

Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών

Τμήμα Οικονομικών Επιστημών

Εισηγητής: Βασίλειος Ν. Κασίκης

Μάθημα: Μαθηματικά Ι

Τετάρτη 10 Σεπτεμβρίου 2014

**Θέμα 1ο:**

**A)** Να μελετήσετε ως προς την μονοτονία, την κυρτότητα, τα ακρότατα και τα σημεία καμπής την συνάρτηση:

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{1+x^2}. \quad (1.5 \text{ μονάδες})$$

**B)** Να εξετάσετε αν συγκλίνει το γενικευμένο ολοκλήρωμα  $\int_{-\infty}^{+\infty} |x|f(x) dx$ . (1 μονάδα)

**Γ)** Βρείτε το εμβαδόν της επιφάνειας που οριοθετείται από τον άξονα  $x'x$  και από το γράφημα της συνάρτησης  $f(x) = x^3 - x^2 - 2x$ ,  $-1 \leq x \leq 2$ . (1 μονάδα)

**Θέμα 2ο:**

**A)** Ένας έμπορος αυτοκινήτων πουλά 200 αυτοκίνητα το χρόνο. Η διατήρηση ενός αυτοκινήτου στην αποθήκη κοστίζει 100 ευρώ το χρόνο. Το κόστος παραγγελίας νέων αυτοκινήτων από τον κατασκευαστή εμπεριέχει ένα σταθερό κόστος 100 ευρώ συν 80 ευρώ ανά αυτοκίνητο. Να υπολογίσετε πόσες φορές τον χρόνο θα πρέπει να παραγγέλνει αυτοκίνητα και σε τι μέγεθος παραγγελίας, έτσι ώστε να ελαχιστοποιήσει το ετήσιο κόστος. Να κάνετε την υπόθεση ότι αν  $x$  είναι το μέγεθος της παραγγελίας,  $x > 0$ , τότε κατά μέσο όρο στην αποθήκη παραμένουν  $\frac{x}{2}$  αυτοκίνητα. (1.5 μονάδες)

**B)** Το οριακό κόστος σε ένα εργοστάσιο είναι  $\frac{\ln q}{q}$  ευρώ/μονάδα, όταν το επίπεδο παραγωγής είναι  $q$  μονάδες. Να βρείτε πόσο θα μεταβληθεί το ολικό κατασκευαστικό κόστος αν το επίπεδο παραγωγής αυξηθεί από 10 σε 12 μονάδες. (1.5 μονάδες)

**Θέμα 3ο:**

**A)** Να υπολογίσετε την κλίση της ευθείας που εφάπτεται στην καμπύλη  $x^2y^3 + xy^2 + y + 1 = 0$  στο  $x = 1$ . (1.5 μονάδες)

**B)** Με την βοήθεια του διαφορικού να εκτιμήσετε την μεταβολή στην συνάρτηση  $f(x) = x^3 + x - 5$ , αν το  $x$  από την τιμή 2 μειωθεί στην τιμή 1.99. Να δώσετε μια σύντομη ερμηνεία του αποτελέσματος. (1.5 μονάδες)

**Θέμα 4ο:**

**A)** Η συνάρτηση ζήτησης  $q$ , μιας εταιρείας, ως προς την τιμή  $p$  για ένα προϊόν δίνεται από την σχέση  $q + 2p = 90$  ενώ η συνάρτηση του μέσου κόστους δίνεται από την σχέση  $AC = q^2 - 8q + \frac{2}{q} + 57$ . Να βρείτε το επίπεδο των διαθέσιμων αγαθών  $q$  που: α) μεγιστοποιούν τα έσοδα, β) ελαχιστοποιούν το οριακό κόστος, γ) μεγιστοποιούν το κέρδος. (1.5 μονάδες)

**B)** Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα  $\int \frac{x+4}{x^3+3x^2-10x} dx$ . (2 μονάδες)