεταξύ του χρηματικού επιτοκίου και εκείνου που αποκαλέσαμε προηγουμένως επιτοκιακή αυτοαπόδοση (commodity own-rate of interest), δηλαδή

$$i(t) = \frac{q(t)}{p(t)} + \frac{\dot{p}(t)}{p(t)} \quad (12)$$

Αν το επίπεδο των τιμών είναι πραγματικά σταθερό, η επιτοκιακή αυτοαπόδοση και το χρηματικό επιτόκιο θα συμπέσουν. Αν το επίπεδο των τιμών έχει πτωτική τάση, η επιτοκιακή αυτοαπόδοση πρέπει να υπερβαίνει το (χρηματικό) επιτόκιο της αγοράς για να παρακινήσει τα άτομα να διακρατήσουν εμπορεύματα. Το ότι η ακριβής σχέση είναι όπως πραγματικά απεικονίζεται στη (12), μπορεί να αποδειχθεί με διάφορους τρόπους. Π.χ. ο ιδιοκτήτης 1 δολαρίου τη χρονική στιγμή t έχει δύο επιλογές: μπορεί να δανείσει τα χρήματα για μικρό χρονικό διάστημα π.χ. $t + h$ και να έχει κατά προσέγγιση απόδοση σε τόκο της τάξεως του $i(t)h$. Μπορεί ακόμα να αγοράσει $1/p$ μονάδες προϊόντος, να κερδίσει «απόδοση» της τάξεως του $(q/p)h$ και μετά να πουλήσει αυτά τα προϊόντα. Στην πρώτη περίπτωση θα κατέχει $1 + i(t)h$ στο τέλος της περιόδου· στη δεύτερη περίπτωση θα έχει $\{q(t) / p(t)\}h + p(t + h)/p(t)$. Στην περίπτωση της κατάστασης ισορροπίας αυτά τα δύο ποσά θα πρέπει να είναι ίσα:

$$1 + i(t)h = \frac{q(t)}{p(t)} h + \frac{p(t + h)}{p(t)}$$

ή

$$i(t)h = \frac{q(t)}{p(t)} h + \frac{p(t + h) - p(t)}{p(t)}$$

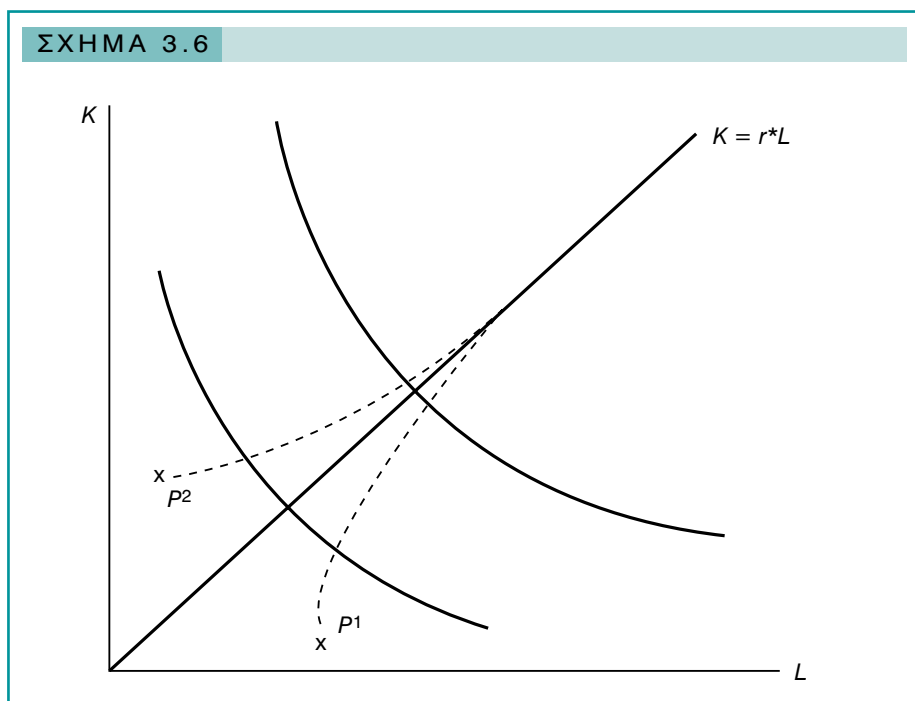
Διαιρώντας και τα δύο μέλη με το h και αφήνοντας το h να τείνει στο μηδέν, παίρνουμε την εξίσωση (12). Έτσι αυτή η συνθήκη εξισώνει την ελκυστικότητα του κινήτρου της διατήρησης πλούτου σαν απόθεμα κεφαλαίου με το κίνητρο της διατήρησης πλούτου σαν ρευστό κεφάλαιο (δανειστικά κεφάλαια).

ρόλο που διαδραματίζει στο υπόδειγμά μας, είναι να σημειώσουμε ότι η $p(t)$, δηλαδή η τιμή μεταβίβασης (transfer price) μιας μονάδας κεφαλαίου πρέπει να ισούται με την παρούσα αξία των καθαρών μελλοντικών προσόδων της. Έτσι με τέλεια πρόβλεψη για τις μελλοντικές προσόδους και τα επιτόκια έχουμε:

$$p(t) = \int_t^{\infty} q(u) e^{-\int_t^u i(z) dz} du.$$

Παραγωγίζοντας ως προς το χρόνο καταλήγουμε στην εξίσωση (12). Επομένως, στα περιορισμένα πλαίσια του υποδείγματός μας (ιδιαίτερα με την απουσία κινδύνου, με μια σταθερή μέση ερπύ για αποταμίευση και την απουσία νομισματικών προβλημάτων) το ονομαστικό επιτόκιο και η απόδοση του κεφαλαίου στους κατόχους του θα βρίσκεται στην κατάλληλη εκείνη σχέση για να προτρέψει την κοινότητα να διατηρήσει το απόθεμα κεφαλαίου που έχει. Η απουσία κινδύνου και αβεβαιότητας εμφανίζεται συγκεκριμένα με την απουσία προτιμήσεων σχετικά με τη φύση των περιουσιακών στοιχείων που θα διακρατηθούν.

Με δεδομένο το απόλυτο επίπεδο των τιμών $p(t)$, οι εξισώσεις (10)



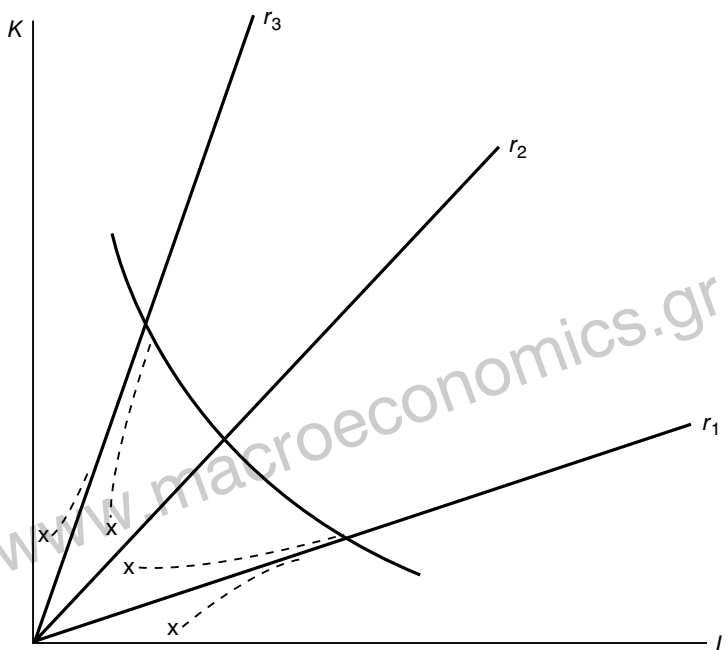
–(12) προσδιορίζουν τις άλλες τρεις μεταβλητές, που η συμπεριφορά τους μπορεί έτσι να υπολογισθεί, όταν είναι γνωστή η συγκεκριμένη πορεία της μεγέθυνσης (growth path).

Πριν δείξουμε την κατεύθυνση που θα ακολουθήσουν οι υπολογισμοί στα παραδείγματα του τμήματος 4, είναι δυνατόν να έχουμε μια διαγραμματική παρουσίαση, ιδιαίτερα όταν υπάρχει μια σταθερή ισόρροπη μεγέθυνση (stable balanced growth equilibrium). Στο Σχήμα 3.6 έχει απεικονισθεί ο συνηθισμένος χάρτης καμπυλών ισοπαραγωγής της συνάρτησης παραγωγής $F(K, L)$, όπως και μερικές πιθανές κατευθύνσεις που θα ακολουθήσει η μεγεθυντική πορεία. Ένας δεδομένος λόγος κεφαλαίου / εργασίας r^* αντιπροσωπεύεται στο Σχήμα 3.6 με μια ακτίνα που περνάει από την αρχή των αξόνων, με κλίση r^* . Έστω ότι υπάρχει ένας σταθερός ασυμπτωτικός λόγος r^* : τότε όλες οι δυνατές πορείες μεγέθυνσης που μπορούν να υπάρξουν και ξεκινούν από αυθαίρετες αρχικές προϋποθέσεις προσεγγίζουν ένα όριο που βάζει αυτή η ακτίνα. Δύο τέτοιες πορείες χαράζονται με βάση τα αρχικά σημεία P_1 και P_2 . Επειδή στο Σχήμα 3.1 η προσέγγιση του r στο r^* ήταν μονοτονική, οι πορείες μεγέθυνσης πρέπει να έχουν τη μορφή που δείχνει το Σχήμα 3.6. Βλέπουμε ότι στην περίπτωση που ο αρχικός λόγος κεφαλαίου / εργασίας είναι μεγαλύτερος από την τιμή ισορροπίας, ο λόγος μειώνεται τελικά, και αντίστροφα.

Το Σχήμα 3.7 αντιστοιχεί στο Σχήμα 3.2. Υπάρχουν τρεις ευθείες «ισορροπίας», αλλά η εσωτερική εκφράζει μια ασταθή κατάσταση ισορροπίας. Η εσωτερική ευθεία είναι η διαχωριστική γραμμή μεταξύ των αρχικών συνθηκών που οδηγούν είτε στη μια από τις ευθείες που εκφράζουν σταθερή ισορροπία είτε στην άλλη. Όλες οι πορείες (μονοπάτια), βέβαια, ακολουθούν μια ανοδική τάση προς τα πάνω και δεξιά, χωρίς να αντιστρέφονται, ενώ το K και το L πάντα αυξάνουν. Ο αναγνώστης μπορεί να κατασκευάσει ένα διάγραμμα αντίστοιχο του Σχήματος 3.3, όπου οι πορείες μεγέθυνσης θα περνούν από ευθείες με αυξανόμενη ή με μειούμενη κλίση, που σημαίνει ότι το $r \rightarrow \infty$ ή ότι το $r \rightarrow 0$. Ξανασημειώνω εδώ ότι όλα τα μεγέθη, K , L άρα και το Y , αυξάνουν, αλλά όταν το $r \rightarrow 0$, ο λόγος Y/L θα μειωθεί.

Τώρα εξαιτίας των σταθερών αποδόσεων κλίμακας, η κλίση των καμπυλών ισοπαραγωγής είναι σταθερή κατά μήκος μιας ευθείας που ξεκινά από την αρχή των αξόνων. Αυτό εκφράζει το γεγονός ότι τα οριακά προϊόντα εξαρτώνται μόνο από το λόγο των συντελεστών παραγωγής. Αλλά στην περίπτωση του ανταγωνισμού, η κλίση των καμπυλών ισοπαραγωγής αντανακλά το λόγο των τιμών των συντελεστών παραγωγής. Έτσι, σ' ένα σταθερό r^* , όπως στο Σχήμα 3.6, αντιστοιχεί ένας λόγος ισορροπίας w/q . Εξάλλου, αν οι καμπύλες ισοπαραγωγής έχουν τη συνηθισμένη κυρτότητα, είναι βέβαιο ότι καθώς η τιμή του r μεγαλώνει και

ΣΧΗΜΑ 3.7



προσεγγίζει το r^* , αυξάνεται ο λόγος w/q τείνοντας προς την τιμή όριο, και αντίστροφα όταν το r μειώνεται.

Στην περίπτωση που έχουμε αστάθεια όπου το r τείνει στο άπειρο ή στο μηδέν, μπορεί το w/q να τείνει στο άπειρο ή στο μηδέν. Αν όμως, οι καμπύλες ισοπαράγωγής φθάνουν τους άξονες των συντεταγμένων με κλίσεις που έχουν ως όρια την κάθετη και την οριζόντια θέση, ο λόγος των τιμών των συντελεστών w/q θα τείνει σ' ένα πεπερασμένο όριο.

Επίσης ίσως είναι χρήσιμο να δείξουμε ότι η κλίση της καμπύλης $F(r, 1)$ είναι η οριακή παραγωγικότητα του κεφαλαίου στην αντίστοιχη τιμή του r . Έτσι, η πορεία της μεταβολής της πραγματικής απόδοσης q/p μπορεί να εξετασθεί στα Σχήματα 3.1, 3.2 και 3.3. Θυμηθείτε ότι σ' αυτά τα διαγράμματα η $F(r, 1)$ μειώθηκε από το συντελεστή s , και επομένως μειώθηκε και η κλίση της καμπύλης. Η $F(r, 1)$ από μόνη της αντιπροσωπεύει το Y/L , το προϊόν κατά μονάδα εργασίας, ως μια συνάρτηση του λόγου κεφαλαίου / εργασίας.

Γενικά, αν υπάρχει μια σταθερή πορεία μεγέθυνσης, η μείωση του πραγματικού μισθού ή της πραγματικής απόδοσης (του κεφαλαίου) που είναι απαραίτητη για να φθάσουμε σ' αυτή την πορεία, μπορεί να μην

είναι καθόλου καταστροφική. Αν σημειώνεται μια αρχική έλλειψη (προσφοράς) εργασίας (σε σύγκριση με τις απαιτήσεις του λόγου ισορροπίας), το πραγματικό ημερομίσθιο θα πρέπει να μειωθεί. Όσο μεγαλύτερος είναι ο ρυθμός αύξησης του εργατικού δυναμικού και όσο μικρότερη είναι η ροπή για αποταμίευση τόσο μικρότερος είναι ο λόγος ισορροπίας και επομένως τόσο περισσότερο θα πρέπει να μειωθεί το πραγματικό ημερομίσθιο. Αλλά η μείωση αυτή δεν είναι απεριόριστη. Οφείλω στον John Chirpman την υπογράμμιση ότι αυτό το αποτέλεσμα είναι ο άμεσος αντίλογος στη θέση του Harrod (1953, σ. 545), που υποστηρίζει ότι απαιτείται ένα συνεχώς μειούμενο επιτόκιο για να διατηρηθεί η κατάσταση ισορροπίας.

Πραγματικά έχουμε καταστροφικές μεταβολές στις τιμές των παραγωγικών συντελεστών στην περίπτωση του Harrod-Domar, αλλά μια τέτοια εξέλιξη είναι συνέπεια της ειδικής υποθέσης των σταθερών αναλογιών. Έχω πραγματευθεί αλλού τη συμπεριφορά των τιμών στο υπόδειγμα του Harrod (Solow 1953-54), αλλά εκεί περιέγραψα το επίπεδο των τιμών και το επιτόκιο και παρέλειψα να αναφερθώ στις τιμές των συντελεστών παραγωγής. Πραγματικά υπάρχουν πολύ λίγα που μπορούμε να πούμε. Οι «καμπύλες» ισοπαραγωγής, στην περίπτωση του υποδείγματος του Harrod, έχουν ορθές γωνίες και έτσι προσδιορίζονται και οι θεωρητικές θέσεις. Αναφερόμενοι στο Σχήμα 3.4, αν ο λόγος κεφαλαίου / εργασίας, που παρατηρείται, είναι μεγαλύτερος από το ab , τότε το κεφάλαιο πλεονάζει απολύτως, το οριακό του προϊόν είναι μηδέν και η όλη αξία του προϊόντος αποδίδεται στην εργασία. Έτσι $q = 0$ και $bw = p$, άρα $w = p/b$. Αν το παρατηρούμενο r είναι μικρότερο από το ab , τότε η εργασία πλεονάζει απόλυτα και έχουμε $w = 0$, άρα $q = p/a$. Αν η εργασία και το κεφάλαιο θα έπρεπε να είναι ακριβώς στη σχέση ισορροπίας, $r = ab$, τότε είναι φανερό πως δεν μπορούμε να αποδώσουμε κάποιο συγκεκριμένο μέρος του προϊόντος στην εργασία ή το κεφάλαιο χωριστά. Για το μόνο που μπορούμε να είμαστε βέβαιοι είναι ότι η συνολική αξία μιας μονάδας προϊόντος p , θα αποδοθεί στη σύνθετη αναλογία των a μονάδων κεφαλαίου και b μονάδων εργασίας (και οι δύο συντελεστές βρίσκονται σε στενότητα). Άρα το w και το q μπορούν να λάβουν οποιοσδήποτε τιμές, υποκειμένα μόνο στη συνθήκη $aq + bw = p$, $aq/p + bw/p = 1$. Έτσι στο Σχήμα 3.4, σε κάθε σημείο εκτός από το σημείο $r = ab$, είτε το κεφάλαιο είτε η εργασία πρέπει να πλεονάζουν, και στο σημείο ab οι τιμές των συντελεστών είναι απροσδιόριστες. Μόνο κάτω από ειδικές περιπτώσεις συμβαίνει να έχουμε $r = ab$.

Ας θεωρήσουμε τώρα την περίπτωση της συνάρτησης Cobb-Douglas όπου το $Y = K^a L^{1-a}$ και $q/p = a(K/L)^{a-1} = ar^{a-1}$. Άρα $w/q = (1-a)r/a$. Οι ακριβείς διαχρονικές πορείες των πραγματικών τιμών των συντελε-

στών μπορούν να υπολογισθούν χωρίς δυσκολία ξεκινώντας από τη λύση της (7), αλλά δεν έχουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον. Είδαμε προηγουμένως ότι ο λόγος κεφαλαίου/εργασίας που έχει το χαρακτήρα του ορίου είναι $(s/n)^{1/1-a}$. Έτσι το ύψος του πραγματικού ημερομισθίου ισορροπίας είναι:

$$(1-a) \left(\frac{s}{n}\right)^{a/1-a}.$$

και η πραγματική πρόσοδος ισορροπίας του κεφαλαίου είναι an/s . Αυτά τα συμπεράσματα από μια ποιοτική άποψη είναι ακριβώς εκείνα που θα περιμέναμε. Όπως πάντοτε στην περίπτωση της συνάρτησης Cobb - Douglas, το μερίδιο της εργασίας σε πραγματικό προϊόν είναι σταθερό.

Το τρίτο παράδειγμά μας μπορεί να διαφοροποιηθεί σχετικά. Από την συνάρτηση

$$Y = (a\sqrt{K} + \sqrt{L})^2,$$

μπορούμε να υπολογίσουμε ότι

$$\partial Y/\partial L = a\sqrt{\frac{K}{L}} + 1 = a\sqrt{r} + 1.$$

Στην περίπτωση που υπάρχει ισόρροπη μεγεθυντική διαδικασία (βλ. τέλος παραγρ. 4) έχουμε

$$r^* = \left[\frac{1}{\sqrt{(n/s)-a}} \right]^2.$$

επομένως, το επίπεδο του πραγματικού ημερομισθίου που λειτουργεί ως όριο είναι

$$w/p = \frac{a}{\sqrt{(n/s)-a}} + 1 = \frac{1}{1-a\sqrt{(s/n)}}.$$

Προηγουμένως υπολογίστηκε ότι στην περίπτωση της ισόρροπης μεγέθυνσης έχουμε

$$Y/L = \left[\frac{1}{1-a\sqrt{(s/n)}} \right]^2.$$

Αλλά, το μερίδιο της εργασίας είναι

$$(w/p)(L/Y) = 1 - a\sqrt{(s/n)}.$$

Το αποτέλεσμα αυτό δεν είναι όμοιο με την περίπτωση Cobb - Douglas, όπου τα σχετικά μερίδια είναι ανεξάρτητα από τα s και n και εξαρτώνται μόνο από τη συνάρτηση παραγωγής. Εδώ βλέπουμε ότι στην περίπτωση της ισόρροπης μεγέθυνσης το σχετικό μερίδιο της εργασίας είναι τόσο μεγαλύτερο όσο μεγαλύτερος είναι ο ρυθμός αύξησης του εργατικού δυναμικού και όσο μικρότερη η ροπή για αποταμίευση. Πράγματι, όπως θα περίμενε κανείς, όσο πιο γρήγορα αυξάνει το εργατικό δυναμικό τόσο χαμηλότερο είναι το πραγματικό ημερομίσθιο στην περίπτωση της μεγέθυνσης, σε κατάσταση ισορροπίας, αλλά ακόμα και ο χαμηλότερος πραγματικός μισθός κατανέμει τελικά στο αυξημένο εργατικό δυναμικό ένα μεγαλύτερο μέρος του πραγματικού εισοδήματος.

6 | Προεκτάσεις

► Ουδέτερη τεχνολογική πρόοδος

Μπορούμε να υποθέσουμε και να μελετήσουμε αυθαίρετες αλλαγές, διαχρονικά, στη συνάρτηση παραγωγής, αλλά είναι μάλλον απίθανο ότι θα οδηγηθούμε σε συστηματικά συμπεράσματα. Μια ιδιαίτερα εύκολη κατηγορία τεχνολογικής πρόοδου είναι εκείνη που απλά πολλαπλασιάζει τη συνάρτηση παραγωγής με ένα αυξημένης κλίμακας συντελεστή. Έτσι μεταβάλλουμε την (2) και έχουμε:

$$Y = A(t)F(K, L). \quad (13)$$

Ο χάρτης των καμπυλών ισοπαραγωγής παραμένει αμετάβλητος αλλά ο όγκος του προϊόντος που εκφράζει κάθε καμπύλη, πολλαπλασιάζεται με $A(t)$. Τον τρόπο με τον οποίο επηρεάζεται ο (συνεχώς μεταβαλλόμενος) λόγος ισορροπίας κεφαλαίου / εργασίας μπορούμε να τον δούμε σε ένα διάγραμμα, όπως το Σχήμα 3.1, αν «μεγεθύνουμε» τη συνάρτηση $sF(r, 1)$.

Η περίπτωση της Cobb - Douglas είναι εύκολη. Όταν ορισθεί $A(t) = e^{gt}$, η βασική διαφορική εξίσωση γίνεται:

$$\dot{K} = se^{gt}K^a(L_0e^{nt})^{1-a} = sK^aL_0^{1-a}e^{n(1-a)+g}t,$$

με την ακόλουθη λύση

$$K(t) = \left[K_0^b - \frac{bs}{nb+g} L_0^b + \frac{bs}{nb+g} L_0^b e^{(nb+g)t} \right]^{1/b},$$

όπου, $b = 1 - a$. Μακροπρόθεσμα το απόθεμα του κεφαλαίου αυξάνει με ένα σχετικό ρυθμό $n + g/b$ (ο ρυθμός αυτός συγκρίνεται με το n στην περίπτωση που δεν υπάρχει τεχνολογική πρόοδος). Ο τελικός ρυθμός αύξησης του πραγματικού προϊόντος είναι $n + g/b$. Αυτό δεν είναι μόνο ταχύτερο από το n , αλλά ταχύτερο και από το $n + g$. Η αιτία, βέβαια, είναι ότι μεγαλύτερη πραγματική παραγωγή σημαίνει περισσότερη αποταμίευση και επένδυση, με αποτέλεσμα να αυξάνεται ο ρυθμός μεγέθυνσης της οικονομίας ακόμη περισσότερο. Πραγματικά, κάτω από αυτές τις προϋποθέσεις ο λόγος κεφαλαίου / εργασίας ποτέ δεν φτάνει μια τιμή ισορροπίας, αλλά αυξάνει συνέχεια. Όμως αυτή η συνεχώς αυξανόμενη ικανότητα πραγματοποίησης επενδύσεων, δεν ισοσταθμίζεται από κάποια επιτάχυνση της αύξησης του εργατικού δυναμικού. Έτσι ο λόγος K/L γίνεται μεγαλύτερος και τελικά αυξάνει με ρυθμό g/b . Αν ο αρχικός λόγος κεφαλαίου / εργασίας είναι πολύ υψηλός, μπορεί να μειωθεί στην αρχή, αλλά τελικά η εξέλιξή του θα αντιστραφεί και η συμπεριφορά του θα γίνει ασυμπτωτική, όπως τη περιγράψαμε παραπάνω.

Αφού ο λόγος κεφαλαίου / εργασίας τελικά αυξάνει χωρίς όριο, συμπεραίνεται ότι το πραγματικό ημερομίσθιο πρέπει τελικά να αυξηθεί και να συνεχίζει αυξανόμενο. Από την άλλη πλευρά, το ιδιαίτερο χαρακτηριστικό των συναρτήσεων Cobb - Douglas είναι ότι το σχετικό μερίδιο της εργασίας είναι σταθερό στο επίπεδο του $1 - a$. Τα άλλα ουσιαστικά διαρθρωτικά συστήματα έπονται για παράδειγμα, αφού το Y τελικά αυξάνεται με ρυθμό $n + g/b$ και το K με ρυθμό $n + g/b$, ο συντελεστής κεφαλαίου K/Y παραμένει σταθερός.

► Η προσφορά εργασίας

Γενικά θα θέλαμε να κάνουμε την υπόθεση ότι η προσφορά εργασίας είναι συνάρτηση του επιπέδου του πραγματικού ημερομισθίου και του χρόνου (αφού αυξάνει το εργατικό δυναμικό). Έχουμε κάνει την ειδική υπόθεση ότι $L = L_0 e^{nt}$, δηλαδή ότι η καμπύλη προσφοράς εργασίας είναι τελειώς ανελαστική σε σχέση με το πραγματικό ημερομίσθιο και μετατίθεται προς τα δεξιά μαζί με την αύξηση του εργατικού δυναμικού. Θα μπορούσαμε να γενικεύσουμε κάπως υποθέτοντας ότι όποιο και αν είναι το μέγεθος του εργατικού δυναμικού, το προσφερόμενο ποσοστό του εξαρτάται από το πραγματικό ημερομίσθιο. Ειδικότερα,

$$L = L_0 e^{nt} \left(\frac{w}{p} \right)^h. \quad (14)$$

Ένας άλλος τρόπος περιγραφής αυτής της υπόθεσης είναι να σημειώ-

σουμε ότι πρόκειται τελικά για μια αναλογική μεγέθυνση μιας καμπύλης (προσφοράς εργασίας) που έχει σταθερή ελαστικότητα. Σε μια πιο λεπτομερή ανάλυση, αυτό το συγκεκριμένο πρότυπο εκτίμησης της προσφοράς εργασίας θα έπρεπε να τροποποιηθεί για την περίπτωση που έχουμε πολύ υψηλά πραγματικά ημερομίσθια, αφού, με δεδομένο το μέγεθος της εργατικής δύναμης, υπάρχει ένα ανώτατο όριο προσφοράς της εργασίας, που δεν μπορεί να απεικονισθεί στην (14).

Η γνωστή μας διαφορική εξίσωση (6), που αναφέρεται στο λόγο κεφαλαίου / εργασίας γίνεται τώρα κάπως πιο περίπλοκη. Δηλαδή, αν θεωρήσουμε σταθερό το επίπεδο των τιμών, για απλούστευση, θα έχουμε

$$\dot{r} = sF(r, 1) - nr - hr \frac{\dot{w}}{w}. \quad (6a)$$

Στην (6a) πρέπει να προσθέσουμε τη συνθήκη της οριακής παραγωγικότητας (10) $\partial F/\partial L = w/p$. Εφόσον το οριακό προϊόν της εργασίας εξαρτάται μόνο από το r , μπορούμε να εξαλείψουμε το w .

Αλλά η γενικότητα οδηγεί πολλές φορές σε περιπλοκές, και γι' αυτό θα γυρίσουμε πάλι στην εύχρηστη συνάρτηση Cobb - Douglas. Στην περίπτωση αυτή η (10) παίρνει την εξής μορφή

$$\frac{w}{p} = (1 - a)r^a.$$

και επομένως

$$\frac{\dot{w}}{w} = a \frac{\dot{r}}{r}.$$

Ύστερα από μερικές αντικαταστάσεις και απλουστεύσεις η (6a) μπορεί να αποδοθεί ως

$$\dot{r} = \{sF(r, 1) - nr\} (1 - ah)^{-1},$$

η οποία μας διαφωτίζει για τον τρόπο που μια ελαστική συνάρτηση προσφοράς εργασίας μεταβάλλει τα πράγματα. Πρώτα-πρώτα μια κατάσταση ισορροπίας μεγέθυνσης εξακολουθεί να υπάρχει, όταν μηδενίζεται το δεξιό σκέλος της εξίσωσης και η ισορροπία αυτή εμφανίζεται να είναι σταθερή, όταν προσεγγίζεται από οποιεσδήποτε αρχικές προϋποθέσεις. Ο λόγος όμως ισορροπίας κεφαλαίου / εργασίας παραμένει αμετάβλητος, αφού το \dot{r} μηδενίζεται. Αυτό δεν θα συμβαίνει πάντοτε φυσικά: είναι μια συνέπεια της ειδικής συνάρτησης προσφοράς εργασίας (14). Αφού το

r δεν αλλάζει σημαντικά τη συμπεριφορά του, είναι επόμενο να ακολουθούν και όλα τα μεγέθη που εξαρτώνται μόνο από το r , όπως το πραγματικό ημερομίσθιο.

Ο αναγνώστης που ενδιαφέρεται να εξαντλήσει όλες τις λεπτομέρειες μπορεί να δείξει ότι μακροχρόνια το απόθεμα κεφαλαίου και το επίπεδο της πραγματικής παραγωγής θα αυξηθούν με τον ίδιο ρυθμό n όπως η εργατική δύναμη.

Αν υποθέσουμε γενικά ότι $L = G(t, w/p)$ τότε η (6) θα πάρει τη μορφή

$$\dot{r} = sF(r, 1) - \frac{r}{G} \left[\frac{\partial G}{\partial t} + \dot{w} \frac{\partial G}{\partial (w/p)} \right]. \quad (6b)$$

Αν $\dot{r} = 0$, τότε $\dot{w} = 0$, και ο λόγος ισορροπίας κεφαλαίου / εργασίας καθορίζεται από την

$$sF(r, 1) = \frac{r}{G} \frac{\partial G}{\partial t}.$$

Επίσης αν το γινόμενο $1/G \times \partial G/\partial t$ ήταν πάντοτε ίσο με το n , όπως στην περίπτωση της (14), ο λόγος ισορροπίας κεφαλαίου / εργασίας θα επηρεασθεί από την εισαγωγή μιας ελαστικής προσφοράς εργασίας.

► Μεταβλητό ποσοστό αποταμίευσης

Μέχρι τώρα, άσχετα από οτιδήποτε άλλο που συνέβαινε στο υπόδειγμα, πάντοτε υπήρχε αύξηση και της εργατικής δύναμης και του αποθέματος κεφαλαίου. Η αύξηση του εργατικού δυναμικού ήταν εξωγενώς προσδιορισμένη, ενώ η αύξηση του αποθέματος κεφαλαίου ήταν αναπόφευκτη, επειδή το ποσοστό των αποταμιεύσεων παρέμενε απόλυτα σταθερό. Όσο το πραγματικό εισόδημα ήταν θετικό, θα έπρεπε να προκύπτει κάποιος (θετικός) σχηματισμός καθαρού κεφαλαίου. Αυτό αποκλείει την πιθανότητα μιας στατικής ανατροφοδοτούμενης κατάστασης τύπου Ricardo-Mill. Προτείνω λοιπόν να δοκιμάσουμε την περίπτωση όπου το ποσοστό της αποταμίευσης έχει αφεθεί να εξαρτάται από την απόδοση του κεφαλαίου. Αν οι αποταμιεύσεις μπορούν να μειωθούν στο μηδέν, όταν το εισόδημα είναι θετικό, τότε είναι δυνατόν να μην πραγματοποιούνται καθαρές επενδύσεις και το απόθεμα κεφαλαίου να παραμείνει τουλάχιστον στάσιμο. Πάντως θα υπάρξει μια αύξηση του εργατικού δυναμικού αλλά θα πηγαίναμε πολύ μακριά, αν προχωρούσαμε αναπτύσσοντας τη σκέψη μας με βάση την κλασική θεωρία για την αύξηση του πληθυσμού έχοντας παράλληλα σταθερή προσφορά γης.

Ο πιο απλός τρόπος, για να επιτρέψουμε στο επιτόκιο ή στην απόδοση του κεφαλαίου να επηρεάσουν τον όγκο των αποταμιεύσεων, είναι να υποθέσουμε ότι το τμήμα του αποταμιευόμενου εισοδήματος εξαρτάται μόνο από την πραγματική απόδοση που έχουν οι κάτοχοι του κεφαλαίου. Έτσι, οι συνολικές αποταμιεύσεις αποδίδονται ως $s(q/p)Y$. Στην περίπτωση των σταθερών αποδόσεων κλίμακας και του ανταγωνισμού, η πραγματική απόδοση του κεφαλαίου θα εξαρτάται μόνο από το λόγο κεφαλαίου / εργασίας και επομένως μπορούμε εύκολα να μετατρέψουμε το ποσοστό των αποταμιεύσεων σε μια συνάρτηση του r .

Όλοι γνωρίζουμε τις άκαρπες συζητήσεις, τόσο εκείνες που κινήθηκαν στη σφαίρα της αφηρημένης θεωρίας όσο και τις οικονομετρικές προσεγγίσεις, για το αν το επιτόκιο επιδρά ανεξάρτητα στον όγκο των αποταμιεύσεων, και, αν ναι, προς ποια κατεύθυνση. Για τις δικές μας ανάγκες, παρ' όλα αυτά, η εύλογη υπόθεση που μπορούμε να κάνουμε είναι ότι το επίπεδο των αποταμιεύσεων εξαρτάται θετικά από την απόδοση του κεφαλαίου (και επομένως εξαρτάται αντίστροφα από το λόγο κεφαλαίου / εργασίας).

Για εγκρίνεις, επιτρέψτε μου να παραβλέψω το στάδιο της μετάβασης από το q/p στο r μέσω της οριακής παραγωγικότητας και να απεικονίσω απλά τις αποταμιεύσεις ως $s(r)Y$. Σ' αυτή την περίπτωση, η μοναδική τροποποίηση στην προσέγγισή μας είναι ότι η βασική εξίσωση (6) μετατρέπεται σε

$$\dot{r} = s(r)F(r, 1) - nr \quad (6c)$$

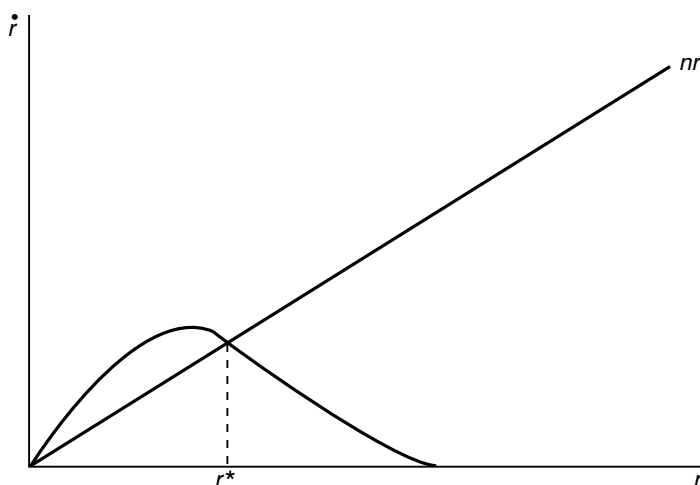
Η γραφική παράσταση είναι περίπου η ίδια όπως και πριν, εκτός του ότι πρέπει να αποδεχθούμε το μεταβλητό συντελεστή $s(r)$. Ίσως για ένα αρκετά μεγάλο r , το $s(r)$ να μηδενίζεται. (Αυτή η περίπτωση θα ισχύσει μόνο αν η απόδοση του κεφαλαίου είναι τόσο χαμηλή, ώστε να σταματούν οι αποταμιεύσεις, και δεύτερο, αν η συνάρτηση παραγωγής έχει μια τέτοια μορφή, ώστε ένας πολύ υψηλός λόγος κεφαλαίου / εργασίας θα έχει ως συνέπεια τη μείωση της πραγματικής απόδοσης στο επίπεδο της κρίσιμης τιμής. Αυτή η συνθήκη δεν ικανοποιείται από όλες τις συναρτήσεις παραγωγής). Αν συμβαίνει κάτι τέτοιο, η $s(r)F(r, 1)$ θα μηδενισθεί για κάθε r που έχει αρκετά μεγάλη τιμή. Αν $F(0, 1) = 0$, δηλαδή αν δεν είναι δυνατή παραγωγή χωρίς τη συμμετοχή του κεφαλαίου, τότε η $s(r)F(r, 1)$ πρέπει να προσεγγίζει το μηδέν πάλι στην αρχή των αξόνων, και αυτό ανεξάρτητα από το πόσο υψηλό είναι το ποσοστό των αποταμιεύσεων. Αλλά και τούτο δεν είναι και πάλι αναπόφευκτο. Το Σχήμα 3.8 δίνει μια πιθανή αποτύπωση αυτής της περίπτωσης. Όπως συνήθως ο λόγος ισορροπίας κεφαλαίου / εργασίας r^* , προσδιορίζεται θέτοντας $\dot{r} = 0$ στην (6c). Στο Σχήμα 3.8, η ισορροπία είναι σταθερή και τελικά το κεφάλαιο και η

παραγωγή θα αυξάνουν με τον ίδιο ρυθμό που αυξάνει το εργατικό δυναμικό.

Γενικά, αν το $s(r)$ μηδενίζεται για μεγάλες τιμές του r , αυτό εξαλείφει την πιθανότητα μιας γρήγορης και απεριόριστης αύξησης του λόγου κεφαλαίου / εργασίας όπως παριστάνεται στο Σχήμα 3.3. Για να έχουμε μια τέτοια εξέλιξη δεν είναι απαραίτητο να μηδενισθούν οι αποταμιεύσεις (s) αλλά, αν γίνει κάτι τέτοιο, τότε υπάρχει εγγύηση ότι η τελευταία τομή με την nr είναι σταθερή.

Αν συγκρίνουμε ένα οποιοδήποτε $s(r)$ με ένα σταθερό λόγο (ποσοστό) αποταμιεύσεων, οι δύο καμπύλες θα τέμνονται στην τιμή του r για την οποία το $s(r)$ ισούται με τον παλιό σταθερό λόγο. Η προς τα δεξιά προβολή της νέας καμπύλης θα βρίσκεται κάτω από την παλιά [αφού υποθέτουμε ότι η $s(r)$ είναι μια φθίνουσα συνάρτηση], ενώ στο χώρο προς τα αριστερά, θα βρίσκεται πάνω από την παλιά καμπύλη. Εύκολα μπορούμε να δούμε, για παράδειγμα, ότι το r^* ισορροπίας μπορεί να είναι μεγαλύτερο ή μικρότερο από ό,τι ήταν πριν. Μια μεγάλη ποικιλία σχημάτων και τύπων είναι δυνατό να διαμορφωθεί, αλλά το τελικό αποτέλεσμα τείνει στη σταθερότητα, όταν ο λόγος κεφαλαίου / εργασίας είναι υψηλός, η αποταμίευση περιορίζεται, ενώ όταν είναι χαμηλός, η αποταμίευση εντείνεται. Δεν υπάρχει ακόμα δυνατότητα για μια στατική κατάσταση. Στην περίπτωση που το r γίνει τόσο υψηλό, ώστε να περιορίσει τις αποταμιεύσεις και τον σχηματισμό καθαρού κεφαλαίου, η συνεχής αύξηση του εργατικού δυναμικού πρέπει τελικά να το μειώσει.

ΣΧΗΜΑ 3.8



► Φορολογία

Ο συνάδελφός μου, E. C. Brown, μου υπέδειξε ότι η παραπάνω ανάλυση μπορεί να επεκταθεί για να συμπεριλάβει τα αποτελέσματα του φόρου εισοδήματος. Στην πιο απλή περίπτωση, υποθέστε ότι το κράτος επιβάλλει έναν αναλογικό φόρο εισοδήματος του επιπέδου t' . Αν τα έσοδα αυτά μπορούσαν να διατεθούν εξ ολοκλήρου για το σχηματισμό κεφαλαίου, η ταυτότητα αποταμιεύσεων-επενδύσεων (1) θα γίνει:

$$\dot{K} = s(1-t)Y + tY = \{s(1-t) + t\}Y.$$

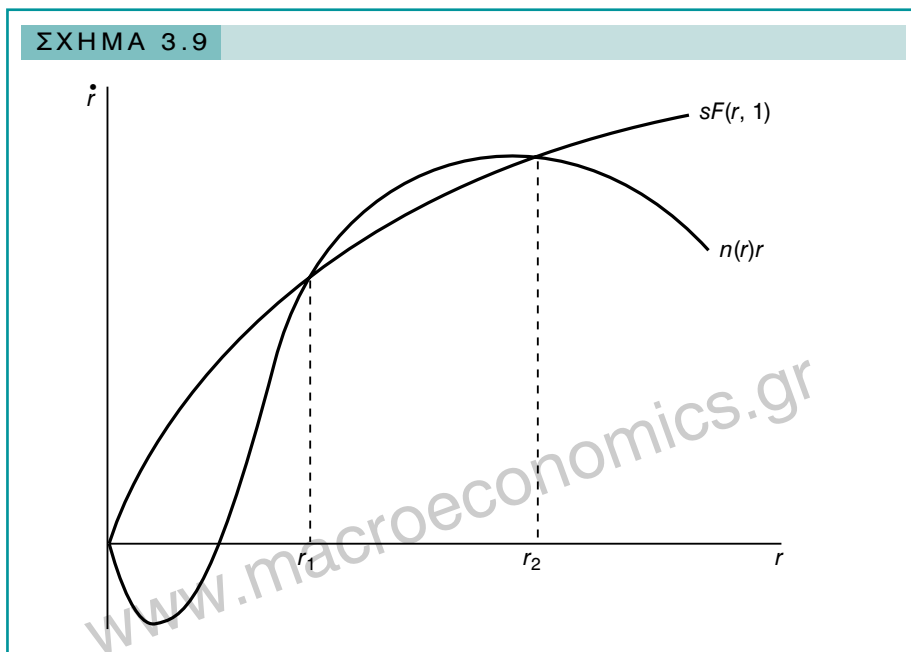
Αυτό σημαίνει ότι το πραγματικό αποτελεσματικό (effective) ποσοστό των αποταμιεύσεων αυξάνει από s σε $s + t(1-s)$. Αν καταναλώνονται αμέσως τα έσοδα από τους φόρους, το ποσοστό των αποταμιεύσεων ελαττώνεται από s σε $s(1-t)$. Αν όμως ένα ποσοστό v των εσόδων από τη φορολογία επενδύεται και τα υπόλοιπα καταναλώνονται, οι αποταμιεύσεις γίνονται $s + (v-s)t$ που είναι μεγαλύτερες ή μικρότερες από το s ανάλογα με την απόφαση του κράτους να διαθέσει ένα μεγάλο ή μικρότερο μέρος του εισοδήματός του για επενδύσεις, σε σύγκριση πάντα με την αντίστοιχη συμπεριφορά του ιδιωτικού τομέα της οικονομίας. Τα αποτελέσματα μπορούν να απεικονισθούν σε διαγράμματα όπως το Σχήμα 1: η καμπύλη $sF(r, 1)$ είναι ομοιόμορφα μεγεθυμένη ή μικρυνόμενη και ο λόγος ισορροπίας κεφαλαίου / εργασίας τροποποιείται αντίστοιχα. Στην περίπτωση που υπήρχε ένα σύστημα μη αναλογικού φόρου εισοδήματος, τα αποτελέσματα θα μπορούσαν να ενσωματωθούν με περισσότερη όμως δυσκολία και θα δημιουργούσαν ενδιαφέρουσες περιπλοκές στα διαγράμματα. Φυσικά, η ύπαρξη ενός φόρου εισοδήματος θα επηρεάσει τις σχέσεις τιμών-μισθών με το γνωστό τρόπο.

► Μεταβλητή αύξηση του πληθυσμού

Αντί να θεωρούμε το σχετικό ρυθμό αύξησης του πληθυσμού ως μια σταθερά, μπορούμε, ακολουθώντας τη κλασική παράδοση, να τον θεωρήσουμε ως μια ενδογενή μεταβλητή του συστήματος. Συγκεκριμένα αν υποθέσουμε ότι ο λόγος L/L εξαρτάται μόνο από το επίπεδο του κατά κεφαλήν εισοδήματος ή της κατανάλωσης ή πιο απλά, από το πραγματικό ύψος του ημερομισθίου, είναι αρκετά εύκολο να γίνει μια γενίκευση. Αφού το κατά κεφαλήν εισόδημα είναι προσδιορισμένο από τη σχέση $Y/L = F(r, 1)$, συμπεραίνουμε ότι ο ρυθμός αύξησης του εργατικού δυναμικού γίνεται $n = n(r)$, δηλαδή μια συνάρτηση του λόγου κεφαλαίου / εργασίας και μόνο. Στην περίπτωση αυτή η βασική διαφορική εξίσωση γίνεται:

$$\dot{r} = sF(r, 1) - n(r)r.$$

ΣΧΗΜΑ 3.9



Σχηματικά, η μόνη διαφορά είναι ότι η ευθεία m^r έχει γίνει τώρα μια καμπύλη, που η μορφή της εξαρτάται από την ακριβή φύση της σχέσης μεταξύ της αύξησης του πληθυσμού και του πραγματικού εισοδήματος και μεταξύ πραγματικού εισοδήματος του λόγου κεφαλαίου / εργασίας.

Υποθέστε, για παράδειγμα, ότι για πολύ χαμηλά επίπεδα κατά κεφαλήν εισοδήματος ή πραγματικού ημερομισθίου, ο ρυθμός αύξησης του πληθυσμού τείνει να μειωθεί· για υψηλά επίπεδα εισοδήματος αρχίζει να ανέρχεται και για ακόμη υψηλότερα επίπεδα εισοδήματος ο ρυθμός της αύξησης του πληθυσμού σταθεροποιείται και μετά αρχίζει πάλι να ελαττώνεται. Το αποτέλεσμα μπορεί να μορφοποιηθεί όπως στο Σχήμα 3.9. Ο λόγος ισορροπίας κεφαλαίου / εργασίας r_1 , είναι σταθερός, αλλά ο r_2 είναι ασταθής. Τα αντίστοιχα επίπεδα του κατά κεφαλήν εισοδήματος μπορούν να διαπιστωθούν από τη μορφή της καμπύλης της συνάρτησης $F(r, 1)$. Αν ο αρχικός λόγος κεφαλαίου / εργασίας είναι κατώτερος από r_2 , το σύστημα θα έχει την τάση από μόνο του να επιστρέψει στο r_1 . Αν ο αρχικός λόγος μπορούσε, κατά κάποιο τρόπο, να αυξηθεί πάνω από το κρίσιμο επίπεδο r_2 , θα μπορούσε να ξεκινήσει μια αυτοσυντηρούμενη διαδικασία αύξησης του κατά κεφαλήν εισοδήματος (ενώ θα μπορούσε να αυξάνει και ο πληθυσμός). Το ενδιαφέρον σημείο που παρουσιάζει αυτή η περίπτωση είναι ότι δείχνει πως παρόλο που δεν υπάρχουν ιδιαιτερότητες στο σύστημα ή αύξουσες αποδόσεις, μπορεί να εμφανισθεί μια κατάσταση

πραγμάτων όπου η μικρής κλίμακας συσσώρευση κεφαλαίου να οδηγεί τελικά στη στασιμότητα, αλλά μια μεγαλύτερη ένταση των επενδύσεων μπορεί να οδηγήσει το σύστημα σε μια ανατροφοδοτούμενη διαδικασία διόγκωσης του κατά κεφαλήν εισοδήματος και του κεφαλαίου. Ο αναγνώστης μπορεί να εξετάσει ακόμα και άλλες πιθανές περιπτώσεις.

7 | Χαρακτηριστικές υποθέσεις και περιορισμοί

Όλα τα παραπάνω αναφέρονται και εκφράζουν τη νεοκλασική πλευρά. Ειδικότερα, είναι η οικονομική θεωρία της πλήρους απασχόλησης – με τη διττή άποψη της συνθήκης ισορροπίας και των χωρίς τριβές ανταγωνιστικού συστήματος. Όλες οι δυσκολίες και οι ακαμψίες που υπάρχουν στη σύγχρονη κενύσιανή ανάλυση εισοδήματος έχουν παραμερισθεί. Δεν υποστηρίζω ότι αυτά τα προβλήματα δεν υπάρχουν ή ότι είναι χωρίς σημασία, αλλά απρόβλεπτα*. Ο σκοπός μου όμως ήταν να εξετάσω την άποψη αυτού που θα μπορούσε να ονομασθεί οικονομική μεγέθυνση πάνω σ' ένα τετνωμένο σκοινί (tight-rope view) και να δω προς ποιες κατευθύνσεις θα μπορούσαν να οδηγήσουν ένα απλό υπόδειγμα οι περισσότερες εύκαμπτες υποθέσεις για την παραγωγή. Η υποαπασχόληση (ή ανεργία) και η υπερβάλλουσα παραγωγική ικανότητα ή οι αντίθετες καταστάσεις μπορούν να αποδοθούν σε καθεμία από τις γνωστές αιτίες της ανεπαρκούς ή της υπερβάλλουσας συναθροιστικής ζήτησης, αλλά δεν μπορούν να αποδοθούν χωρίς βάσανο, σε μια παρέκκλιση από μια κατάσταση «ισορροπίας» η οποία από την κατασκευή της δεν έχει καμία ελαστικότητα προσαρμογής.

Σ' αυτή την παράγραφο θέλω συμπερασματικά να υπογραμμίσω μερικώς από τους στοιχειώδεις περιορισμούς που εμποδίζουν την προσέγγιση της πλήρους απασχόλησης και να δείξω τον τρόπο που συγκροούνται με το νεοκλασικό υπόδειγμα⁸.

* [Σ.τ.Ε.] Ο Solow ρητά εισάγει τον νεοκλασικό προβληματισμό με την έννοια ότι συναρτά τη σταθερότητα του συστήματος από τους μηχανισμούς της αγοράς και τις τιμές. Ίσως γι' αυτό ακριβώς στη σύγχρονη γραφή του παρουσιάζεται σαν ένα νεοκλασικό υπόδειγμα μεγέθυνσης. Όμως δεν αγνόησε τον κενύσιανό προβληματισμό της «επιχειρηματικής λογικής» και γι' αυτό προχώρησε και στην ακαμψία των αμοιβών.

8. Μια πολύ εμπεριστατωμένη και γλαφυρή ανάλυση αυτών των σοβαρών προβλημάτων υπάρχει στο άρθρο του James Tobin (1955), «A dynamic aggregative model», *Journal of Political Economy*, vol. 63, σσ. 105-115.

► Άκαμπτα ημερομίσθια

Αυτή η υπόθεση για την προσφορά εργασίας είναι ακριβώς αντίθετη από εκείνη που έγινε προηγουμένως. Το πραγματικό ημερομίσθιο διατηρείται σε κάποιο αυθαίρετο επίπεδο \bar{w}/p . Το επίπεδο της απασχόλησης πρέπει να είναι τέτοιο, ώστε να διατηρεί το οριακό προϊόν της εργασίας σ' αυτό το επίπεδο. Εφόσον οι οριακές παραγωγικότητες εξαρτώνται μόνο από το λόγο κεφαλαίου / εργασίας, έπεται ότι καθορίζοντας το πραγματικό ημερομίσθιο καθορίζεται ταυτόχρονα το r στο επίπεδο π.χ. \bar{r} . Έτσι $K/L = \bar{r}$. Τώρα δεν υπάρχει λόγος να χρησιμοποιούμε το r ως μεταβλητή κι έτσι ερχόμαστε πίσω στην εξίσωση (3) η οποία, σύμφωνα με την τελευταία πρόταση γίνεται:

$$\bar{r}\dot{L} = sF(\bar{r}L, L),$$

ή

$$\frac{\dot{L}}{L} = \frac{s}{\bar{r}} F(\bar{r}, 1).$$

Αυτό σημαίνει ότι η απασχόληση θα αυξάνει εκθετικά με ρυθμό $(s/r)F(\bar{r}, 1)$. Αν αυτός ο ρυθμός γίνει μικρότερος από n , το ρυθμό αύξησης του εργατικού δυναμικού, η ανεργία θα επεκτείνεται και θα αυξάνει. Αν ισχύει η ανισότητα $(s/\bar{r})F(\bar{r}, 1) > n$, τότε το αποτέλεσμα θα είναι η έλλειψη (προσφοράς) εργασίας και είναι πιθανό, το πραγματικό ημερομίσθιο να γίνει τελικά ελαστικό προς τα πάνω. Τελικά το συμπέρασμα είναι ότι, αν η σχέση \bar{w}/p αντιστοιχεί σε ένα λόγο κεφαλαίου / εργασίας που θα έτεινε φυσιολογικά να ελλατώνεται ($\dot{r} < 0$), η ανεργία επεκτείνεται και αντίστροφα. Στα διαγράμματα ο ρυθμός $(s/\bar{r})F(\bar{r}, 1)$, εκφράζει ακριβώς την κλίση της ευθείας που ξεκινά από την αρχή των αξόνων και ακολουθεί την καμπύλη $sF(r, 1)$ με μια σχέση κεφαλαίου / εργασίας \bar{r} . Αν η κλίση αυτή είναι λιγότερο επικλινή από το n , η ανεργία επεκτείνεται, αν είναι πιο απότομη, θα έχουμε αυξανόμενη έλλειψη εργατικών χεριών.

► Προτίμηση ρευστότητας

Αυτό είναι ένα πολύ περίπλοκο θέμα για να μπορέσουμε να το χειριστούμε προσεκτικά σ' αυτό το άρθρο. Επιπλέον το άρθρο του Tobin που μόλις αναφέρθηκε περιέχει μια καινούργια και διεισδυτική ανάλυση της δυναμικής που αναφέρεται στις προτιμήσεις για τη μορφή και τον τύπο διακράτησης των στοιχείων ενεργητικού. Σημειώνω εδώ, κάπως

πρόχειρα, είναι αλήθεια, μόνο το σημείο της επαφής αυτής της θεωρητικής θέσης με το νεοκλασικό υπόδειγμα*.

Υποθέτοντας πάλι ότι το γενικό επίπεδο των τιμών είναι σταθερό (αν και είναι τώρα κάπως αφύσικο να υποστηρίζεται μια τέτοια θέση) η ζήτηση του χρήματος για συναλλαγές θα εξαρτηθεί από το επίπεδο του πραγματικού προϊόντος Y και η επιλογή ανάμεσα στη διατήρηση ρευστότητας και στη διατήρηση αποθέματος κεφαλαίου θα εξαρτηθεί από τη σχέση q/p δηλαδή την πραγματική απόδοση του κεφαλαίου. Με μια δεδομένη ποσότητα χρήματος, η παραπάνω θέση μας δίνει μια σχέση μεταξύ Y και q/p ή ουσιαστικά, μεταξύ K και L , π.χ.

$$\bar{M} = Q\left(Y, \frac{q}{p}\right) = Q\{F(K, L), F_k(K, L)\} \quad (15)$$

όπου τώρα το K αντιπροσωπεύει κεφάλαιο εν χρήσει. Στην προηγούμενη υπόθεση της πλήρους απασχόλησης των εργατικών δυναμικού λόγω εύκαμπτων ημερομισθίων, μπορούμε να θέσουμε $L = L_0 e^{nt}$ και να λύσουμε τη (15) ως προς $K(t)$, δηλαδή τον απασχολούμενο κεφαλαιουχικό εξοπλισμό. Από το $K(t)$ και το L μπορούμε να υπολογίσουμε $Y(t)$ και επομένως τις συνολικές αποταμιεύσεις $sY(t)$. Αλλά αυτό αντιπροσωπεύει καθαρή επένδυση (ο πλούτος που δεν διακρατείται σε ρευστά διαθέσιμα πρέπει να διακρατείται σε κεφάλαιο). Το δεδομένο αρχικό απόθεμα κεφαλαίου μαζί με τη ροή των επενδύσεων ορίζουν το διαθέσιμο απόθεμα κεφαλαίου

* [Σ.τ.Ε.] Πέρα από το πρώτο άρθρο του J. Tobin (1955), στο άρθρο του «Money and Economic Growth» *Econometrica* (1965) σσ. 671-84 διατηρεί τα νεοκλασικά χαρακτηριστικά του Solow (όπως η συνάρτηση παραγωγής, η διακύμανση της p και ω σύμφωνα με τις αγορές και εισάγει το χρήμα για να χειρισθεί το θέμα της διακράτησης στοιχείων ενεργητικού (assets). Η εισοδος του χρήματος επιδρά κατά τον Tobin ως εξής:

α) Ο πρώτος κατέχεται σε μορφή πραγματικών διαθεσίμων M/P και «φυσικών» στοιχείων. Το M/P είναι ενδογενές και προκύπτει ως αποτέλεσμα ισορροπίας του χαρτοφυλακίου, σύμφωνα με τις προτιμήσεις και τις σχετικές αποδόσεις.

β) Το εισόδημα έχει ως πηγές του την παραγωγή και την αξία των M/P . Η οικονομία χαρακτηρίζεται από το κεφάλαιο και τα M/P από εργαζόμενο.

Ο Tobin καταλήγει ότι οι κυβερνήσεις μπορούν να χρησιμοποιούν τα εργαλεία της νομισματικής πολιτικής (monetary aggregate, και επιτόκιο) για να επιτύχουν πραγματικά αποτελέσματα όταν τα μέτρα καταλήγουν να επιδρούν στα νομισματικά assets και το παραγωγικό κεφάλαιο.

Σήμερα η «Νέα Νομισματική Πολιτική» (βλέπε τα συμπεράσματα του Συνεδρίου που δημοσιεύθηκαν στο *Federal Reserve Bank of New York Economic Review* 2002), σε βηματισμό με τη Νέα Μακροοικονομική αγνοεί το απόθεμα χρήματος και επικεντρώνεται στο ρόλο του επιτοκίου και στις επιπτώσεις του στον πληθωρισμό. Η νομισματική πολιτική πέρα από τα βραχυχρόνια αποτελέσματα μπορεί να έχει και «long-run effects on real magnitudes» σύμφωνα με τον P. Arestis (2002), *Can Monetary Policy affect the real Economy*, Mimeo. Επίσης βλέπε P. Arestis and M. Sawyer, 2004, *Re-examining Monetary and Fiscal Policy for the 21st Century*, Edward Elgar.

που μπορούμε να συγκρίνουμε με $K(t)$, για να εκτιμήσουμε το επίπεδο της υπερβάλλουσας προσφοράς ή ζήτησης που υπάρχει για τις υπηρεσίες που προσφέρει αυτό το κεφάλαιο.

Στην περιφημη περίπτωση της «παγίδας ρευστότητας» όπου η ζήτηση για αδρανή διαθέσιμα γίνεται απεριόριστα ελαστική σε κάποιο θετικό επίπεδο επιτοκίου, έχουμε μια ανελαστική τιμή των συντελεστών που μπορεί να συμπεριφέρεται όπως τα άκαμπτα ημερομίσθια, παραπάνω. Το αποτέλεσμα θα είναι η υποαπασχόληση του κεφαλαίου, αν το επιτόκιο γίνει τελείως ανελαστικό, σε κάποιο επίπεδο πάνω από εκείνο που αντιστοιχεί στο λόγο ισορροπίας κεφαλαίου / εργασίας.

Αλλά ακριβώς εδώ είναι που γίνεται προφανής η ματαιότητα της προσπάθειας να περιγράψουμε αυτή την κατάσταση με τους όρους ενός «πραγματικού» (μη εκχρηματισμένου) νεοκλασικού υποδείγματος. Γιατί τώρα δεν μπορούμε να αντιπαρέλθουμε τη σύμπτωση επίπτωση των νομισματικών συντελεστών στην πραγματική κατανάλωση και την επένδυση. Όταν το πρόβλημα είναι η κατανομή των διακρατούμενων (περιουσιακών) στοιχείων ενεργητικού μεταξύ ρευστών διαθεσίμων και αποθέματος κεφαλαίου, η τιμή του σύνθετου αγαθού γίνεται μια σημαντική μεταβλητή και δεν είναι δυνατόν να αποφύγουμε την αναφορά σε μια δυναμική νομισματική ανάλυση.

► Συμπεράσματα για την οικονομική πολιτική

Δεν είναι εδώ κατάλληλος χώρος για να συζητηθεί η ανθετικότητα της αφηρημένης ανάλυσης του υποδείγματός μας απέναντι στα πρακτικά προβλήματα της οικονομικής σταθεροποίησης. Είναι εσκεμμένα τόσο νεοκλασική, όσο μπορείτε να φανταστείτε. Εν μέρει, αυτό φαίνεται από τις επιπτώσεις που έχει η ανάλυση που προηγήθηκε σε θέματα οικονομικής πολιτικής. Είναι ενδεχόμενο να απαιτηθεί η ανάληψη κάποιας δράσης για να διατηρήσουμε την πλήρη απασχόληση. Αλλά η πολλαπλότητα των δρόμων για την πλήρη απασχόληση μέσω μιας σύνθετης πολιτικής φόρων, δαπανών και νομισματικών μέτρων, αφήνει στην κοινωνία κάποια ελευθερία να διαλέξει αν θέλει υψηλά επίπεδα απασχόλησης μαζί με σημαντική συσσώρευση πάγιου κεφαλαίου, χαμηλή κατανάλωση, γρήγορη ανάπτυξη και αντίστροφα, ή κάποιο συνδυασμό. Δεν κάνω την υπόθεση ότι αυτό το είδος της οικονομικής πολιτικής (για παράδειγμα: φθινό χρήμα και προγραμματισμένο πλεόνασμα) μπορεί να υλοποιηθεί χωρίς σοβαρά προβλήματα. Αλλά ένα από τα πλεονεκτήματα αυτού του περισσότερο ευέλικτου υποδείγματος μεγέθυνσης είναι ότι προσφέρει μια θεωρητική υπόσταση σ' αυτές τις πρακτικές δυνατότητες (βλ. Samuelson, 1953, σ. 577 και Vickrey, 1954).

► Αβεβαιότητα κ.λπ.

Καμιά αξιόλογη θεωρία επενδύσεων δεν μπορεί να στηριχθεί στην υπόθεση της τέλειας πρόβλεψης και της ίσης αξίας ανταλλαγής (arbitrage) στο χρόνο. Υπάρχουν πάρα πολλοί λόγοι που η καθαρή επένδυση είναι κατά καιρούς ανεπιθέρη από τις τρέχουσες μεταβολές στην πραγματική απόδοση του κεφαλαίου, ενώ άλλες φορές είναι υπερευαίσθητη. Όλοι αυτοί οι ιστοί της αράχνης και άλλοι ακόμη έχουν αφηθεί κατά μέρος σ' αυτό το δοκίμιο. Σ' ένα τέτοιο πλαίσιο ίσως αυτό να δικαιολογείται*.

► Βιβλιογραφία

- Haavelmo, T. (1954), *A Study in the Theory of Economic Evolution*, North-Holland.
- Harrod, R. F. (1953), «Full capacity v. full employment growth: comment», *Quarterly Journal of Economics*, vol. 67.
- Samuelson, P. A. (1953), στο βιβλίο του M. F. Millikan (ed.), *Income Stabilization for a Developing Democracy*, Yale University Press.
- Solow, R. M. (1953-4), «A note on price level and interest rate in a growth model», *Review of Economic Studies*, vol. 54.
- Solow, R. M. και Samuelson, P. A. (1953), «Balanced growth under constant returns to scale», *Econometrica*, vol. 21
- Vickrey, W. (1954), στο βιβλίο του K. K. Kurihara (ed.), *Post-Keynesian Economics*, Allen & Unwin.

* [Σ.τ.Ε.] Για τον αναγνώστη που ενδιαφέρεται χρήσιμο είναι το άρθρο του ίδιου για το «Κατάλοιπο Solow» στο Technical Change and the Aggregate Production Function, *Review of Economics and Statistics*, σσ. 312-320.

Το θέμα του καταλογισμού της παρατηρούμενης αύξησης του ΑΕΠ στα αίτια (ή πηγές) ανάπτυξης δηλαδή στο Κεφάλαιο, την Εργασία και την Τεχνολογία αντιμετωπίζεται από την εκτίμηση της TFP (Total Factor Productivity). Στο «Κατάλοιπο Solow» (1967) η συμβολή της τεχνολογίας στην οικονομική μεγέθυνση υπολογίζεται «εξ' υπολοίπου», μεταξύ της αφαίρεσης της συμβολής του κεφαλαίου και της εργασίας. Μελέτες έχουν εκτιμήσει ότι το ήμισυ της παρατηρούμενης αύξησης του ΑΕΠ μπορεί να αποδοθεί σε παράγοντες εκτός του κεφαλαίου και της εργασίας. Γι' αυτό θεωρούμε ότι η TFP είναι εξωγενής.