

Μερίδα Προβλήματα

Πρόβλημα 1^ο Ποιά είναι η συνάρτηση κόστους που έχει οριστικό κόστος $5q^2 - 2$;

Λύση: Ζητάμε συνάρτηση $C(q)$ έτσι ώστε

$$\frac{dC}{dq} = 5q^2 - 2$$

Πρόβλημα 2^ο Να βρεθεί συνάρτηση $f(p)$ που η ελαστικότητα να είναι ίση με $2p+7$.

Λύση: Ζητάμε $D(p)$ έτσι ώστε

$$\frac{dD}{dp} \cdot \frac{p}{D} = 2p+7 \Rightarrow$$

$$\frac{dD}{dp} = \frac{2p+7}{p} \cdot D$$

$$E_D = 2p+7 \Rightarrow$$

Πρόβλημα 3^ο Γνωρίζουμε ότι η παραγωγή ενός προϊόντος Q , σταθμάει από το εισελεύσιμο κεφάλαιο K και την εργασία L . Βρείτε το Q

Λύση: Έστω $Q(K, L)$ η ζητούμενη συνάρτηση

$$\frac{\partial Q}{\partial K} \cdot K + \frac{\partial Q}{\partial L} \cdot L = Q$$

από

(2)

Πρόβλημα 4^ο: (Ενα συνυφέντες Δυναμικό

Σύνοψη) Έστω ότι οι αναρτίσεις προσφοράς και ζήτησης είναι γραμμικές. Έστω ακόμα ότι η τιμή ενός προϊόντος αλλάξει με τον χρόνο Δώσατε "υπόδειγμα" που περιγράφει μν "αγορά".

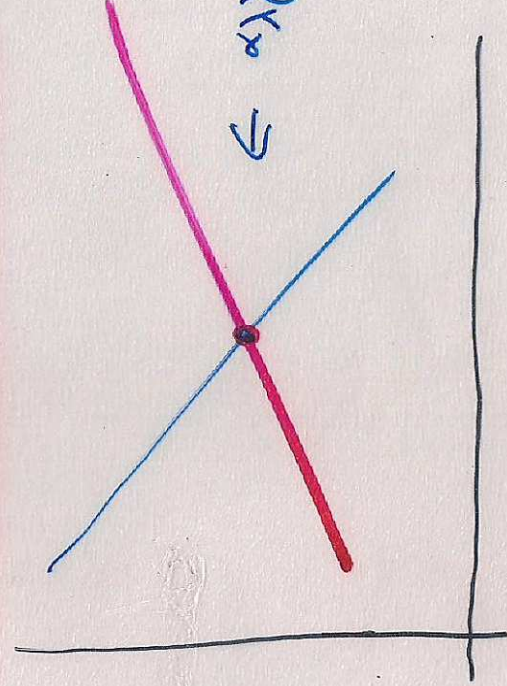
Λύση:

$$D = a + b p \quad b < 0, \quad \text{ζήτηση}$$

$$S = \gamma + \delta p \quad \delta > 0, \quad \text{προσφορά}$$

$$\frac{dp}{dt} = \lambda (D - S), \quad \lambda > 0$$

↖ Δυναμική
Προσέγγιση



Βασικοί Ορισμοί

③

Διαφορική Εξίσωση ονομάζεται μια εξίσωση που σχετίζεται:

- (1) Τις παραγώγους μιας άγνωστης συνάρτησης.
- (2) Τών άγνωστη συνάρτησης.
- (3) Τις μεταβλητές από τις οποίες εξαρτάται η συνάρτηση
- (4) Σταθερές.

·X. $y' + 3xy = e^x$ ή $\frac{d^2x}{dt^2} + 3x^2 = 4 + e^{-t}$

ή $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = k$ κ.λ.π.

Κάθε συνάρτηση που αντεπικαθιστώμενη σε μια Δ.Ε., την ικανοποιεί ονομάζεται **Λύση** της Δ.Ε.

·X. $y(x) = \dots$, $x(t) = \dots$,

$f(x, t) = \dots$

Συνθήκες τις οποίες $y(x_0) = y_0$,
που καθορίζεται να ικανοποιήσουν
οι λύσεις, λέγονται **αρχικές**
συνθήκες.

Κατηγοριοποίηση

Μια Δ.Ε. λέγεται **Συνήθης Διαφορική**
Εξίσωση (ΣΔΕ) όταν η άγνωστη
συνάρτηση εμφανίζεται από μία ή μεγαλύτερη

π.χ. $x' = 1 + 2e^t$, $y'' + sy' + 6y = nhx$.

Μια Δ.Ε. λέγεται **Διαφορική Εξίσωση**
ή Ήφικες Παραγωγούς (Δ.Ε.Μ.Π)
όταν η άγνωστη συνάρτηση εμφανίζεται από
πολλές μεταβλητές.

π.χ. $\frac{\partial Q}{\partial K} K + \frac{\partial Q}{\partial L} L = 2Q$ ή $\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial z} = 2fxz =$

(5)

Τάξη μιας Δ.Ε., ονομάζουμε την
τάξη της "υψηλότερης" παραγωγίου
που παρουσιάζεται στην Δ.Ε.

π.χ. $y' = 5x - y$, $1^{ος}$ τάξεως
 $y'' - 7y + 8x = n^h x$, $2^{ος}$ τάξεως
 $(y''')^2 = (y'')^3$, $3^{ος}$ τάξεως

Ειδίγματα Δ.Ε.

- 1) Αναλυτική
 - 2) Αριθμητική (H/Y)
 - 3) Γραφική
- ## Ποιοτικά Θέματα

A: Enjügaré tiv A.E

$$y''' = n_1 x \quad \text{for } y(0) = 0, \quad y'(0) = 1, \quad y''(0) = 1$$

$$\text{Ans: } y'''(x) = n_1 x \Rightarrow y(x) = \int \int (n_1 x) dx dx =$$

$$\int (n_1 x) dx = -\frac{1}{2} n_1 x^2 + C_1 \Rightarrow \int (n_1 x) dx = (-\frac{1}{2} n_1 x^2) + C_1 =$$

$$= -\frac{1}{2} n_1 x^2 + C_1 x + C_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y(x) = \frac{1}{2} n_1 x^2 + C_1 x + C_2$$

$$y(0) = 0 \Rightarrow 0 = 1 + 0 + 0 + C_2 \Rightarrow C_2 = -1$$

$$y'(0) = 1 \Rightarrow (-n_1 x + C_1) \Big|_{x=0} = 1 \Rightarrow C_1 = 1$$

$$y''(0) = 1 \Rightarrow (-\frac{1}{2} n_1 x) \Big|_{x=0} = 1 \Rightarrow C_1 = 2$$

$$\Rightarrow y(x) = \frac{1}{2} n_1 x^2 + x - 1$$

-2-

A: Eivar ni $y=1$ juan nis $y''+2y'+y=1$ ni

nio $y''+2y'+y=2$

A: $y'=0, y''=0 \Rightarrow 0+0+1=1$ $1 \neq 2$

$0+0+1=2$ siv $1 \neq 2$

A: ~~Eivar~~ Diferensial $y=ce^{-x}$ eivar juan nis $y''+y=0$
kai b'pirl dumi nov 1 konononi ni eivar $y(3)=2$

A: $(ce^{-x})'+ce^{-x} = -ce^{-x}+ce^{-x} = 0$ $1 \neq 2$

$y(3)=2 \Rightarrow ce^{-3}=2 \Rightarrow c=2e^3 \Rightarrow y(x)=2e^3e^{-x}=2e^{3-x}$

A: Enjisoro ni d.e $y''=1$

A: $y''(x)=1 \Rightarrow \int y''(x)dx = \int 1 dx \Rightarrow$

$y'(x)=x+c \Rightarrow \int y'(x)dx = \int (x+c)dx \Rightarrow$

$\Rightarrow y(x) = \frac{x^2}{2} + cx + k$