



ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ  
ΣΧΟΛΗ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ  
ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

# ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Διδάσκων: Στ. Κώτσιος

Φθινόπωρο 2024

## *ΕΡΓΑΣΙΑ 2<sup>η</sup>*

<b>ΑΜ:</b>	
<b>ΕΠΩΝΥΜΟ:</b>	
<b>ΟΝΟΜΑ:</b>	
<b>ΒΑΘΜΟΣ:</b>	

**Άσκηση 1<sup>η</sup>:** Επιλύσατε τις διαφορικές εξισώσεις:

$$(a) \quad y^{(4)}(t) + y''(t) = 4$$

$$(b) \quad y''(t) + y'(t) + 3y(t) = 2t\eta\mu(3t) \quad , \quad y(1) = 0 \quad , \quad y'(1) = 1$$

**Άσκηση 2:** Να επιλυθούν τα κάτωθι διαφορικά συστήματα:

$$\begin{aligned} \text{A)} \quad & \begin{cases} 2\dot{x} - \dot{y} - 4x = 2t \\ 2\dot{x} + 4\dot{y} - 3y = 0 \end{cases} \quad (\text{Με την μέθοδο της απαλοιφής}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B)} \quad & \begin{cases} y_1'' + y_2' - 2y_1 + 2y_2 = 0 \\ y_2'' - y_1' + 2y_1 - 4y_2 = 1 \end{cases} \quad (\text{Με την μέθοδο των D-τελεστών}) \\ & y_1(0) = 0, y_1'(0) = 1, y_2(0) = 1, y_2'(0) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Γ)} \quad & \begin{cases} x' = y + 1 \\ y' = x - 1 \end{cases} \quad (\text{Με την μέθοδο των ιδιοτιμών}) \end{aligned}$$

**Άσκηση 3<sup>η</sup>:** Επιλύσατε τις κάτωθι εξισώσεις διαφορών:

$$(a) \quad y_{n+1} - y_n = n^3 + 3^n$$

$$(b) \quad y_{n+3} - y_{n+2} + y_{n+1} - y_n = 2n - 1$$

$$(c) \quad y_{n+2} + y_n = \eta\mu\left(\frac{\pi}{2}n\right)$$

**Άσκηση 4<sup>η</sup>:** Χρησιμοποιώντας το MATHEMATICA για να κάνετε τις περίπλοκες πράξεις, επιλύσατε το σύστημα:

$$\vec{x}_{n+1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \vec{x}_n$$

$$X_0 = (1, 0, 0)$$

Χρησιμοποιήσατε εντολές MATHEMATICA για να απαντήσετε στα κάτωθι:

1. Δίδεται η συνάρτηση ζήτησης  $q = a + bp$  και η συνάρτηση προσφοράς  $q = c + dp$ . Υπολογίσατε την ποσότητα:  $\frac{\partial^2 R^*}{\partial b^2}$  όπου  $R^*$ , τα έσοδα στο σημείο ισορροπίας.
2. Δείξτε ότι η συνάρτηση κόστους:  $C(x) = a + bx + cx^2$  παρουσιάζει ακρότατο εκεί που η συνάρτηση μέσου κόστους έχει ελαστικότητα ίση με -1.
3. Κατασκευάσατε έναν τετραγωνικό πίνακα διαστάσεων  $n \times n$ , με στοιχεία τυχαίους ακέραιους από το διάστημα  $[0,1]$ , (δηλαδή ή 0 ή 1) και βρείτε το ίχνος του. Επαναλάβετε για  $n=1,2,3,4,\dots,m$ ,  $m$  δεδομένο και βρείτε την μέση τιμή των ιχνών.

4. Σχεδιάσατε στο ίδιο γράφημα, τις λύσεις της διαφορικής εξίσωσης:

$$\frac{dy}{dx} = x^2 + y \text{ που διέρχονται από τις αρχικές συνθήκες: } y(0) = 0,1,2,3,4.$$

5. Σε ένα απλό δυναμικό υπόδειγμα, το ΑΕΠ ακολουθεί το παρακάτω σύστημα εξισώσεων διαφορών:

$$\begin{aligned} Y_t &= C_t + I_t + G \\ C_t &= \alpha Y_{t-1} \\ I_t &= v(Y_{t-1} - Y_{t-2}) \\ \text{με } G &= c \end{aligned}$$

Να βρεθεί η συνάρτηση  $Y_t$  για αρχικές συνθήκες  $Y_0 = 120$ ,  $Y_{-1} = 140$

6. Κατασκευάστε μία λίστα με  $n$  τυχαίους ακέραιους από το διάστημα  $[-50,50]$  και μετρήσατε πόσες φορές έχουμε αλλαγή πρόσημου όταν την διατρέχουμε.
7. Έστω  $f(x) = x^2 - 5x + 1$ . Δίνοντας στο  $x$  δέκα τυχαίες τιμές, μεταξύ 0 και 5, προσεγγίστε πιθανό ελάχιστο. Επαναλάβετε για 100 και 1000 τιμές.
8. \* Ο  $4^{05}$  όρος μίας γεωμετρικής προόδου είναι 56, ενώ ο έκτος όρος είναι  $7/8$ . Να βρεθεί το άπειρο άθροισμα των όρων της προόδου, χωρίς την χρήση οποιουδήποτε τύπου.

# ΟΔΗΓΙΕΣ

1. Η ΠΑΡΑΠΑΝΩ ΕΡΓΑΣΙΑ ΕΙΝΑΙ ΠΡΟΑΙΡΕΤΙΚΗ
2. Η ΕΡΓΑΣΙΑ ΘΑ ΠΑΡΑΔΟΘΕΙ ΤΗΝ ΗΜΕΡΑ ΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ, ΚΑΜΙΑ ΠΑΡΑΤΑΣΗ ΔΕΝ ΘΑ ΔΟΘΕΙ
3. ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΠΑΡΑΔΟΣΗ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΘΑ ΛΑΒΕΙ ΧΩΡΑ ΣΥΝΤΟΜΗ ΠΡΟΦΟΡΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ.
4. Η ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ ΘΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΘΕΙ ΑΠΟ ΤΟΝ ΤΥΠΟ

$$B = \max \left\{ \Gamma\rho, \frac{\Gamma\rho + E\rho}{2} \right\} \quad \Gamma\rho \geq 5$$

ΟΠΟΥ  $\Gamma\rho$  Ο ΒΑΘΜΟΣ ΤΩΝ ΓΡΑΠΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΚΑΙ  $E\rho$  Ο ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ ΤΩΝ ΕΡΓΑΣΙΩΝ.

5. Η ΕΡΓΑΣΙΑ ΔΕΝ ΘΑ ΛΗΦΘΕΙ ΥΠΟΨΗ ΣΤΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΛΙΟΥ-ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ