

Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών

Τμήμα Οικονομικών Επιστημών

Εισηγητής: Βασίλειος Ν. Κασίκης

Μάθημα: Μαθηματικά Ι

Δευτέρα 23 Ιανουαρίου 2017

**Θέμα 1ο:**

**A)** Έστω  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  και ορίζουμε τη διμελή σχέση  $R$  στο  $A$  ώστε  $R = \{(x, y) \in A^2 \mid x + y = \text{άρτιος}\}$ .

α) Να κατασκευάσετε το καρτεσιανό γινόμενο  $A^2$ . β) Να εξετάσετε αν η  $R$  είναι σχέση ισοδυναμίας. **(1.5 μονάδες)**

**B)** Να υπολογίσετε, με τη βοήθεια του διαφορικού, μια προσέγγιση του  $\sqrt{63}$ . **(1 μονάδα)**

**Θέμα 2ο:**

**A)** Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = e^{-2x}$ . Να υπολογίσετε τη  $n$ -οστή παράγωγο της  $f$  και στη συνέχεια να αναπτύξετε την  $f$  σε σειρά Maclaurin. **(1.5 μονάδες)**

**B)** Να βρείτε το ανοικτό διάστημα σύγκλισης της δυναμοσειράς

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n}{\sqrt{n}} \cdot x^n. \quad \text{(1 μονάδα)}$$

**Γ)** Υποθέτουμε ότι η συνάρτηση της ζήτησης  $q$  ενός προϊόντος είναι αντιστρόφως ανάλογη της τιμής του. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση της ζήτησης θα έχει την ίδια ελαστικότητα για όλες τις τιμές  $p$ . **(1 μονάδα)**

**Θέμα 3ο:** Δίνεται η λογιστική καμπύλη  $f(t) = \frac{100}{1+e^{-3t}}$ ,  $t \geq 0$ .

α) Να εξετάσετε αν η  $f$  έχει οριζόντια(ες) ασύμπτωτη(ες) και να μελετήσετε την  $f$  ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα και την κυρτότητα. Να σχεδιάσετε την  $f$ . **(2 μονάδες)**

β) Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα

$$\int_0^{\ln 3} f(t) dt. \quad \text{(1 μονάδα)}$$

**Θέμα 4ο:**

**A)** Να υπολογίσετε, με ακρίβεια τριών δεκαδικών ψηφίων, το γενικευμένο ολοκλήρωμα

$$\int_1^{+\infty} \frac{x}{e^x} dx. \quad \text{(1 μονάδα)}$$

**B)** Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα  $\int \frac{x-1}{3x^2+9} dx$ . **(1 μονάδα)**

**Καλή Επιτυχία**