

Δεύτερη Εργασία Εργαστηρίου MATLAB Γραμμικών Μαθηματικών

Δημήτριος Χριστόπουλος^{1,2}

¹Εθνικό Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών, Τμήμα Οικονομικών Επιστημών
²dchristop@econ.uoa.gr

Ημερομηνία παράδοσης: Τρίτη 14 Ιουνίου 2011 23:59

1. [25%] Να δημιουργηθούν κατάλληλες ανώνυμες συναρτήσεις στο MATLAB και με την βοήθεια αυτών να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των ακόλουθων συναρτήσεων:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad , \quad g(x) = \frac{1}{1+e^{-x}} \quad , \quad h(x) = \frac{\frac{1}{4}x + \frac{1}{8}x^2 + x^3}{1 + \frac{1}{10}x + \frac{1}{8}x^2 + x^3}$$

2. [25%] Δίνεται ο πίνακας:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{751}{1386} & \frac{625}{1386} & \frac{323}{1386} & -\frac{172}{693} & -\frac{151}{693} \\ 3305 & 3557 & 821 & -4817 & -1751 \\ 2772 & 2772 & 1386 & -5544 & -5544 \\ -\frac{142}{63} & -\frac{142}{63} & -\frac{263}{252} & \frac{1261}{504} & \frac{295}{504} \\ \frac{5}{42} & \frac{5}{42} & \frac{5}{84} & \frac{95}{168} & -\frac{31}{168} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & \frac{5}{12} & \frac{5}{12} \end{pmatrix}$$

- (α') Να διαγωνοποιηθεί ο πίνακας με όλες τις διαθέσιμες MATLAB εντολές, πάντοτε σε format rat.
- (β') Να γίνει το ίδιο με κάποιο πακέτο CAS της αρεσκείας σας και να συγκριθούν τα αποτελέσματα με εκείνα του α' ερωτήματος.
- (γ') Να γίνει η LU παραγοντοποίηση του A με MATLAB και κάποιο CAS. Να συγκριθούν τα αποτελέσματα.
- (δ') Να γίνει η QR παραγοντοποίηση του A με MATLAB και κάποιο CAS. Να συγκριθούν τα αποτελέσματα.

3. [25%] Να δημιουργήσετε με χρήση της MATLAB εντολής *for* τους πίνακες και να τους εμφανίσετε όπως παρατίθενται ακολούθως:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \\ 2 & 1 & \frac{2}{3} & \frac{1}{2} & \frac{2}{5} \\ 3 & \frac{3}{2} & 1 & \frac{3}{4} & \frac{3}{5} \\ 4 & 2 & \frac{4}{3} & 1 & \frac{4}{5} \\ 5 & \frac{5}{2} & \frac{5}{3} & \frac{5}{4} & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & \frac{1}{7} & \frac{1}{9} & \frac{1}{11} \\ \frac{2}{5} & \frac{2}{7} & \frac{2}{9} & \frac{2}{11} & \frac{2}{13} \\ \frac{3}{7} & \frac{1}{3} & \frac{3}{11} & \frac{3}{13} & \frac{1}{5} \\ \frac{4}{9} & \frac{4}{11} & \frac{4}{13} & \frac{4}{15} & \frac{4}{17} \\ \frac{5}{11} & \frac{5}{13} & \frac{1}{3} & \frac{5}{17} & \frac{5}{19} \end{pmatrix}$$

4. [25%] Να απαντηθούν τα ακόλουθα ερωτήματα:

(α') Να βρεθεί βήμα-βήμα η γενική λύση του συστήματος:

$$\begin{cases} 3x + 9y - 3z = 12 \\ -7x - 23y + 8z = -29 \\ 2x - 4y + 3z = 3 \end{cases}$$

χρησιμοποιώντας απαλοιφή Gauss-Jordan με μερική οδήγηση γραμμών στο MATLAB. Κατόπιν να προσπαθήσετε να το λύσετε με όλες τις διαθέσιμες εντολές του MATLAB. Τι παρατηρείτε ;

(β') Να κατασκευαστεί και να επιλυθεί το σύστημα $A \cdot x = b$ με:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 2 & 2^2 & 2^3 & \dots & 2^\nu \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \nu & \nu^2 & \nu^3 & \dots & \nu^\nu \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ \nu \end{pmatrix}$$

για $\nu = 20, 40, 80, 100, 140$ με την χρήση όλων των διαθέσιμων μεθόδων του MATLAB και να γίνει επαλήθευση. Ποια μέθοδος έχει το μικρότερο σφάλμα; Ποια μέθοδος απέτυχε να λύσει το σύστημα με ακρίβεια αποδεκτή σε αριθμητική κινητής υποδιαστολής;

Υποδείξεις

Για την υλοποίηση της εργασίας μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το MATLAB ή το Octave. Επίσης μπορείτε να χρησιμοποιήσετε οποιοδήποτε CAS επιθυμείτε για την συμβολική διερεύνηση.

Για την βήμα-βήμα επίλυση μικρών σχετικά γραμμικών συστημάτων είναι χρήσιμη η έτοιμη συνάρτηση `showechelon.m`, την οποία μπορείτε να βρείτε στα Έγγραφα της ηλεκτρονικής τάξης.

Για την Εργασία θα παραδοθεί ηλεκτρονικά ένα αρχείο κειμένου (όχι σαρωμένο χειρόγραφο) στο οποίο θα απαντάται το κάθε ερώτημα ξεχωριστά και στο οποίο θα έχετε ενσωματώσει τις εντολές και τα αποτελέσματα όποιων προγραμμάτων έχετε χρησιμοποιήσει.