



ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΜΙΚΡΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Μέρος Α:

1. «Σε μια πλήρως ανταγωνιστική αγορά, η καμπύλη ζήτησης που αντιμετωπίζει μια επιχείρηση για το προϊόν της συμπίπτει με την καμπύλη ζήτησης της αγοράς.» Συμφωνείτε ή όχι με την πρόταση αυτή; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Η πρόταση δεν είναι σωστή. Σε μια πλήρως ανταγωνιστική αγορά, αν μια επιχείρηση θέσει τη δική της τιμή πάνω από την τιμή της αγοράς, τότε η ζητούμενη ποσότητα για το προϊόν της θα είναι μηδενική. Μια επιχείρηση που λειτουργεί σε μια πλήρως ανταγωνιστική αγορά είναι «λήπτης» της τιμής, μπορεί δηλαδή να πουλήσει οποιαδήποτε ποσότητα προϊόντος στην τιμή που ισχύει στην αγορά αυτή. Η καμπύλη ζήτησης που αντιμετωπίζει είναι επίπεδη, ενώ η καμπύλη ζήτησης της αγοράς είναι κατερχόμενη.

2. Μια επιχείρηση έχει συνάρτηση παραγωγής την $f(K,L)$, όπου K είναι οι μονάδες κεφαλαίου και L είναι οι μονάδες εργασίας που χρησιμοποιεί. Αν ξέρουμε ότι το οριακό προϊόν της εργασίας είναι θετικό, αλλά φθίνει όσο αυξάνεται η απασχόληση. Ποιο συμπέρασμα μπορούμε να βγάλουμε σχετικά με τις αποδόσεις κλίμακας που αντιμετωπίζει η επιχείρηση;

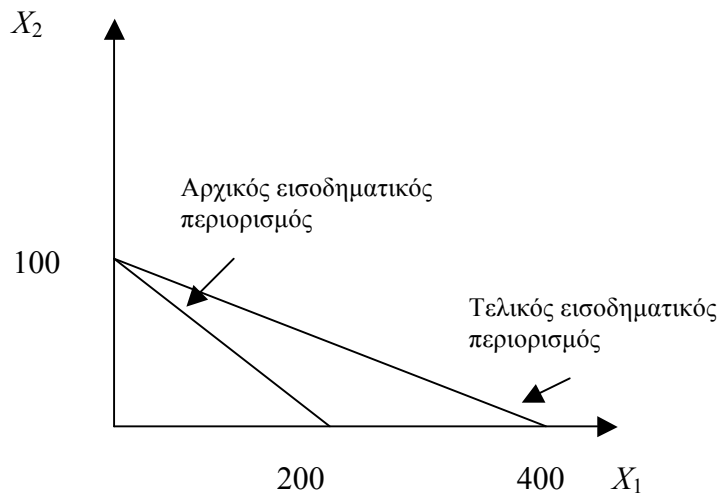
Δεν έχουμε αρκετές πληροφορίες προκειμένου να βγάλουμε συμπέρασμα σχετικά με τις αποδόσεις κλίμακας που αντιμετωπίζει η επιχείρηση, διότι θα έπρεπε να γνωρίζαμε πώς συμπεριφέρεται το συνολικό προϊόν όταν μεταβάλλονται και οι δυο συντελεστές παραγωγής κατά την ίδια αναλογία. Από την εκφώνηση προκύπτει απλώς ότι ισχύει ο νόμος της φθίνουσας οριακής παραγωγικότητας αναφορικά με τον συντελεστή εργασία.

3. Μια πλήρως ανταγωνιστική επιχείρηση έχει συνάρτηση παραγωγής $f(K,L)=K+L$ και αρχικά χρησιμοποιεί θετικές ποσότητες και από τις δύο εισροές, οι τιμές των οποίων είναι w_K και w_L αντίστοιχα. Αν η τιμή του κεφαλαίου μεταβληθεί ώστε να γίνει $\frac{1}{2} w_K$ και η τιμή της εργασίας γίνει $\frac{1}{3} w_L$, ποιος συνδυασμός εισροών θα ελαχιστοποιήσει το κόστος;

Από την συνάρτηση παραγωγής βγάζουμε το συμπέρασμα ότι οι δύο εισροές είναι πλήρως υποκατάστατες με αναλογία 1:1. Για να χρησιμοποιεί η επιχείρηση θετικές ποσότητες και από τις δυο, σημαίνει ότι κοστίζουν το ίδιο ανά μονάδα, ότι δηλαδή αρχικά $w_K = w_L$. Αν η τιμή του κεφαλαίου μειωθεί κατά το ήμισυ και η τιμή της εργασίας μειωθεί κατά $\frac{2}{3}$, η εργασία θα είναι τώρα φθηνότερη από το κεφάλαιο, και επομένως η επιχείρηση θα απασχολεί μόνο εργασία και καθόλου κεφάλαιο.

4. Η Ελένη καταναλώνει ψωμί και άλλα αγαθά. Η τιμή του ψωμιού είναι 1 ευρώ το κιλό ($p_1=1$) και των άλλων αγαθών είναι 2 ευρώ ανά μονάδα ($p_2=2$). Το εισόδημα της Ελένης είναι 200 ευρώ. Υποθέστε ότι η κυβέρνηση δίνει επιδότηση 0,50 ευρώ για κάθε κιλό ψωμί. Ποιος είναι ο εισοδηματικός περιορισμός της Ελένης μετά την επιδότηση; Σχεδιάστε τον σε ένα απλό διάγραμμα.

Ο αρχικός εισοδηματικός περιορισμός της Ελένης είναι $x_1+2x_2=200$. Μετά την επιδότηση η τιμή του ψωμιού γίνεται 0,50, επομένως ο νέος εισοδηματικός περιορισμός είναι $0,5x_1+2x_2=200$.



5. Ας υποθέσουμε ότι ένα άτομο καταναλώνει τα αγαθά x και y , και έχει συνάρτηση χρησιμότητας $u(x,y)=2x^{1/2}+2y^{1/2}$. Είναι οι προτιμήσεις αυτού του ατόμου κυρτές, και γιατί;

$MRS=(y/x)^{1/2}$, ο οποίος αυξάνει όπως αυξάνει το y και φθίνει όπως αυξάνει το x , άρα οι προτιμήσεις είναι κυρτές.

6. Δίνεται ότι η σταυροειδής ελαστικότητα της ζήτησης για ένα προϊόν x ως προς την τιμή του προϊόντος y είναι ίση με (-1) . Όταν η τιμή του y είναι 2 ευρώ, η ζήτηση για το προϊόν x είναι ίση με 200. Αν η τιμή του y γίνει 3 ευρώ, ποια θα είναι η ζήτηση για το προϊόν x ; Να δώσετε ένα παράδειγμα τέτοιων προϊόντων.

Αν συμβολίσουμε με x τη ζήτηση για το προϊόν A , τότε $\epsilon_{x,p_B}=(\Delta x/x)/(\Delta p_B/p_B)$. Αντικαθιστώντας, έχουμε ότι η νέα ζήτηση x' θα ικανοποιεί τη σχέση $-1=(x'-200/200)/((3-2)/2)$, και άρα $x'=100$. Τέτοια προϊόντα που όταν αυξάνεται η τιμή του ενός μειώνεται η ζήτηση του άλλου είναι συμπληρωματικά, για παράδειγμα, τηλεοράσεις και DVD players.

7. Ένας Έλληνας και ένας Γερμανός καταναλώνουν τα αγαθά x και y και έχουν συνάρτηση χρησιμότητας την $u(x,y)=xy$. Έστω ότι στην Ελλάδα οι τιμές των αγαθών είναι p_x και p_y και το εισόδημα του Έλληνα είναι M , ενώ στη Γερμανία οι τιμές είναι $2p_x$ και $2p_y$, και το εισόδημα του Γερμανού είναι $2M$. Ο Έλληνας και ο Γερμανός θα καταναλώνουν τις ίδιες ή διαφορετικές ποσότητες αγαθών, και γιατί;

Τα δυο άτομα έχουν την ίδια συνάρτηση χρησιμότητας, αλλά και τον ίδιο εισοδηματικό περιορισμό αφού ο $2p_x + 2p_y = 2M$ είναι ισοδύναμος με τον $p_x + p_y = M$. Ο διπλασιασμός όλων των τιμών και του εισοδήματος δεν αλλάζει το σύνολο των καταναλωτικών δυνατοτήτων του ατόμου. Επομένως ο Έλληνας και ο Γερμανός θα καταναλώσουν τις ίδιες ποσότητες αγαθών.

8. Δίνεται ότι η σταυροειδής ελαστικότητα της ζήτησης για ένα προϊόν A ως προς την τιμή του προϊόντος B είναι ίση με -1 , ενώ η ελαστικότητα ως προς την δική του τιμή είναι -2 . Αρχικά η τιμή του B είναι 2 ευρώ και η ζήτηση για το προϊόν A είναι ίση με 100, ενώ η τιμή του A είναι 1 Ευρώ. Αν η τιμή του B γίνει 3 ευρώ, πόσο πρέπει να μεταβληθεί η τιμή του A για να παραμείνει η ζήτηση του στις 100 μονάδες;

Αν συμβολίσουμε με x τη ζήτηση για το προϊόν A , τότε $\epsilon_{x,p_B}=(\Delta x/x)/(\Delta p_B/p_B)$. Αντικαθιστώντας, έχουμε ότι η νέα ζήτηση x' θα ικανοποιεί τη σχέση $-1=(x'-100/100)/(1/2)$, και άρα $x'=50$. Η ελαστικότητα ως προς την ίδια τιμή είναι $\epsilon_{x,p_A}=(\Delta x/x)/(\Delta p_A/p_A)$. Οπότε θα πρέπει να ισχύει $-2=(100-50)/(P'_A - 1)/1$. Οπότε η νέα τιμή του A , $P'_A = 0,5$.

9. «Αν ο Κώστας μεγιστοποιεί τη συνάρτηση χρησιμότητας $U(x,y)$ υπό τον εισοδηματικό του περιορισμό, τότε η κατανάλωση του άριστου συνδυασμού συνεπάγεται ότι οι οριακές χρησιμότητες των x και y θα είναι ίσες». Είναι σωστή αυτή η πρόταση; Εξηγήστε.

Απάντηση: Είναι γενικά λάθος. Στον άριστο συνδυασμό, ο λόγος των οριακών χρησιμοτήτων των x και y πρέπει να ισούται με τον λόγο των τιμών των x και y .

$$\frac{U_x}{U_y} = MRS = \frac{P_x}{P_y}$$

Επομένως η πρόταση είναι σωστή μόνο στην περίπτωση που οι τιμές των δύο αγαθών είναι ίσες.

10. Δύο άτομα A και B έχουν συναρτήσεις ωφέλειας $u_A(x,y)=xy$ και $u_B(x,y)=1/2 \cdot xy$ αντίστοιχα. Αν τα δύο αυτά άτομα έχουν το ίδιο εισόδημα και αγοράζουν τα προϊόντα στις ίδιες τιμές, τότε πώς θα διαφέρει η ζήτησή τους για τα δύο αγαθά; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

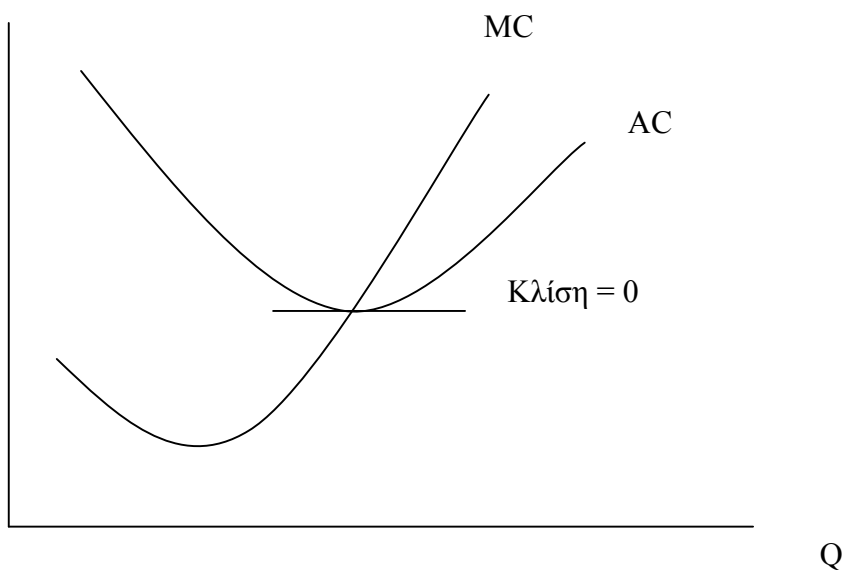
Επειδή η συνάρτηση ωφέλειας του B είναι γνησίως αύξων μετασχηματισμός της συνάρτησης ωφέλειας του A, αυτό σημαίνει ότι οι A και B έχουν ακριβώς τις ίδιες προτιμήσεις, και συνεπώς, αφού έχουν το ίδιο εισόδημα και αγοράζουν τα προϊόντα στις ίδιες τιμές, η ζήτησή τους για τα δύο αγαθά θα είναι η ίδια.

11. Έστω ότι η τιμή του κεφαλαίου είναι $r=2$, ενώ η τιμή της εργασίας είναι $w=5$. Αν η επιχείρηση έχει συνάρτηση παραγωγής $Q=L+5K$, όπου L η ποσότητα εργασίας και K η ποσότητα κεφαλαίου που χρησιμοποιείται, τότε ποιο είναι το ελάχιστο κόστος με το οποίο η επιχείρηση μπορεί να παράγει 10 μονάδες του προϊόντος; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Η επιχείρηση μπορεί να παράγει προϊόν είτε χρησιμοποιώντας μόνο κεφάλαιο, είτε μόνο εργασία (ή και τα δύο). Για να παράγει $Q=10$ μόνο με εργασία, χρειάζεται 10 μονάδες εργασίας, και άρα το κόστος θα είναι 50. Για να παράγει $Q=10$ μόνο με κεφάλαιο, χρειάζεται 2 μονάδες κεφαλαίου, και άρα το κόστος θα είναι 4. Προφανώς, κάθε άλλος συνδυασμός που δίνει 10 μονάδες προϊόντος θα έχει κόστος μεταξύ 4 και 50. Συνεπώς, το ελάχιστο κόστος με το οποίο η επιχείρηση μπορεί να παράγει 10 μονάδες είναι ίσο με 4.

12. Μια επιχείρηση παράγει 100 μονάδες προϊόντος, το οριακό κόστος σε αυτό το επίπεδο προϊόντος είναι €55, το μέσο μεταβλητό κόστος είναι €55, και το μέσο σταθερό κόστος είναι €10. Ποια είναι η κλίση της καμπύλης μέσου μεταβλητού κόστους σε αυτό το επίπεδο προϊόντος;

Απάντηση: Γνωρίζουμε ότι η καμπύλη οριακού κόστους τέμνει τη καμπύλη μέσου μεταβλητού κόστους στο κατώτατο σημείο της. Επομένως, εφόσον το οριακό κόστος ισούται με το μέσο μεταβλητό κόστος στο συγκεκριμένο επίπεδο παραγωγής, αυτό σημαίνει ότι η κλίση της καμπύλης μέσου μεταβλητού κόστους στο σημείο αυτό είναι 0.



13. Πώς συμπεριφέρεται το μέσο σταθερό κόστος όσο μια επιχείρηση παράγει περισσότερο προϊόν; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Αν το σταθερό κόστος είναι F , τότε το μέσο σταθερό κόστος θα είναι F/y , το οποίο θα μειώνεται όσο παράγεται περισσότερο προϊόν.

14. Η παρακάτω συνάρτηση παραγωγής παρουσιάζει φθίνουσες, σταθερές, ή αύξουσες οικονομίες κλίμακας;

$$f(K, L) = \frac{KL}{3(K+L)}$$

Έχουμε ότι $f(tK, tL) = \frac{tKtL}{3(tK+tL)} = \frac{t^2KL}{3t(K+L)} = \frac{tKL}{3(K+L)} = tf(K, L)$. Επομένως η συνάρτηση παραγωγής παρουσιάζει σταθερές αποδόσεις κλίμακας.

Μέρος Β:

1. Η συνάρτηση ωφέλειας ενός ατόμου που καταναλώνει τα αγαθά x και y είναι $u(x,y)=xy$. Το εισόδημα του ατόμου αυτού είναι $M=120$ ευρώ. Έστω ότι αρχικά η τιμή του x είναι $p_x=3$ ευρώ και η τιμή του y είναι $p_y=3$ ευρώ.

α) Να υπολογίσετε την συνάρτηση ζήτησης του ατόμου για τα δυο αγαθά. Ποια θα είναι η ζήτησή του για τις συγκεκριμένες τιμές και εισόδημα;

α) Από τις σχέσεις $MRS_{xy}=y/x=p_x/p_y$ και $p_x x+p_y y=M$, βρίσκουμε $x=M/2p_x$ και $y=M/2p_y$. Για τις συγκεκριμένες τιμές και εισόδημα προκύπτει ότι $x=120/2*3=20$ και $y=120/2*3=20$.

β) Το κράτος αποφασίζει να φορολογήσει το αγαθό y με 2 ευρώ ανά μονάδα. Η τιμή του x παραμένει η ίδια. Ποια είναι η συνολική μεταβολή στη ζήτηση; Με τις νέες τιμές, έχουμε $x'=20$, $y'=12$. Άρα η μεταβολή στη ζήτηση για το x είναι μηδενική, ενώ η ζήτηση για το y μειώνεται κατά 8 μονάδες. Για να μπορεί το άτομο (ίσα που) να έχει το αρχικό του καλάθι (20,20) στις νέες τιμές, θα έπρεπε να είχε εισόδημα 160 ($=3*20+5*20$).

γ) Εναλλακτικά το κράτος σκέφτεται να φορολογήσει και τα δυο αγαθά με 1 ευρώ το καθένα. Ποια θα είναι τώρα η ζήτηση του ατόμου για τα δυο αγαθά;

Με τη νέα φορολόγηση η τιμή του κάθε αγαθού είναι 4 ευρώ, επομένως η νέα ζήτηση θα είναι $x'=15$, $y'=15$.

2. Ας υποθέσουμε ότι ένα άτομο καταναλώνει τα αγαθά x και y , και έχει συνάρτηση χρησιμότητας $u(x,y)=x^{1/2}y^{1/2}$.

α) Ποιες είναι οι συναρτήσεις ζήτησης;

Από τις σχέσεις $MRS_{xy}=y/x=p_x/p_y$ και $p_x x+p_y y=M$, βρίσκουμε $x(p_x, p_y, M)=M/2p_x$, και $y(p_x, p_y, M)=M/2p_y$.

Β) και γ) για τον αναγνώστη.

3. Έστω ένα άτομο με συνάρτηση ωφέλειας $u(x,y)=4x^{1/2}+2y$.

α) Να υπολογίσετε τον οριακό λόγο υποκατάστασης για την περίπτωση που το άτομο καταναλώνει 9 μονάδες του αγαθού x και 10 μονάδες του αγαθού y .

β) Αν το άτομο έχει 9 μονάδες του αγαθού x και 10 μονάδες του αγαθού y , θα δεχτεί να δώσει 1 μονάδα του αγαθού y για να λάβει 1 μονάδα του αγαθού x ;

γ) Αν οι τιμές των αγαθών x και y είναι p_x και p_y αντίστοιχα, ενώ το εισόδημα του ατόμου είναι M , να βρείτε τις συναρτήσεις ζήτησης για τα αγαθά x και y .

α) $MRS_{xy}=(\partial u/\partial x)/(\partial u/\partial y)=1/x^{1/2}$. Άρα, αν $x=9$, τότε $MRS=1/3$. (Είναι εξίσου σωστό να γράψει κανείς και $MRS=-1/3$. Το πρόσημο είναι θέμα ορισμού).

β) $MRS_{xy}=1/3$ σημαίνει ότι το άτομο θα παραχωρούσε 1/3 μονάδες y για να λάβει μία μονάδα x και να βρίσκεται στην ίδια ωφέλεια. Συνεπώς, αν το άτομο δώσει περισσότερες από 1/3 μονάδες y τότε θα χάσει ωφέλεια, και άρα δε θα δεχτεί αυτή την ανταλλαγή. (Πράγματι, με $x=9$, $y=10$ η ωφέλεια του ατόμου είναι 32, ενώ με $x=10$, $y=8$ η ωφέλειά του είναι 28,65).

γ) Είναι $MRS_{xy}=1/x^{1/2}=p_x/p_y$, και $p_x x+p_y y=M$. Από τις σχέσεις αυτές προκύπτει $x=(p_y/p_x)^2$ και $y=M/p_y-(p_y/p_x)$.

Μέρος Γ:

1. Μια επιχείρηση έχει τη συνάρτηση παραγωγής $Q = L^{0.25}K^{0.75}$, όπου K είναι κεφάλαιο και L είναι εργασία. Η αμοιβή του κεφαλαίου είναι $r=2$ και της εργασίας $w=1$.

α) Ισχύει ο νόμος της φθίνουσας οριακής παραγωγικότητας; Τι αποδόσεις κλίμακας έχει η επιχείρηση;

Για να δούμε αν ισχύει ο νόμος της φθίνουσας οριακής παραγωγικότητας πρέπει να ελέγξουμε αν το οριακό προϊόν της εργασίας (κεφαλαίου) φθίνει όσο αυξάνεται η εργασία (κεφάλαιο). Παραγωγίζοντας τη συνάρτηση παραγωγής έχουμε, $MP_L=0.25*L^{-0.75}*K^{0.75}$, το οποίο φθίνει όσο αυξάνεται το L . Παρόμοια για το K .

Έχουμε $(kL)^{0.25}(kK)^{0.75}=k^1L^{0.25}K^{0.75}=kL^{0.25}K^{0.75}$ για $k>0$. Άρα η επιχείρηση παρουσιάζει σταθερές αποδόσεις κλίμακας.

β) Υποθέστε ότι βραχυχρόνια το κεφάλαιο της επιχείρησης είναι σταθερό στο επίπεδο $K=100$. Ποια είναι η παράγωγη ζήτηση για εργασία; Πόση εργασία πρέπει να απασχολήσει η επιχείρηση για να παράγει $Q=10$;

Για $K=100$, βρίσκουμε την παράγωγη ζήτηση για εργασία, ως $L(Q)=Q^4/100^3$. Για $Q=10$, $L(10)=10^4/100^3$.

γ) Συνεχίζοντας να διατηρείτε το κεφάλαιο σταθερό στο πιο πάνω επίπεδο, βρείτε την βραχυχρόνια συνάρτηση συνολικού κόστους. Ποιο το βραχυχρόνιο συνολικό κόστος παραγωγής 10 μονάδων προϊόντος;

$SRTC=1*Q^4/100^3+2*100$, για $Q=10$, $SRTC=1*100^4/100^3+2*100=200,01$.

δ) Να δείξετε ότι το μακροχρόνιο κόστος παραγωγής 10 μονάδων προϊόντος είναι μικρότερο από το βραχυχρόνιο κόστος παραγωγής των ίδιων μονάδων προϊόντος.

Στο μακροχρόνιο διάστημα, η επιχείρηση επιλέγει τις ποσότητες κεφαλαίου και εργασίας, ώστε $MRTS=w/r$, από όπου προκύπτει ότι $K=1,5L$. Αντικαθιστώντας στη συνάρτηση παραγωγής, $L=10/(1,5)^{0.75}$, $K=10*(1,5)^{0.25}$. Αντικαθιστώντας στη συνάρτηση συνολικού κόστους $TC=10/(1,5)^{0.75}+20*(1,5)^{0.25}<200,01$.

3. Μια επιχείρηση Α που λειτουργεί σε καθεστώς πλήρους ανταγωνισμού πληρώνει μηνιαίο ενοίκιο 200€ και έχει επίσης μηνιαίο μεταβλητό κόστος $y^2/200$, όπου y είναι το παραγόμενο προϊόν.

α) Να γράψετε τη συνάρτηση μέσου κόστους, τη συνάρτηση μέσου μεταβλητού κόστους και τη συνάρτηση οριακού κόστους.

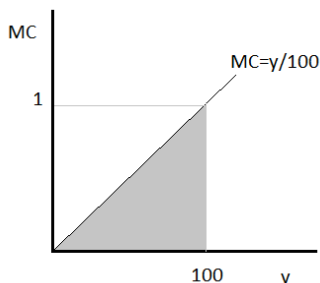
β) Χωρίς να παραγωγίσετε τη συνάρτηση μέσου κόστους, να βρείτε για ποιο επίπεδο προϊόντος ελαχιστοποιείται το μέσο κόστος.

γ) Να βρείτε, με τη βοήθεια κατάλληλου διαγράμματος, το μεταβλητό κόστος όταν $y=100$.

δ) Αν η επιχείρηση μεγιστοποιεί τα κέρδη της εκεί όπου το οριακό κόστος είναι ίσο με 10, ποια τα κέρδη της επιχείρησης;

α) Το ολικό κόστος είναι $TC=200+y^2/200$. Το μέσο κόστος είναι $AC=200/y+y/200$, το μέσο μεταβλητό κόστος είναι $AVC=y/200$, και το οριακό κόστος είναι $MC=y/100$ (η παράγωγος του ολικού κόστους).

β) Το μέσο κόστος ελαχιστοποιείται όταν $AC=MC$, δηλαδή $200/y+y/200=y/100$. Λύνοντας, έχουμε $y=200$.



είναι το εμβαδό κάτω από την καμπύλη του οριακού κόστους.

$MC=y/100$ (βλ. σχήμα δίπλα), υπολογίζουμε το εμβαδό για το

μένο τρίγωνο), το οποίο είναι ίσο με 50. Πράγματι, για $y=100$, η

αφράζει το μεταβλητό κόστος ισούται με 50.

δ) Το οριακό κόστος είναι 10 όταν $y=1000$. Επειδή τώρα η επιχείρηση μεγιστοποιεί τα κέρδη της, αυτό σημαίνει ότι $p=MC$, και άρα $p=10$. Το συνολικό έσοδο, δηλαδή είναι 10.000, ενώ το ολικό κόστος είναι $200+1000^2/200=5.200$, και συνεπώς, το κέρδος είναι 4.800.

4. Μια επιχείρηση χρησιμοποιεί κεφάλαιο και εργασία και έχει συνάρτηση παραγωγής $x=KL^{1/2}$.

α) Τι αποδόσεις κλίμακας παρουσιάζει αυτή η συνάρτηση παραγωγής;

Αν πολλαπλασιάσουμε όλες τις εισροές με t , η παραγωγή είναι $tK(tL)^{1/2}=t^{3/2}KL^{1/2}=t^{3/2}x$. Άρα η συνάρτηση παρουσιάζει αύξουσες αποδόσεις κλίμακας.

β) Ισχύει ο νόμος της φθίνουσας οριακής παραγωγικότητας για την εργασία;

Το οριακό προϊόν της εργασίας είναι $MP_L=1/2 KL^{-1/2}$. Επομένως ισχύει ο νόμος της φθίνουσας οριακής παραγωγικότητας για την εργασία, αφού το οριακό προϊόν της εργασίας μειώνεται όπως αυξάνεται η εργασία, $dMP_L/dL=-1/4 KL^{-3/2} < 0$.

γ) Αν η τιμή της εργασίας είναι $w=1$ και η τιμή του κεφαλαίου είναι $r=2$, ποια είναι η μακροχρόνια συνάρτηση συνολικού κόστους;

Προκειμένου να βρούμε τη μακροχρόνια συνάρτηση συνολικού κόστους, πρέπει να λύσουμε το πρόβλημα ελαχιστοποίησης κόστους υπό τον περιορισμό της συνάρτησης παραγωγής. Η συνάρτηση Lagrange είναι $L+2K+\lambda(x-KL^{1/2})$. Λύνοντας βρίσκουμε ότι $K=L=x^{2/3}$. Επομένως η μακροχρόνια συνάρτηση συνολικού κόστους είναι $LRTC=wL+rK=x^{2/3}+2x^{2/3}=3x^{2/3}$.

δ) Υποθέστε ότι στο βραχυχρόνιο διάστημα το κεφάλαιο είναι σταθερό σε $K=10$. Αν η τιμή της εργασίας είναι $w=1$ και η τιμή του κεφαλαίου είναι $r=2$, ποια είναι η βραχυχρόνια συνάρτηση μέσου συνολικού κόστους;

Για $K=10$, η συνάρτηση παραγωγής γίνεται $x=10L^{1/2}$. Λύνοντας για την απαιτούμενη ποσότητα εργασίας βρίσκουμε $L=x^2/10$. Επομένως η βραχυχρόνια συνάρτηση συνολικού κόστους είναι $SRTC=wL+rK=x^2/10+20$. Η βραχυχρόνια

συνάρτηση μέσου συνολικού κόστους είναι $SRATC=x/100+20/x$.

