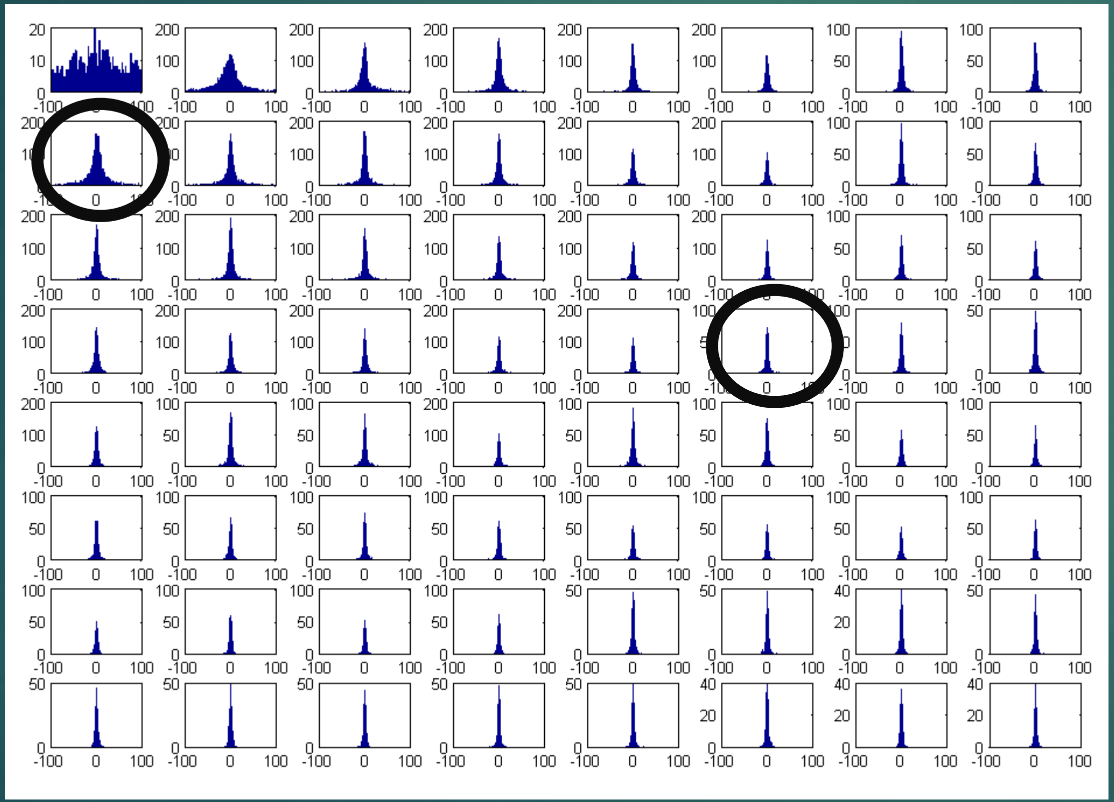
Συμπίεση Δεδομένων

2013-2014

Συμπίεση Εικόνας II

Διασπορές Συντελεστών DCT

Δ7



Διαφορετικές Διασπορές μεταξύ των κατανομών των συντελεστών

Παράδειγμα 7.1

Δ7

- Έστω ένα σύνολο διανυσμάτων με 64 συνιστώσες, των οποίων η *i*-συνιστώσα παρουσιάζει τυπική απόκλιση $\sigma_i = c/i$, *με c ίδια* σταθερά για όλες τις συνιστώσες. Να υπολογίσετε το SQNR αν για την κβάντιση διανεμηθούν L bits σε κάθε διάνυσμα. Δεχθείτε ότι ισχύει η σχέση $D = \sigma^2 f(R) = \sigma^2 2^{-2R}$

Παράδειγμα 7.1

Δ7

$$SQNR = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_q^2} = \frac{\sigma_x^2}{D} = \frac{\frac{1}{64}\sum_{\kappa=1}^{64}\sigma_\kappa^2}{2^{-\frac{2L}{64}} \times \sqrt[64]{\prod_{\kappa=1}^{64}\sigma_\kappa^2}} \Rightarrow$$

$$SQNR = \frac{1}{64} \times \left(\frac{\sum_{\kappa=1}^{64}\sigma_\kappa^2}{\sqrt[64]{\prod_{\kappa=1}^{64}\sigma_\kappa^2}}\right) \times 2^{\frac{2L}{64}} \xrightarrow{\sigma_\kappa = \frac{c}{\kappa}}$$

Παράδειγμα 7.1

Δ7

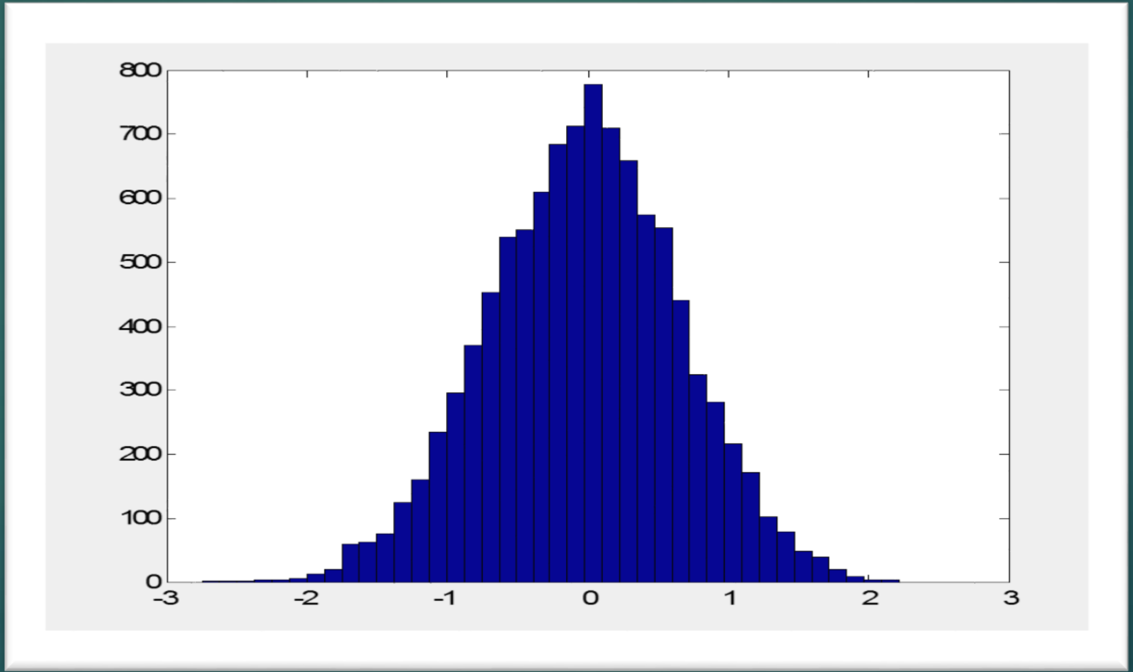
$$SQNR = \frac{1}{64} \times c^2 \times \left(\frac{\sum_{\kappa=1}^{64} \frac{1}{\kappa^2}}{\sqrt[64]{\prod_{\kappa=1}^{64} \frac{c^2}{\kappa^2}}} \right) \times 2^{\frac{2L}{64}} \Rightarrow$$

$$SQNR = \frac{1}{64} \times \left(\frac{\sum_{\kappa=1}^{64} \frac{1}{\kappa^2}}{\sqrt[64]{\prod_{\kappa=1}^{64} \frac{1}{\kappa^2}}} \right) \times 2^{\frac{2L}{64}}) \Rightarrow SQNR \cong 15{,}5 \times 2^{\frac{2L}{64}}$$

Μετασχηματισμοί σήματος

Δ7

- Έστω σήμα x(*n*) με σ.π.π κανονική κατανομή, μέσης τιμής 0 και διακύμανσης σ_x^2, του οποίου τα Ν δείγματα είναι συσχετισμένα.

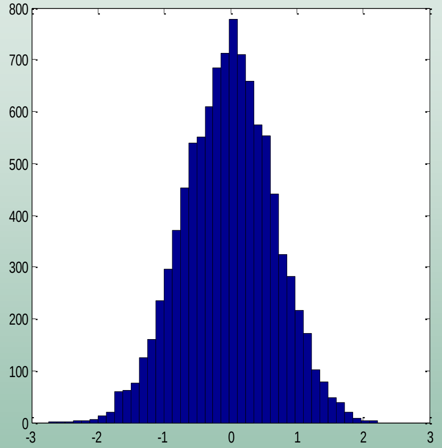


Μετασχηματισμοί σήματος

Δ7

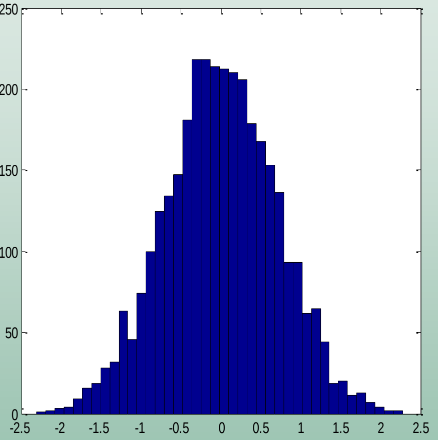
- Επιλέγουμε τρείς υπο-ακολουθίες $\{x_k(n)\}, k = 1,2,3$ του σήματος $x(n)$ υποδειγματοληπτώντας με λόγο 1:3

Ιστόγραμμα {x(n)}



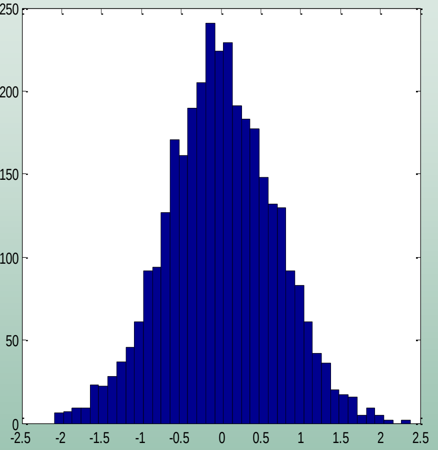
$\mu_x=0,\ \sigma_x^2=0.5$

Ιστόγραμμα $\{x_1\}$



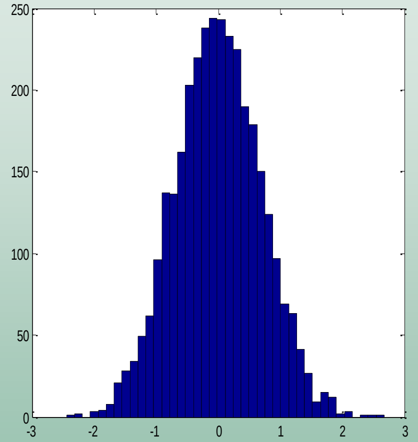
$\mu_1=0,\ \sigma_1^2=0.5$

Ιστόγραμμα $\{x_2\}$



$\mu_2=0,\ \sigma_2^2=0.5$

Ιστόγραμμα $\{x_3\}$



$\mu_3=0,\ \sigma_3^2=0.5$

Μετασχηματισμοί σήματος

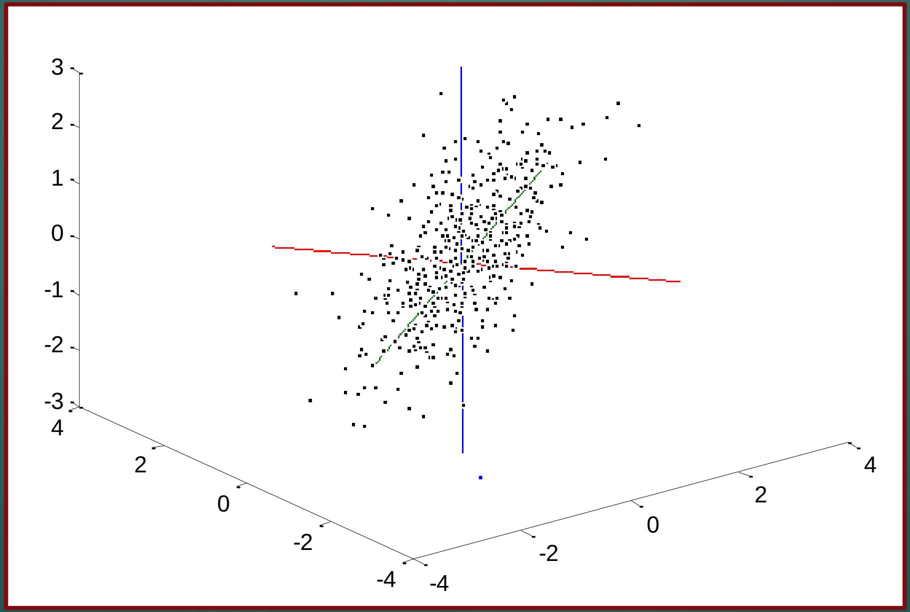
Δ7

- Παρατηρήσεις
  - Οι μέσες τιμές και οι διασπορές παραμένουν αμετάβλητες
  - Ο βαθμός συσχέτισης μεταξύ γειτονικών δειγμάτων της κάθε υποακολουθίας μειώθηκε

Μετασχηματισμοί σήματος

Δ7

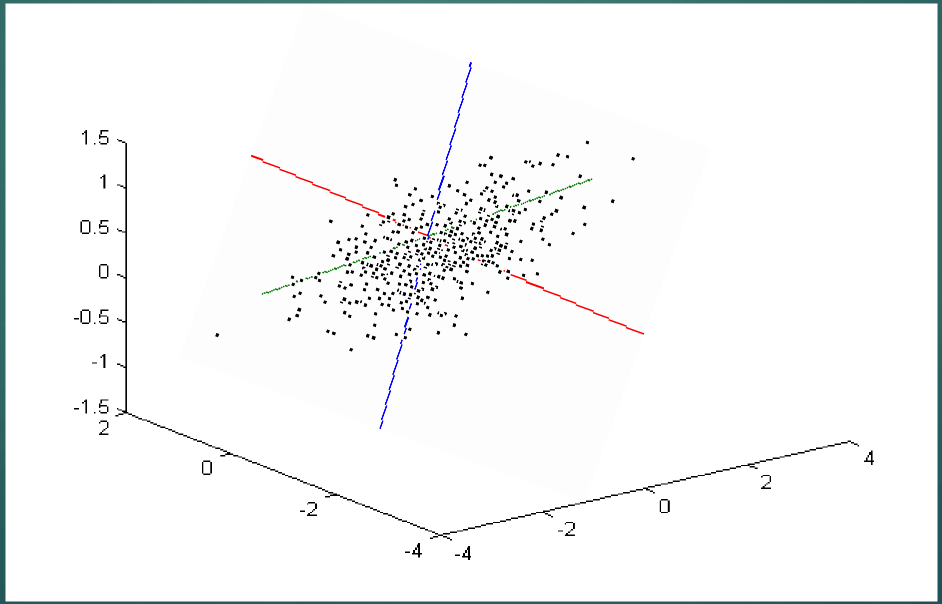
- Θεωρώντας τα διανύσματα $\mathbf{x}_i=[x_1(i),\ x_2(i),\ x_3(i)]^T$, $i=1\ \ldots\ L \approx N/3$ προκύπτουν διανύσματα με μεγάλο συσχετισμό μεταξύ των συνιστωσών και μικρότερο μεταξύ των διαφορετικών διανυσμάτων. Η συσχέτιση μεταξύ των τριών συνιστωσών του κάθε διανύσματος έχει σαν αποτέλεσμα τη συγκέντρωση των σημείων απεικόνισης σε ένα ελλειψοειδές γύρω από το σημείο $(0,0,0)^T$.



Μετασχηματισμοί σήματος

Δ7

- Αν στρέψουμε τους άξονες σε κατάλληλη θέση οι νέες συντεταγμένες των διανυσμάτων θα παρουσιάζουν διαφορετική διασπορά. Το στοιχείο αυτό σύμφωνα με τη Θεωρία Ρυθμού Παραμόρφωσης μπορεί να αξιοποιηθεί για τη βελτίωση της σχέσης $D=f(R)$.



Μετασχηματισμοί σήματος

Δ7

- Μεθοδολογία μετασχηματισμού

1. Διαχωρίζουμε το αρχικό σήμα σε ακολουθίες διανυσμάτων με N συνιστώσες:

$$\mathbf{x}=[x(1), x(2),\dots,x(N)]^T$$

2. Υπολογίζουμε τον Πίνακα συνδιασποράς, $\mathbf{\Sigma}$, τις ιδιοτιμές του $\lambda_1>\lambda_2>\dots>\lambda_N$ και τα αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα, $\mathbf{p}_1$, $\mathbf{p}_2,\dots,\mathbf{p}_N$ (μοναδιαίο μήκος)

3. Κατασκευάζουμε τον πίνακα στροφής $\mathbf{A}$:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{p}_1^T\\ \mathbf{p}_2^T\\ \vdots\\ \mathbf{p}_N^T\end{bmatrix}$$

Μετασχηματισμοί σήματος

- Μεθοδολογία μετασχηματισμού

4. Μετασχηματίζουμε τα αρχικά διανύσματα στα διανύσματα του νέου χώρου **c=[**$c(1), c(2),\ldots,c(N)$**]**^{T} μέσω της σχέσης

$$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{x}$$

5. Υπολογίζουμε τον νέο πίνακα συνδιασποράς, $\mathbf{\Sigma}_{\mathbf{new}}$, από τη σχέση :

$$\mathbf{\Sigma}_c = \mathbf{A\Sigma A}^T = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_N \end{bmatrix}$$

Κωδικοποίηση μετασχηματισμένων διανυσμάτων

Δ7

- Αντί να κωδικοποιηθεί η αρχική ακολουθία $\{x_n\}$, κωδικοποιείται η ακολουθία $\{c_n\}$
- Κάθε συνιστώσα των διανυσμάτων διανυσμάτων $\mathbf{c}_i$, κβαντίζονται με διαφορετικό κβαντιστή και κωδικοποιούνται τα κβαντισμένα διανύσματα $\hat{\boldsymbol{c}}_i$
- Η ανασύσταση των αρχικών διανυσμάτων πραγματοποιείται με τον αντίστροφο πίνακα:

$$\hat{\boldsymbol{x}}_i = \boldsymbol{A}^{-1}\hat{\boldsymbol{c}}_i (= \boldsymbol{A}^T\hat{\boldsymbol{c}}_i)$$

Κωδικοποίηση μετασχηματισμένων διανυσμάτων

Δ7

- Με τον τρόπο αυτό βελτιώνεται η αποτελεσματικότητα του κωδικοποιητή αφού οι συνιστώσες των διανυσμάτων είναι ασυσχέτιστες και παρουσιάζουν έντονη διαφοροποίηση στη διασπορά τους.
- Η παραμόρφωση μπορεί να υπολογιστεί σε οποιονδήποτε από τους δύο χώρους (μοναδιακός ή ορθογώνιος μετασχηματισμός)

$$\|\mathbf{x}_i - \hat{\mathbf{x}}_i\|^2 = (\mathbf{x}_i - \hat{\mathbf{x}}_i)^T (\mathbf{x}_i - \hat{\mathbf{x}}_i) = \left(\mathbf{A}^{-1}\mathbf{c} - \mathbf{A}^{-1}\hat{\mathbf{c}}\right)^T \left(\mathbf{A}^{-1}\mathbf{c} - \mathbf{A}^{-1}\hat{\mathbf{c}}\right)$$

$$= \left(\mathbf{A}^T\mathbf{c} - \mathbf{A}^T\hat{\mathbf{c}}\right)^T \left(\mathbf{A}^T\mathbf{c} - \mathbf{A}^T\hat{\mathbf{c}}\right) = (\mathbf{c} - \hat{\mathbf{c}})^T \mathbf{A}\mathbf{A}^T (\mathbf{c} - \hat{\mathbf{c}}) = \|\mathbf{c} - \hat{\mathbf{c}}\|^2$$

Παράδειγμα 7.2

Δ7

- Για την πραγματοποίηση της στροφής χρησιμοποιείται ο πίνακας συνδιασποράς (μ=0),

$$\boldsymbol{\Sigma} = \mathbf{E}\left[x_i \cdot x_i^T\right] = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}\begin{bmatrix} x_1(i) \\ x_2(i) \\ x_3(i) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(i) & x_2(i) & x_3(i) \end{bmatrix}$$

- Οπότε για το συγκεκριμένο παράδειγμα προκύπτει

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} 0.49 & 0.35 & 0.20 \\ 0.35 & 0.47 & 0.34 \\ 0.20 & 0.34 & 0.48 \end{bmatrix}$$

Παράδειγμα 7.2

Δ7

- Για τον πίνακα **Σ** θεωρούμε τα ιδιοδιανύσματα του **p** και τις αντίστοιχες ιδιοτιμές λ για τα οποία θα πρέπει να ισχύει η σχέση :

$$\mathbf{\Sigma} \cdot \mathbf{p} = \lambda \cdot \mathbf{p}$$

- Επειδή ο **Σ** είναι συμμετρικός τα ιδιοδιανύσματα **p** θα είναι κάθετα μεταξύ τους. Τελικά προκύπτει ότι οι ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανύσματα του πίνακα **Σ** θα είναι:

$$\lambda_1 = 0.08 \ \& \ \mathbf{p}_1 = [-0.45 \quad 0.78 \quad -0.43]^T$$
$$\lambda_2 = 0.28 \ \& \ \mathbf{p}_2 = [-0.70 \quad 0.00 \quad -0.71]^T$$
$$\lambda_3 = 1.07 \ \& \ \mathbf{p}_3 = [0.56 \quad 0.62 \quad 0.55]^T$$

Παράδειγμα 7.2

- Με τον τρόπο αυτό μπορούμε να μετασχηματίσουμε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\mathbf{x}_i$ σε ένα νέο σύστημα συντεταγμένων που χρησιμοποιεί ως βάσεις τα ιδιοδιανύσματα (μοναδιαίο μήκος) του πίνακα οπότε τα διανύσματα θα εκφράζονται ως:

$$\mathbf{c}_i=[c_1(i)\ \ c_2(i)\ \ c_3(i)]^T \quad i=1,2,\ldots,L$$

- Για την πραγματοποίηση του μετασχηματισμού συντεταγμένων χρησιμοποιείται ένας πίνακας στροφής A:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{p}_1^T\\ \mathbf{p}_2^T\\ \mathbf{p}_3^T\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-0.45 & 0.78 & -0.43\\ -0.70 & 0.00 & -0.71\\ 0.56 & 0.62 & 0.55\end{bmatrix}$$

Παράδειγμα 7.2

Δ7

- Ο μετασχηματισμός ή αλλαγή συντεταμένων των διανυσμάτων $\mathbf{x}_i$ στα διανύσματα $\mathbf{c}_i$ θα πραγματοποιείται με βάση τη:

$$\begin{bmatrix} c_1(i) \\ c_2(i) \\ c_3(i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.45 & 0.78 & -0.43 \\ -0.70 & 0.00 & -0.71 \\ 0.56 & 0.62 & 0.55 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(i) \\ x_2(i) \\ x_3(i) \end{bmatrix} \quad i=1,2,\ldots,L$$

- Ο νέος πίνακας συνδιασποράς Σ_{new} θα είναι :

$$\boldsymbol{\Sigma_{new}} = \begin{bmatrix} 1.07 & 0 & 0 \\ 0 & 0.28 & 0 \\ 0 & 0 & 0.08 \end{bmatrix}$$

Παράδειγμα 7.2

Δ7

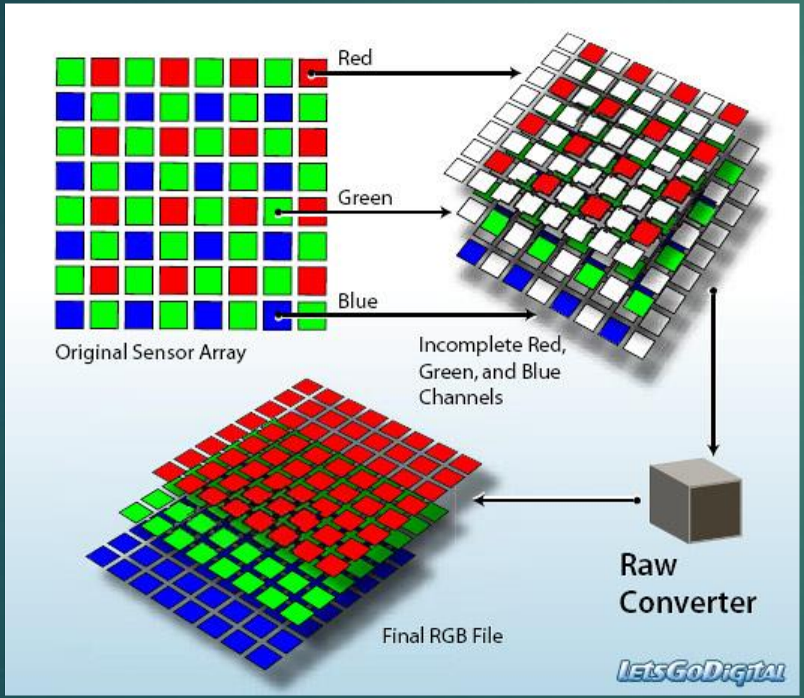
- Παρατηρήσεις
  - Μετά το μετασχηματισμό οι τρεις συνιστώσες $c_1(i)$,$c_2(i)$,$c_3(i)$ κάθε διανύσματος $\mathbf{c}_i$ είναι μεταξύ τους ασυσχέτιστες.
  - Ισχύει σ_1^2=1.07, σ_2^2=0.28 και σ_3^2=0.08, παρουσιάζοντας μεγάλη διαφορά στις διασπορές τους
  - Ο προτεινόμενος μετασχηματισμός διατηρεί το μέτρο των διανυσμάτων:

$$\|\mathbf{x}_i\|^2 = \|\boldsymbol{c}_i\|^2, i = 1,2, \dots L$$

  - *Με βάση την προηγούμενη ιδιότητα* $\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 = 3\sigma_x^2$.

Κωδικοποίηση έγχρωμων εικόνων

- Δομή έγχρωμων εικόνων



Πηγή: LetsGoDigital

Κωδικοποίηση έγχρωμων εικόνων

Δ7

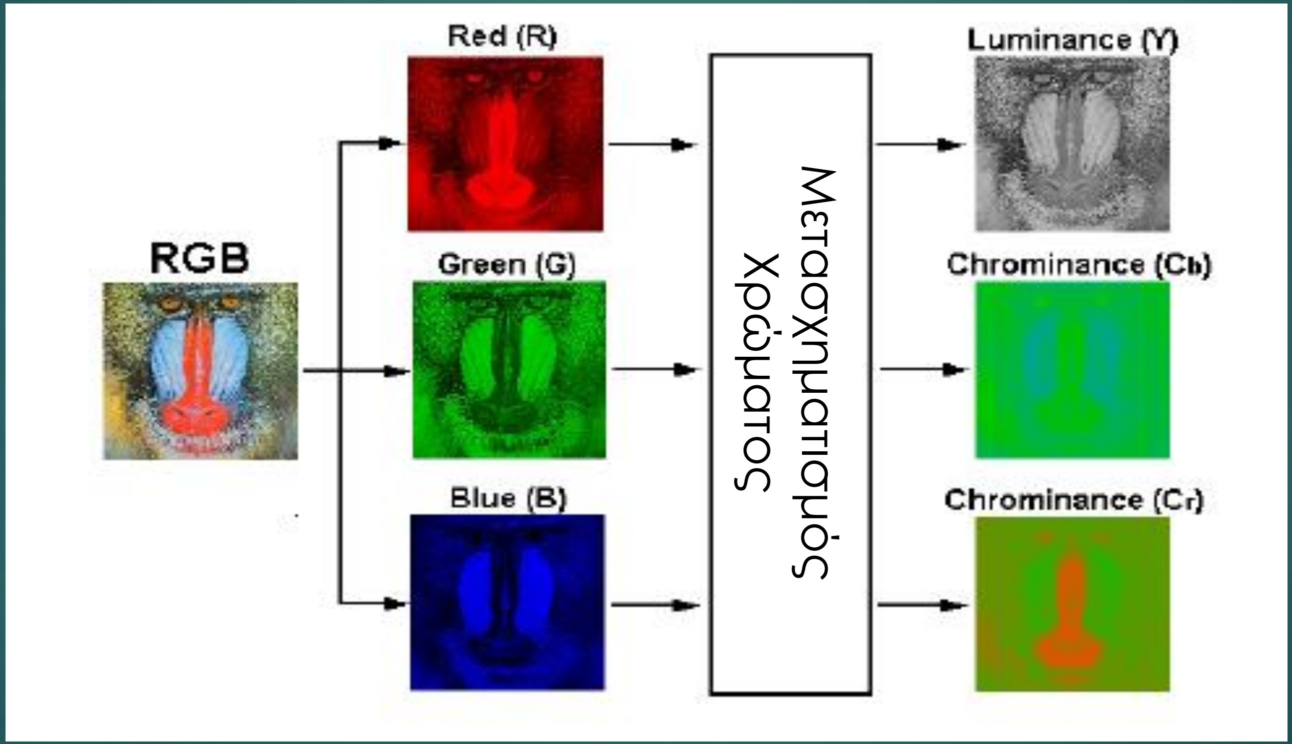
- Οι εικόνες των τριών χρωμάτων είναι εξαιρετικά συσχετισμένες μεταξύ τους με παρόμοιες διασπορές

- Έχει προταθεί μεγάλο πλήθος μετασχηματισμών για την αποσύζευξη των εικόνων

- Ένας από τους επικρατέστερους μετασχηματισμούς είναι ο μετασχηματισμός YCbCr

$$\begin{bmatrix} Y \\ Cb \\ Cr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.299 & 0.587 & 0.114 \\ -0.169 & -0.332 & 0.500 \\ 0.500 & -0.419 & -0.0813 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 128 \\ 128 \end{bmatrix}$$

Κωδικοποίηση έγχρωμων εικόνων



Κωδικοποίηση έγχρωμων εικόνων

Δ7

- Διαθέτει μία ισχυρή συνιστώσα που αντιστοιχεί στη φωτεινότητα της εικόνας και μεγάλη διασπορά
- Διαθέτει δύο ασθενείς χρωματικές συνιστώσες με μικρή διασπορά
- Ο μετασχηματισμός είναι αντιστρεπτός

$$\begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1.41 \\ 1 & -0.35 & -0.72 \\ 1 & 1.78 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y \\ U-128 \\ V-128 \end{bmatrix}$$

Δειγματοληψία στο χρώμα

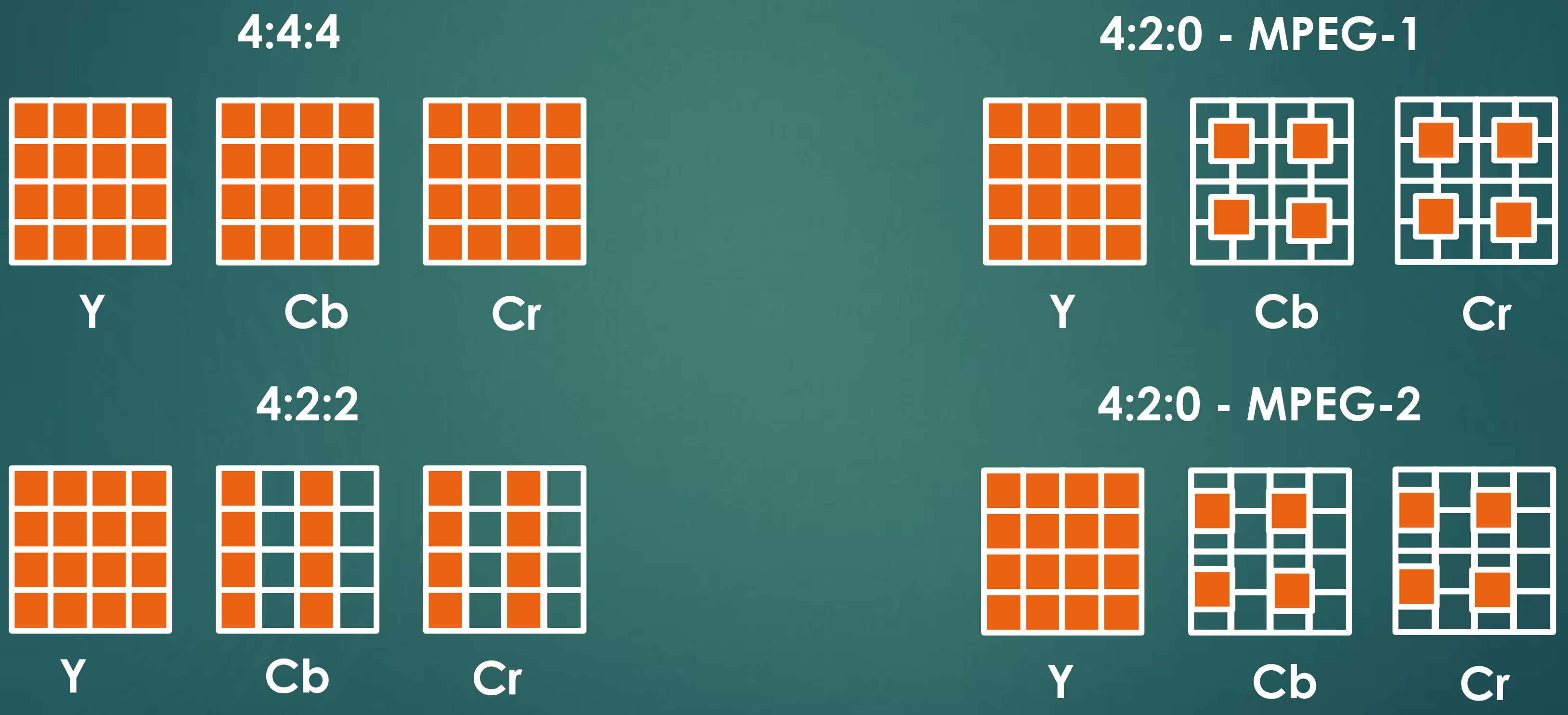
Δ7

- Το μάτι είναι πιο ευαίσθητο στη μεταβολή της φωτεινότητας λόγω είδους και σχέσης φωτουποδοχέων (ραβδία – κωνία)

- Χρησιμοποιείται η παραπάνω ιδιότητα για την υποδειγματοληψία των χρωματικών καναλιών με μικρή απώλεια στην απόδοση

Δειγματοληψία στο χρώμα

- Είδη δειγματοληψίας



Δειγματοληψία στο χρώμα

Δ7

- Ανασύσταση μετά από δειγματοληψία χρώματος