

Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών

Τμήμα Οικονομικών Επιστημών

Εισηγητής: Βασίλειος Ν. Κασίκης

Μάθημα: Μαθηματικά Ι (ΤΜΗΜΑ Β)

Τετάρτη 28 Ιανουαρίου 2015

Θέμα 1ο:

A) Να υπολογιστεί το γενικευμένο ολοκλήρωμα $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx$, όπου

$$f(x) = \begin{cases} -2xe^{-x}, & x \geq 1 \\ \frac{x^4+x}{x^2-2}, & 0 \leq x \leq 1 \\ e^x \sin(3x), & x \leq 0 \end{cases} \quad \text{(2.5 μονάδες)}$$

B) Βρείτε το εμβαδόν της επιφάνειας που σχηματίζεται από τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = x^3 - x + 2$, $g(x) = x^2 + 1$. **(1 μονάδα)**

Θέμα 2ο:

A) Ένας κατασκευαστής παράγει ένα προϊόν με κόστος 2 ευρώ ανά τεμάχιο. Το προϊόν πωλείται στην τιμή των 5 ευρώ ανά τεμάχιο, και σε αυτή την τιμή, υπολογίζεται ότι αγοράζονται 4000 τεμάχια το μήνα. Ο κατασκευαστής σχεδιάζει να ανεβάσει την τιμή και υπολογίζει ότι για κάθε 1 ευρώ αύξηση στην τιμή, θα πωλούνται 400 λιγότερα τεμάχια από το προϊόν του το μήνα. Σε ποια τιμή θα πρέπει να πουλήσει το προϊόν ο κατασκευαστής ώστε να μεγιστοποιηθούν τα κέρδη του; **(1.5 μονάδες)**

B) Έστω η μη αρνητική συνάρτηση f για την οποία ισχύει $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$ και $\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x) dx = m$, $m \in \mathbb{R}$. Να δείξετε ότι

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (x - m)^2 f(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx - m^2. \quad \text{(1 μονάδα)}$$

Θέμα 3ο:

A) Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτόμενων ευθειών στο γράφημα της καμπύλης $y - xy^2 + x^2 + 1 = 0$ στα σημεία όπου $x = 1$. **(1.5 μονάδες)**

B) Να χρησιμοποιήσετε πολυώνυμο Taylor 3ου βαθμού για να προσεγγίσετε τον αριθμό $\sqrt{4.1}$. **(1.5 μονάδες)**

Θέμα 4ο:

A) Υποθέτουμε ότι η ζήτηση q με την τιμή p ενός αγαθού συνδέονται με την σχέση $p = -3q^2 - 15q + 62$. (α) Να υπολογίσετε την ελαστικότητα της ζήτησης όταν η τιμή είναι $p = 20$. (β) Να βρεθεί η ποσοστιαία αύξηση στην τιμή που προκαλεί ποσοστιαία μείωση στην ζήτηση ίση με 3%. **(1.5 μονάδες)**

B) Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int \frac{x}{(x-1)(x+1)^2} dx$. **(1.5 μονάδες)**

Καλή Επιτυχία