

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΚΑΙ
ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ

Κατεύθυνση: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΚΑΙ
ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΑΝΟΙΞΗ 2018

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣΩΠΙΚΗΣ ΜΕΛΕΤΗΣ

ΟΜΑΔΑ 5η

Άσκηση 1η: Έστω $X(t)$ μία στοχαστική ανέλιξη με μέση τιμή μηδέν και διασπορά t . Έστω $c > 0$ μία σταθερά. Ελέγξατε εάν η ανέλιξη $Y(t) = X(ct)$ είναι μία κίνηση *Brown*.

Άσκηση 2η: Έστω $B(t)$ μία τυπική κίνηση *Brown*. Ορίζουμε $R(t) = |B(t)|$. Δείξατε ότι: $E[R(t)] = \sqrt{\frac{2t}{\pi}}$ και $Var[R(t)] = \left(1 - \frac{2}{\pi}\right)t$.

Άσκηση 3η: Αποδείξατε την σχέση:

$$V(X) = E[V(X|Y)] + V[E(X|Y)]$$

Υπόδειξη: Χρησιμοποιήσατε την σχέση: $V(X|Y) = E(X^2|Y) - E^2(X|Y)$. Υπολογίσατε την μέση τιμή της και μετά βρείτε την $V[E(X|Y)]$ και προσθέστε.

Άσκηση 4η: Έχει παρατηρηθεί ότι, αν μία χρηματιστηριακή αγορά λειτουργεί για t ώρες, η μέση τιμή και η διασπορά των των συναλλαγών είναι $5t$. Αν η αγορά λειτουργήσει για έναν τυχαίο αριθμό ωρών, που ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή μεταξύ 8 και 10 ωρών, βρείτε την μέση τιμή και την διασπορά που θα ακολουθήσουν οι συναλλαγές.

Απάντηση: $E = 45$, $V = 160/3$

Άσκηση 5η: Μία διδιάστατη διακριτή κατανομή έχει συνάρτηση πιθανότητας $f(x, y) = \frac{1}{1815}(2x + y)$ με $x = 0, 1, 2, \dots, 10$ και $y = 0, 1, 2, \dots, 10$. Χρησιμοποιώντας κατάλληλες εντολές του *EXCEL*, υπολογίσατε τις περιθώριες κατανομές, τις δεσμευμένες περιθώριες κατανομές και επαληθεύσατε ότι: $E(X) = E(E(X|Y))$.