

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΚΑΙ
ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ

Κατεύθυνση: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΚΑΙ
ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΦΘΙΝΟΠΩΡΟ 2019

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣΩΠΙΚΗΣ ΜΕΛΕΤΗΣ

ΟΜΑΔΑ 2η

Άσκηση 1η: Δώσατε πρόγραμμα σε *MATLAB* ή *EXCEL* που να υλοποιεί έναν συμμετρικό τυχαίο περίπατο σε χρονικό διάστημα $[0, t]$, με πιθανότητα p , βήμα h και n πλήθος αποφάσεων. Αυξάνοντας το πλήθος των αποφάσεων και μικραίνοντας το βήμα, δώσατε γραφική παράσταση μίας τυπικής κίνησης *Brown*.

Άσκηση 2η: Έστω $B(t)$ μία τυπική κίνηση *Brown*.

(α) Βρείτε την πιθανότητα: $P[B(4) \leq 3 | B(0) = 1]$.

(β) Βρείτε αριθμό c γαι τον οποίο $P[B(9) > c | B(0) = 1] = 0.1$

Απάντηση: (a) 0.8413, (b) 4.846

Άσκηση 3η: Έστω $B(t)$ μία τυπική κίνηση *Brown* και μία σταθερά $p > 0$.

Δείξτε ότι η ανέλιξη $W(t) = pB\left(\frac{t}{p^2}\right)$ είναι επίσης μία τυπική κίνηση *Brown*.

Άσκηση 4η: Ποιά είναι η κατανομή της ποσότητας: $B(s) + B(t)$, όταν $s \leq t$;

Άσκηση 5η: Μία κίνηση *Brown* με *drift*, έχει παραμέτρους $\mu = -0.1$ και $\sigma = 2$. Εάν η διαδικασία ξεκινάει από την τιμή 2.82, ποιά είναι η πιθανότητα να ξεπεράσει την τιμή 9, την χρονική στιγμή 4;

Άσκηση 6η: Μία εταιρεία καταστρέφεται αν η μετοχή της κατακυλήσει στο μηδέν. Αν η τιμή της μετοχής της περιγράφεται από μία τυπική κίνηση *Brown* και έχει αρχική τιμή 5, ποιά είναι η πιθανότητα να καταστραφεί η εταιρεία την χρονική στιγμή $t = 25$;

Απάντηση: 0.3174

Άσκηση 7η: Η τιμή μίας μετοχής ακολουθεί μία τυποποιημένη κίνηση *Brown*. Αγόρασες την μετοχή στην τιμή $b + c$ και τώρα αξίζει b , $b, c > 0$. Έχεις αποφασίσει να πουλήσεις την μετοχή σου όταν είτε αποκτήσει την αρχική της τιμή είτε έχει περάσει χρονικό διάστημα t^* , (ότι από τα δύο συμβεί πρώτα). Ποιά είναι η πιθανότητα να μην πάρεις πίσω τα χρήματά σου;