Notes 5_12_2024

S.O.S.

$q = -2p + 40$

►Άσκηση 4. Η συνάρτηση ζήτησης ενός προϊόντος είναι $q + 2p = 40$, όπου q η ζητούμενη ποσότητα και p η τιμή του προϊόντος, ενώ η συνάρτηση του μέσου κόστους του, είναι $\boxed{AC = 20q^{-1} + 4}$. $\rightarrow TC$ $TR = p \cdot q$

i. Προσδιορίστε την τιμή της q για την οποία μεγιστοποιούνται τα κέρδη.

ii. Υπολογίστε την ελαστικότητα ζήτησης ως προς την τιμή στο σημείο που μεγιστοποιούνται τα κέρδη.

iii. Υποθέστε ότι η κυβέρνηση επιβάλει έναν εφάπαξ φόρο $t = 48$ νομισματικών μονάδων. Πώς επηρεάζεται η καμπύλη των κερδών; φόρος $= t \cdot Q$

iv. Υποθέστε ότι η κυβέρνηση επιβάλλει έναν φόρο ύψους t νομισματικών μονάδων ανά μονάδα πωλουμένης ποσότητας. Να υπολογισθεί η ποσότητα που μεγιστοποιεί τα κέρδη μετά την επιβολή φόρου. Επίσης να υπολογισθεί η τιμή που πρέπει να λάβει ο t ώστε η κυβέρνηση να εισπράξει τα μέγιστα φορολογικά έσοδα από τη συγκεκριμένη φορολογία. Πόσα θα είναι τα έσοδα αυτά;

$$i)\ AC = \frac{TC}{Q} \Rightarrow TC = AC \cdot Q \xRightarrow{AC = 20q^{-1} + 4}$$

$$TC = (20Q^{-1} + 4)Q \Rightarrow \boxed{TC(Q) = 20 + 4Q}$$

$$TR = P \cdot Q \xrightarrow[P = 20 - \frac{Q}{2}]{q + 2p = 40} \left(20 - \frac{Q}{2}\right) \cdot Q \Rightarrow$$

$$\boxed{TR(Q) = 20Q - \frac{Q^2}{2}}$$

κέρδη:
$$\Pi(Q) = \overbrace{\left(20Q - \frac{Q^2}{2}\right)}^{TR} - \overbrace{(20 + 4Q)}^{TC}$$

κέρδη: $\Pi(Q) = \left(20Q - \frac{Q^2}{2}\right) - (\ldots)$

$$\boxed{\Pi(Q) = -\frac{Q^2}{2} + 16Q - 20}$$

$\Pi'(Q) = -Q + 16$, $\Pi''(Q) = -1$

$\Pi'(Q) = 0 \Rightarrow -Q + 16 = 0 \Rightarrow \boxed{Q = 16}$

$\Pi''(16) = -1 < 0$ → Για $Q = 16$ έχουμε μέγιστα κέρδη.

$\boxed{Q = 16}$ $\Pi(Q)$

$\boxed{\Pi(16) = \text{μέγιστα κέρδη}}$

σημείο → $(16, \Pi(16))$

ii) Θα βρούμε την E_D για $\boxed{Q = 16}$

Ελαστικότητα της ζήτησης ως προς την τιμή → μεταβλητή είναι η P.

Ελαστ. ως ζήτησης → $\boxed{Q_D(P) = -2P + 40}$

από την εκφώνηση (δίνεται 1η γραμμή)

από την εκφώνηση
(βλέπε 1η γραμμή)

$$\boxed{E_f = \frac{x}{f(x)} \cdot f'(x)}$$

$$E_D = \frac{P}{Q_D(P)} \cdot \underbrace{Q_D'(P)}_{-2} \Rightarrow E_D = \frac{P}{-2P+40} \cdot (-2)$$

$$\boxed{E_D = \frac{-2P}{-2P+40}}$$

Τα κέρδη μεγιστοποιούνται για $Q = 16$. Επειδή $P = 20 - \frac{Q}{2}$
(βλέπε συνάρτηση εσόδων)

έχουμε $P = 20 - \frac{16}{2} \Rightarrow \boxed{P = 12}$

Άρα, $E_D(12) = \dfrac{-2 \cdot 12}{-2 \cdot 12 + 40} \Rightarrow \boxed{E_D(12) = -1.5}$

$|E_D| = |-1.5| = 1.5 > 1$ ⇝ Ζήτηση ελαστική

Ερμηνεία: Αύξηση της τιμής κατά 1% οδηγεί σε μείωση της ζήτησης κατά 1.5%

iii) Αφού επιβάλλεται φόρος (εφάπαξ) $t = 48$ ν.μ. αυτό σημαίνει ότι αυξάνονται τα έξοδά μου κατά 48 ν.μ. δηλ. η $\boxed{TC(Q) = 20 + 4Q}$ (παλιό TC)

θα γίνει $TC(Q) = 20 + 4Q + 48 = 68 + 4Q$

$$\Rightarrow \boxed{TC(Q) = 68 + 4Q}$$

Άρα, $\Pi(Q) = TR(Q) - TC(Q)$

$$\Pi(Q) = \left(20Q - \frac{Q^2}{2}\right) - (68 + 4Q)$$

$$\boxed{\Pi(Q) = -\frac{Q^2}{2} + 16Q - 68}$$

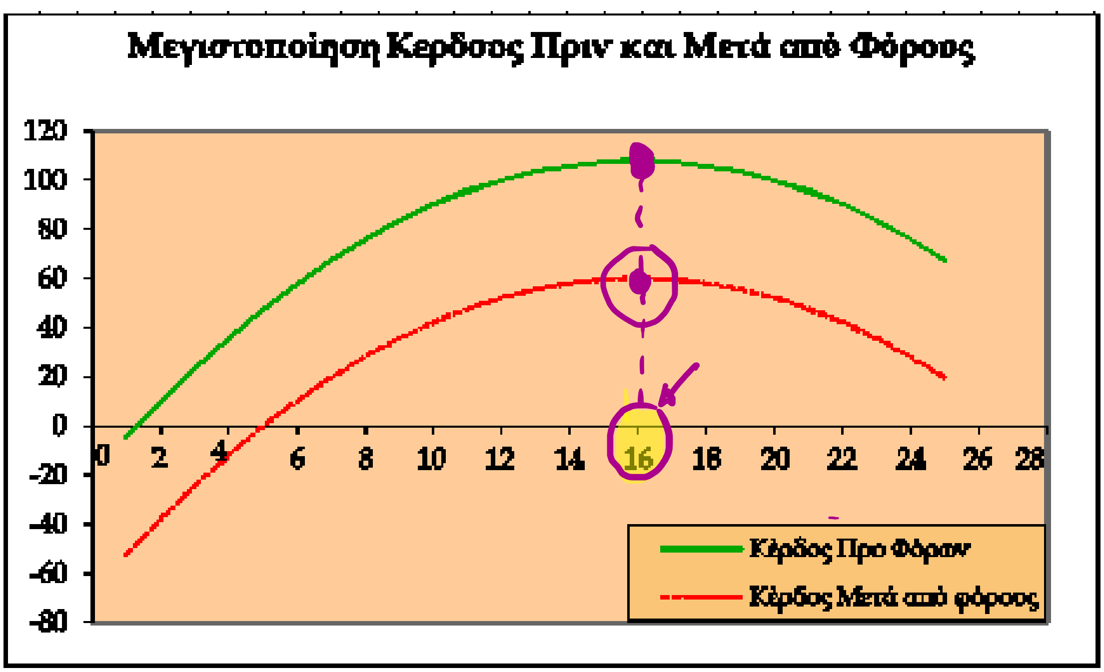
$\Pi'(Q) = -Q + 16$, $\Pi'(Q) = 0 \Rightarrow \boxed{Q = 16}$

$\Pi''(Q) = -1$, $\Pi''(16) = -1 < 0$

Άρα για $Q = 16$ έχουμε μέγιστα κέρδη για την περίπτωση φόρου $t = 48$ ν.μ.

Κέρδη προ φόρου: $\Pi(Q) = -\frac{Q^2}{2} + 16Q - 20$

Κέρδη μετά τον φόρο: $\Pi(Q) = -\frac{Q^2}{2} + 16Q - 68$



iv) Αφού επιβάλλεται φόρος t ν.μ. για κάθε μία μονάδα προϊόντος τότε για Q μονάδες προϊόντος ο φόρος θα είναι:

$$\boxed{\text{φόρος} = t \cdot Q}$$

Ο φόρος αυξάνει τα έξοδα, άρα

$$TC(Q) = 20 + 4Q + \underbrace{\boxed{tQ}}_{\text{φόρος}}$$

$$\boxed{TC(Q) = 20 + (4+t)\cdot Q}$$

κέρδη: $\Pi(Q) = TR(Q) - TC(Q)$

$$\Pi(Q) = \boxed{20Q - \frac{Q^2}{2}} - (20 + (4+t)Q)$$

$20Q - (4+t)Q = (20-4-t)Q = (16-t)Q$

$$\boxed{\Pi(Q) = -\frac{Q^2}{2} + (16-t)Q - 20}$$

$\Pi'(Q) = -Q + 16 - t$, $\Pi''(Q) = -1$

$\Pi'(Q) = 0 \Rightarrow -Q + 16 - t = 0$

$\Rightarrow \boxed{Q = 16 - t}$

$\Pi''(16-t) = -1 < 0$

Άρα, για $\boxed{Q = 16 - t}$ μεγιστοποιούνται τα κέρδη.

Έσοδα της κυβέρνησης από τον φόρο:

Έσοδα της κυβέρνησης από τον φόρο:

$$\boxed{GR = t \cdot Q}$$

government revenue

Άρα, όταν τα κέρδη μεγιστοποιούνται τότε τα φορολογικά έσοδα γίνονται:

$$GR = t \cdot Q = t(16-t) \Rightarrow$$

φορολ. έσοδα → $\boxed{GR(t) = 16t - t^2}$

$GR'(t) = 16 - 2t$, $GR''(t) = -2$

$GR'(t) = 0 \Rightarrow 16 - 2t = 0$

$\Rightarrow \boxed{t = 8 \text{ ν.μ.}}$

$GR''(8) = -2 < 0$

Άρα, για φορολογία $t = 8$ ν.μ. ανά μονάδα προϊόντος έχουμε μέγιστα φορολογικά έσοδα.

►**Άσκηση 5.** Ας υποθέσουμε ότι οι συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς για ένα αγαθό εκφράζονται από τις σχέσεις:

$q = (10 + p)(3 + 0{,}3p)$ και $q = 2(10 - p)(3{,}5 + 0{,}35p)$

i. Να βρείτε ποια από τις δύο συναρτήσεις είναι η συνάρτηση ζήτησης του αγαθού και ποια η συνάρτηση προσφοράς του.

ii. Να υπολογίσετε την τιμή και την ποσότητα ισορροπίας.

iii. Να υπολογίσετε την ελαστικότητα ζήτησης και προσφοράς στο σημείο ισορροπίας.

ισορροπίας.

Συνάρτηση ζήτησης ↓ ⇝ 1η παράγωγος αρνητική,

Συνάρτηση προσφοράς ↑ ⇝ 1η παράγωγος θετική

i) $q = (10+p)(3+0{,}3p) \Rightarrow q = 30 + 3p + 3p + 0.3p^2$

$Q(P) = 0.3P^2 + 6P + 30$

$Q'(P) = 0.6P + 6$, αφού $P \geq 0$

$Q'(P) \geq 0 \rightsquigarrow Q_S(P) = 0.3P^2 + 6P + 30$

είναι η συνάρτηση προσφοράς

$q = 2(10-p)(3{,}5+0{,}35p) \Rightarrow \dots \Rightarrow \boxed{q = 70 - 0.7p^2}$

$Q(P) = 70 - 0.7P^2$

$Q'(P) = -1.4P$, $P \geq 0$

άρα $Q'(P) \leq 0 \rightsquigarrow Q_D(P) = 70 - 0.7P^2$

ii) $Q_D = Q_S \Rightarrow 0.3P^2 + 6P + 30 = 70 - 0.7P^2 \Rightarrow$

$1 \cdot P^2 + 6P - 40 = 0 \Rightarrow$

$\boxed{P_1 = -10}$ απορρ. $\boxed{P_2 = 4}$ δεκτή $P \geq 0$

Για $P = 4$ έχουμε ισορροπία και τότε

$Q = 70 - 0.7 \cdot P^2 \xrightarrow{P=4} \boxed{Q = 58.8}$

Σημείο ισορροπίας: $(P^*, Q^*) = (4, 58.8)$

iii) Ελαστικότητα της ζήτησης:

$$\mathcal{E}_f = \frac{x}{f(x)} \cdot f'(x)$$

$$\boxed{Q_D(P) = 70 - 0.7P^2}$$

$$\boxed{Q_D'(P) = -1.4P}$$

$$\mathcal{E}_D = \frac{P}{Q_D(P)} \cdot Q_D'(P)$$

$$\mathcal{E}_D = \frac{P}{70-0.7P^2} \cdot (-1.4P)$$

Για $P = 4$, $Q = 58.8$

$$\mathcal{E}_D = \frac{4}{58.8} \cdot (-1.4 \cdot 4) \Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_D \simeq -0.381}$$

Άρα, η ζήτηση είναι ανελαστική αφού $|\mathcal{E}_D| = 0.381 < 1$ και αυτό σημαίνει ότι αύξηση της τιμής κατά 1% οδηγεί σε μείωση της ζήτησης κατά 0.381%.

Ελαστικότητα της προσφοράς:

$$\boxed{Q_S(P) = 0.3P^2 + 6P + 30}$$

$$\boxed{Q_S'(P) = 0.6P + 6}$$

$$\mathcal{E}_S = \frac{P}{Q_S(P)} \cdot Q_S'(P)$$

$$\mathcal{E}_S = \frac{P}{0.3P^2 + 6P + 30} \cdot (0.6P + 6)$$

Για $P=4$, $Q=58.8$ έχουμε $E_S = \frac{4}{58.8}\cdot(0.6\cdot 4+6) =$

$$\boxed{E_S \simeq 0.571}$$

Άρα, η προσφορά είναι ανελαστική, αφού $|E_S| = 0.571 < 1$ και για αύξηση της τιμής κατά 1% οδηγούμαστε σε αύξηση της προσφοράς κατά 0.571%.

Ισχύει: Αν $\boxed{E_D = -2\%}$ τότε

αν αυξήσω την τιμή κατά 5%

τότε η νέα E θα είναι $-5\cdot 2\%$

δηλ. αν αυξήσω την τιμή 5% και $E_D = -1.2\%$

θα οδηγήσει σε μείωση της ζήτησης

κατά $5\cdot(1.2\%) = 6\%$

Τιμή

$1\% \uparrow \longrightarrow E$

$5\% \uparrow \longrightarrow 5E$

$MC = TC'(Q) \rightsquigarrow TC(Q)$

$TC(Q) = \int TC'(Q)\,dQ = \boxed{} + \boxed{C}$

$$TC(Q) = \int TC(Q)\,dQ = \boxed{} + \boxed{C}$$

πάγιο κόστος

$$\boxed{TC(Q) = TVC + FC}$$

$$\boxed{TC(10) = 500}$$