

Διαφορικό συνάρτησης

$$df(x) = f'(x) dx \quad (1)$$

$$f(x+h) - f(x) \approx df(x) \quad (2)$$

①

Από τη (2) έχουμε ότι το διαφορικό  $df(x)$  της συνάρτησης  $f(x)$  είναι η μικρή μεταβολή  $f(x+h) - f(x)$  στη τιμή της  $f$  που προκαλείται από τη μικρή μεταβολή  $h$  στη τιμή της ανεξάρτητης μεταβλητής  $x$ .

$$f(x+h) - f(x) \approx df(x) \Leftrightarrow$$

(2)

$$f(x+h) \approx f(x) + f'(x)h$$

Άσκηση

Με τη χρήση του διαφορικού υπολογίστε το  $\eta\psi(0.3)$

Λύση

$$f(x+h) \approx f(x) + f'(x)h$$

$x=0$     $h=0.3$     $f'(x) = \sigma\upsilon\nu x$

$$f(x) = \eta\psi x$$

$$f'(x) \Big|_{x=0}$$

$$= \sigma\upsilon\nu 0 = 1 \quad \text{Αν/στώ: } \eta\psi(0.3) \approx \eta\psi 0 + \sigma\upsilon\nu 0 \cdot 0.3$$
$$\Rightarrow \eta\psi(0.3) \approx 0.3$$

Πράξεις με διαφορικά

3

1.  $d(f+g)(x) = (f+g)'(x) dx = (f'(x) + g'(x)) dx$   
 $= f'(x) dx + g'(x) dx = df(x) + dg(x)$

2.  $d(fg)(x) = (fg)'(x) dx = (f'(x)g(x) + f(x)g'(x)) dx = g(x) df(x) + f(x) dg(x)$

3.  $d\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \left(\frac{f}{g}\right)'(x) dx = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)} dx$   
 $= \frac{df(x)}{g(x)} - \frac{f(x) dg(x)}{g^2(x)} = \frac{g(x) df(x) - f(x) dg(x)}{g^2(x)}$

# Βασικές οικονομικές συναρτήσεις (4)

## Τήσεις

### 1) Συνάρτηση Παραγωγής

Η συνάρτηση παραγωγής που δίνει τη μέγιστη εκρηγή προϊόντος (παραχόμενη ποσότητα) προϊόντος που μπορεί να παραχθεί από τη δεδομένη ποσότητα εισροών.

Σύμβολο:  $q = Q(x)$ , το  $x$  συχνά θεωρείται το κεφάλαιο  $K$ , ή η εργασία  $L$ .

# Συνάρτηση παραγωγής είναι η  $q = Q(x)$

Μέση συνάρτηση παραγωγής:  $AQ(x) = \frac{Q(x)}{x}$  (5)  
Μας δίνει το παράγόμενο προϊόν ανά μονάδα του  $x$   
Οριακή συνάρτηση παραγωγής ή οριακό  
προϊόν:  $MQ(x) = \frac{dQ(x)}{dx}$

Παρατηρούμε ότι αν  $dx = +1$ , τότε  $MQ(x) = dQ(x)$

**Συμπέρασμα:** Η  $MQ(x)$  είναι η μεταβολή στην  
παραγόμενη ποσότητα προϊόντος όταν ο συντελεστής  
στης παραγωγής  $x$  αυξηθεί κατά 1.

2.

## Συνάρτηση κόστους

6

Η συνάρτηση του συνολικού κόστους  $TC(q)$  αντιπροσωπεύει τα ελάχιστα πραγματικά έξοδα που είναι αναγκαία για την παραγωγή  $q$ .

Ισχύει:

$$TC(q) = FC + VC(q)$$

- $FC$  είναι τα πάγια έξοδα δηλαδή η χρηματική δαπάνη που πρέπει να καταβληθεί ακόμα κι αν δεν υπάρχει παραγόμενο προϊόν, π.χ. ενοίκιο.

■  $VC(q)$  είναι η χρηματική δαπάνη 7  
που εξαρτάται από το επίπεδο παραγωγής  
π.χ. δαπάνη για πρώτες ύλης.

Μέση συνάρτηση κόστους:  $ATC(q) = \frac{TC(q)}{q}$

Οριακή συνάρτηση κόστους:  $MTC(q) = \frac{dTC(q)}{dq}$

Αν  $dq=1$  τότε  $MTC(q) = dTC(q)$ , δηλαδή...  
η  $MTC(q)$  είναι η μεταβολή στο συνολικό  
κόστος όταν το  $q$  αυξηθεί κατά ένα.

### 3) Συνάρτηση ζήτησης (8)

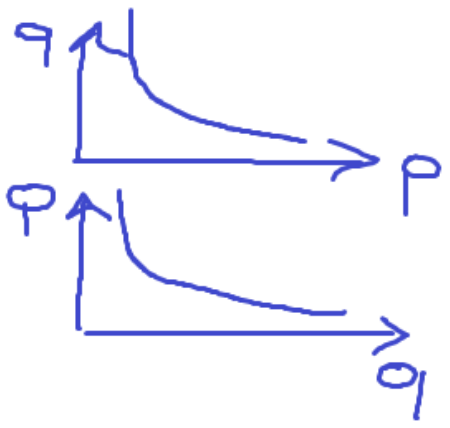
Η τιμή αγοράς  $p$  ενός αγαθού και η ζητούμενη ποσότητα  $q$  συνδέονται με μία σχέση. Η σχέση αυτή μπορεί να δοθεί με 2 μορφές:

1<sup>η</sup> μορφή

$$q = D(p)$$

2<sup>η</sup> μορφή

$$p = D^{-1}(q) \equiv G(q)$$



Μέση συνάρτηση ζήτησης:  $A D(p) = \frac{D(p)}{p}$



Οπτική συνάρτηση  $J$ ήτσης:  $MD(p) = \frac{dD(p)}{dp}$  ⑨

Αν  $dp = 1$ ,  $MD(p) = dD(p)$ , ενοφένως  $MD(p)$  είναι η μεταβολή στη  $J$ ητούμένη ποσότητα όταν η τιμή αγοράς αυξηθεί κατά ένα.

4) **Συνάρτηση προφοράς**

Η συνάρτηση αυτή μας δίνει τη σχέση που υπάρχει ανάμεσα στη τιμή πώλησης ενός αγαθού και στην ποσότητα που είναι πρόθυμοι να παράγουν οι παραγωγοί του αγαθού αυτού.

Όπως και η συνάρτηση ζήτησης, η συνάρτηση προσφοράς μπορεί να δοθεί σε δύο μορφές:

1<sup>η</sup> μορφή  
 $q = S(p)$   
 2<sup>η</sup> μορφή  
 $p = S^{-1}(q)$



Μεση συνάρτηση προσφοράς:  $AS(p) = \frac{S(p)}{p}$

Οριακή συνάρτηση προσφοράς:  $MS(p) = \frac{dS(p)}{dp}$   
 Αν  $dp = 1$ ,  $MS(p) = dS(p)$ , δηλαδή,  $MS(p)$  είναι η μεταβολή

στην παραχόμενη ποσότητα προΐδοντας ό ταν 11  
η τιμή πώλησης αυξηθεί κατά 1.

5)

Συνάρτηση εσόδων

$$R(\underline{q}) = p - q$$

↳ Η τιμή αγοράς του προϊόντος  
↳ Η ποσότητα του διατιθέμενου αγαθού

2<sup>η</sup> κορυφή της κομηνύλης Δήτησης:

$$p = G(q)$$

Επομένως

$$R = R(q) = G(q)q$$

1<sup>η</sup> κοινή καμπύλη ζήτησης

(19)

$$R = R(p) = p \cdot q = p \cdot D(p)$$

Μέση συνάρτηση εσόδων:  $AR(q) = \frac{R(q)}{q}$   
ή,  $AR(p) = \frac{R(p)}{p}$

Οριακή συνάρτηση εσόδων:  $MR(q) = \frac{dR(q)}{dq}$ , ή  
 $MR(p) = \frac{dR(p)}{dp}$

## 6 Συνάρτηση κέρδους (13)

Η συνάρτηση αυτή συνδέει την ποσότητα του πωλούμενου αγαθού με τα κέρδη που προκύπτουν από την πώληση

$$\pi(q) = R(q) - C(q)$$

↑ Συνάρτηση κέρδους

Μείση συνάρτηση κέρδους:  $A\pi(q) = \frac{\pi(q)}{q}$

Οριακή συνάρτηση κέρδους:  $M\pi(q) = \frac{d\pi(q)}{dq}$