0. *Hintergrund*

Dieser Kurs führt in die linguistische Semantik ein – genauer: in die *logische Semantik*. Das allgemeine Thema, die zentralen Fragstellungen sowie ein paar grundlegende Betrachtungen und Begriffsbildungen sollten bereits aus der Linguistik-Einführung bekannt sein. Die für diesen Kurs wichtigsten Hintergrundannahmen werden im vorliegenden Kapitel kurz zusammen gestellt.[1]

0.1 Semantik und Pragmatik

Gegenstand der Semantik ist die wörtliche Bedeutung sprachlicher Ausdrücke, wobei unter letzteren sowohl einzelne Wörter als auch insbesondere komplexe Phrasen, Sätze sowie Texte und Dialoge zu verstehen sind. Die wörtliche Bedeutung ist das, was ein Ausdruck sozusagen von Haus aus bedeutet – die Bedeutung, die er nur aufgrund der sprachlichen Gegebenheiten hat, nicht aufgrund seiner Verwendung in einem bestimmten Kontext. Während sich z.B. in Willy Millowitschs gesungener Äußerung von (1)[2] das Subjekt im Sinne von (1') auf die gesamte Menschheit beziehen mag, spricht der ehemalige Kölner Fraktionsvorsitzende Rüthers mit seiner Äußerung desselben Satzes nur von seinen engsten Umkreis, also etwa im Sinne von (1"):

(1) **Wir sind alle kleine Sünderlein.**
(1') **Die Menschen sind alle kleine Sünderlein.**
(1") **Die Kölner SPD-Abgeordneten sind alle kleine Sünderlein.**

Wer sich mit seiner Äußerung des Personalpronomens **wir** auf *wen* bezieht, ob also (1) im Sinne von (1'), (1") oder sonstwie verstanden wird, ergibt sich aus den Umständen der Äußerung – dem *Kontext* – und ist insofern keine Frage der Semantik, sondern der Pragmatik als Wissenschaft von der Sprachverwendung und der nicht-wörtlichen Bedeutung. Andererseits bezeichnet sich jeder, der (1) äußert, damit selbst als Sünder – ganz gleich, auf welche Gruppe er sich beziehen mag; denn der Sprecher *muss* sich mit **wir** auf eine Gruppe beziehen, der er selbst angehört – das gebietet die wörtliche Bedeutung von **wir**. Dass sich der Sprecher mit (1) auf sich selbst bezieht, ist somit ein semantisches Faktum.

Im Unterschied zu des Volksschauspielers Äußerung von (1) ist die des Politikers ironisch, wenn er damit zum Ausdruck bringen will, dass es sich beim Kölner Klüngel gerade nicht um *kleine* Sünder handelt. Auch der Aspekt der Ironie geht über die rein wörtliche Bedeutung des Satzes (1) hinaus und fällt somit in den Bereich der Pragmatik. Das Gleiche gilt für andere rhetorische Figuren und Stilmittel wie Übertreibung und Metapher. Zu den zentralen nicht-wörtlichen Phänomenen, die in der Pragmatik abgehandelt werden, gehören auch die sog. (konversationellen) *Implikaturen*; das sind über das Wortwörtliche hinaus gehende Schlüsse, die ein Sprecher dem Hörer durch Umstände oder Formulierung seiner Äußerung nahelegt. Wenn in einem abschließenden Untersuchungsbericht über eine Spendenaffäre (2) zu lesen ist, versteht man als Leser, dass sich zumindest *nicht alle* Abgeordneten fiktive Spenden haben quittieren lassen; denn sonst hätte es der Bericht wohl kaum verschwiegen. Man schließt also von der (schriftlichen) Äußerung von (2) auf die Wahrheit von (2'):

(2) **Mehrere Abgeordnete haben fingierte Spendenquittungen eingereicht.**
(2') **Nicht alle Abgeordneten haben fingierte Spendenquittungen eingereicht.**

Andererseits kann man aus dem reinen Wortlaut von (2) nicht schließen, dass auch nur ein einziger Abgeordneter eine weiße Weste hat. Denn (2) könnte ja beispielsweise aus einem Zeitungsartikel stammen, der die ersten Korruptionsfälle ans Tageslicht gebracht hat. In diesem Fall wird sich die Leserin hüten, von (2) auf (2') zu schließen. Und wenn sich später herausstellt, dass in der Tat *alle* Abgeordneten falsche Quittungen abgerechnet haben, wäre (2) damit auch keineswegs widerlegt. Lediglich die besonderen

---

[1] Mehr erfährt man z.B. im Semantik-Skript aus der Linguistik-Einführung: http://web.uni-frankfurt.de/fb10/zimmermann/WS0102.pdf

[2] Für die, die die Melodie nicht mehr im Ohr haben: http://www.amazon.de/exec/obidos/clipserve/B0000243NJ001001/302-3720430-0379254

Umstände einer umfassenden abschließenden Untersuchung legen nahe, (2) so zu verstehen, dass nicht alle Abgeordneten betroffen sind. Wie also schon bei (1) spielt für den Schluss von (2) auf (2') – einer sog. *skalaren Implikatur* – der Kontext, in dem die Äußerung gemacht wird, eine entscheidende Rolle. Die genaue Interaktion zwischen wörtlicher Bedeutung und Hintergrundwissen ist für das Zustandekommen solcher und anderer Implikaturen wichtig und macht einen Großteil der Pragmatik aus – hat aber in der Semantik nichts zu suchen.

Ob Untersuchungsbericht oder Enthüllungsjournalismus, in beiden Fällen geht es um Abrechnungen beim Finanzamt. Aber ist auch das Teil der wörtlichen Bedeutung des Satzes? Doch könnte Satz (2) ebensogut gebraucht werden, wenn es um Quittungen für die Abrechnungsstelle des Parlaments ginge (mal angenommen, es gäbe eine solche). Seine wörtliche Bedeutung lässt sogar offen, ob jeder Abgeordnete, von dem in ihm die Rede ist, seine Spendenquittungen bei derselben Stelle eingereicht hat. Immerhin könnte es sein, dass die einen das Finanzamt, die anderen aber das Parlament hintergangen haben; und es könnte sein, dass (2) eben diese vielfältigen Betrugsvorgänge beschreibt. Wohlgemerkt: dass die genannten Abgeordneten ihre Quittungen *irgendwo oder bei irgendwem* eingereicht haben, macht bereits der Wortsinn, die wörtliche Bedeutung, von (2) klar. Aber *wo* das ist oder *bei wem*, bleibt offen und kann allenfalls aus dem Kontext erschlossen werden.

Die Beispiele legen das folgende Abgrenzungskriterium zwischen wörtlicher und nichtwörtlicher Bedeutung nahe:

> *Invarianzkriterium*
> Was zur wörtlichen Bedeutung eines Ausdrucks gehört, muss *kontextinvariant* sein, d.h. es darf nicht von Kontext zu Kontext, in dem der Ausdruck geäußert wird, variieren.

Zur wörtlichen Bedeutung von (1) gehört kontextinvariant, dass der Sprecher sich auf eine Gruppe bezieht, der er selbst angehört. Auf welche Gruppe sich der Sprecher bezieht, variiert von Kontext zu Kontext und ist daher kein Bestandteil der wörtlichen Bedeutung. Zur wörtlichen Bedeutung von (2) gehört, dass mehr als ein Abgeordneter Quittungen eingereicht hat. Aber wo diese Abgeordneten ihre Quittungen eingereicht haben – beim Finanzamt, beim Parlament, jeder woanders, etc. – das ist wieder Sache des Kontexts. Und es ist auch Sache des Kontexts, ob die Äußerung so gemeint ist und verstanden werden darf, dass sie (2') einschließt (oder *implikatiert*, wie man in der Pragmatik sagt). Da der letztgenannte Schluss und der implizite Adressat der Quittungseinreichungen mit dem Kontext variieren, handelt es sich bei ihnen nicht um Teile der wörtlichen Bedeutung.

Das Invarianzkriterium erweist sich oft als nützlich, wenn es darum geht zu entscheiden, ob ein bestimmter Bedeutungsaspekt aus der Semantik ausgeblendet werden darf; wir werden es gelegentlich dafür bemühen. Aber es handelt sich um ein vages Kriterium, dessen Anwendung nicht immer eindeutig ist. (Mehr dazu in einer Übungsaufgabe!) Außerdem funktioniert es nur in einer Richtung. *Wenn* ein Bedeutungsaspekt von Kontext zu Kontext variiert, *dann* gehört er nach diesem Kriterium nicht zur wörtlichen Bedeutung. Daraus lässt sich aber nicht schließen, dass alle invarianten Aspekte automatisch zur wörtlichen Bedeutung gehören; denn über invariante Aspekte im allgemeinen sagt das Kriterium nichts aus. Und tatsächlich gibt es Bedeutungsaspekte, die in allen Kontexten stabil sind, ohne dass sie zur wörtlichen Bedeutung gerechnet werden. So gibt eine Sprecherin mit der Verwendung eines Wortes wie **Köter** zu verstehen, dass sie von einer Spezies (oder von einzelnen Vertretern derselben) redet, die sie persönlich nicht mag. Darin unterscheidet sich das Substantiv

Köter vom Substantiv **Hund**. Doch werden solche Bewertungen üblicherweise nicht zur wörtlichen Bedeutung gerechnet. Der Grund dafür ist theoretischer Natur. Wenn man Sprecherbewertungen von der wörtlichen Bedeutung abtrennt, kann man bessser erklären, wie die beiden zusammenhängen. Wir werden in Kapitel 8 noch einmal kurz auf diesen Punkt zurück kommen.

Ein Bereich, in dem die Abgrenzung der wörtlichen von der nicht-wörtlichen Bedeutung Probleme bereitet, ist der der sprachlichen Handlungen (*Sprechakte*) und insbesondere der *Illokutionen* (*Sprechakttypen*). Zunächst einmal lässt sich bei vielen Sätzen feststellen, dass sie nur auf eingeschränkte Weise verwendbar sind:

(3) **Du hast noch keine Pizza gegessen.**
(3') **Wieso isst du keine Pizza?**
(3") **Iss Pizza!**

Mit (3) kann man eine Behauptung aufstellen oder etwas mitteilen; mit (3') kann man jemanden was fragen; und mit (3") kann man jemandem zum Pizzakonsum auffordern oder raten. Gehören diese Möglichkeiten zur wörtlichen Bedeutung der drei Sätze? Immerhin kann man auch (3) als Aufforderung und (3') als Ratschlag verstehen. Dennoch könnten auch in diesen Fällen (3) und (3') behauptend (oder feststellend) bzw. fragend verwendet werden; Aufforderung und Ratschlag wären dann *indirekte* Sprechhandlungen. Das Invarianzkriterium schließt jedenfalls nicht aus, dass das Verwendungspotenzial eines Satzes Teil seiner wörtlichen Bedeutung ist.

Fassen wir zusammen. Die Semantik hat es nur mit der wörtlichen Bedeutung sprachlicher Ausdrücke zu tun. Insbesondere fallen Bedeutungsaspekte, die mit dem Äußerungskontext variieren, in den Bereich der Pragmatik. Weitere Phänomene, die aus der Semantik ausgeschlossen werden, sind mit dem Gebrauch einzelner Wörter einher gehende Bewertungen sowie die für einzelne Satzarten typischen Verwendungsmöglichkeiten.

0.2 Lexikalische und logische Semantik

Die Bedeutungen einzelner Wörter werden uns im folgenden nur am Rande beschäftigen. Sie bilden den Untersuchungsgegenstand der *lexikalischen Semantik*. Im Mittelpunkt dieses Kurses stehen dagegen die Bedeutungen *komplexer* Ausdrücke – also solcher, die aus mehr als einem Wort bestehen. Sie bilden den Gegenstand der *logischen Semantik*. Dabei wird uns vor allem die Frage beschäftigen, wie sich die Bedeutung komplexer Ausdrücke aus ihrer syntaktischen Struktur und den Bedeutungen der Wörter, aus denen sie bestehen, ergibt. Es wird sich zeigen, dass die Beantwortung dieser Frage im allgemeinen keine detaillierten Kenntnisse der lexikalischen Semantik erfordert.

Lexikalische und logische Semantik unterscheiden sich sowohl hinsichtlich der für ihren Bereich charakteristischen Phänomene als auch in Bezug auf die für ihre Untersuchung erforderlichen Methoden. Um einen Eindruck von diesem Unterschied zu vermitteln, gehen wir in diesem Abschnitt kurz auf einige Fragestellungen der lexikalischen Semantik ein.

Wortbedeutungen lassen sich leichter studieren, wenn man sie nicht isoliert betrachtet, sondern zu einander in Beziehung setzt. So ergibt ein Vergleich der Wörter **Handwerker** und **Maurer**, dass letzteres eine speziellere Bedeutung hat als ersteres, während beide allgemeiner sind als **Polier**, aber spezieller als **Person**. Die Beziehung zwischen Speziellerem und Allgemeinerem ist dabei so zu verstehen, dass die allgemeinere Bezeichnung auf alles zutrifft, auf das auch die speziellere zutrifft, aber nicht umgekehrt: wenn man jemanden zu Recht als **Polier** bezeichnen kann, dann kann man ihn auch einen **Maurer** schimpfen. Diese auf den (wörtlichen) Bedeutungen der einzelnen Wörter beruhende Beziehung bezeichnet man in der lexikalischen Semantik als *Hyponymie*: **Polier** ist ein Hyponym zu **Maurer**, das seinerseits ein Hyponym zu **Handwerker** ist, welches wiederum ein Hyponym zu **Person** ist. Hyponymie ist eine *Sinnrelation*, eine Beziehung zwischen Ausdrücken, die allein aufgrund der wörtlichen Bedeutung dieser Ausdrücke besteht. Weitere Beispiele für Sinnrelationen [und Wörter, die in ihnen zueinander stehen,] sind: *Synonymie*, die zwischen Wörtern besteht, die dieselbe wörtliche Bedeutung haben [**obwohl** : **obgleich**]; *Konverse*, die zwischen Ausdrücken besteht, die zueinander gegensinnige Beziehungen ausdrücken [**Lehrer** : **Schüler**]; *Inkompatibilität*, die zwischen Substantiven besteht, die sich niemals auf dasselbe Ding beziehen können [**Gedanke** : **Buch**].

Sinnrelationen bestehen nicht nur zwischen Wörtern. Auch komplexe Ausdrücke können Synonyme (4), Hyponyme (4'), Konversen (4") zueinander bzw. miteinander inkompatibel (4‴) sein:

(4) **lila Apfelsine** : **violette Orange**
(4') **kleiner grüner Kaktus** : **grüner Kaktus**
(4") **zwei Jahre älter** : **zwei Jahre jünger**
(4‴) **nur sonntags** : **werktags und samstags**

Die Beispiele zeigen, dass sich die Sinnrelationen zwischen komplexen Ausdrücken nicht allein aus denen zwischen den beteiligten Wörtern ergeben. In (4) überträgt sich die Synonymie zumindest nicht in dem Sinne, als alle Wörter des linken Ausdrucks mit dem des rechten synonym wären; denn **lila** und **violett** sind zwar Synonyme, ebenso **Orange** und **Apfelsine**[3], nicht aber **lila** und **Apfelsine**. Immerhin stehen die Wörter in (4) paarweise in einer Synonymie-Beziehung. Bei der Hyponymie in (4') ist das nicht so. Denn die einzige nennenswerte Sinnrelation, die hier zwischen einzelnen Wörtern in Frage kommt, ist wieder die der Synonymie – wie sie trivialerweise zwischen den beiden Vorkommen von **grüner** besteht – aber diese Synonymie überträgt sich gerade nicht auf die gesamten Ausdrücke; durch Hinzunahme des Adjektiv **klein** wird aus der Synonymie eine Hyponymie. Bei (4") hingegen ändert die Hinzunahme der Angabe **zwei Jahre** nichts an der Konversen-Beziehung zwischen **älter** und **jünger**. In (4‴) schließlich wird die Inkompatibilität offenbar wesentlich durch die logischen Wörter **nur** und **und** hervorgerufen; denn **sonntags** allein schließt weder **werktags** noch **samstags** aus.

Die Sinnrelationen zwischen komplexen Ausdrücken ergeben sich also nicht unmittelbar aus denen zwischen den beteiligten Wörtern. In der logischen Semantik hat man Methoden entwickelt, Sinnrelationen wie in (4) – (4‴) als Ergebnisse einer Interaktion von Wortbedeutung und syntaktischer Konstruktion zu beschreiben. Dabei ergeben sich quasi nebenbei natürliche Klassifikationen lexikalischer Sinnrelationen. Wir werden im Laufe des Kurses immer wieder darauf zurück kommen. Fürs Erste bleibt nur festzuhalten, dass die Darstellung von Sinnrelationen sich vom nicht-lexikalischen auf den lexikalischen Bereich übertragen lässt, nicht jedoch umgekehrt.

Ein weiteres im lexikalischen Bereich häufig anzutreffendes Phänomen ist die Mehrdeutigkeit oder, wie man in der Semantik sagt, die *Ambiguität*. Damit ist der Umstand gemeint, dass einzelne Wörter oder Wortformen mehr als eine Bedeutung haben können. Die Form **weiß** kann eine Verbform sein oder die prädikative Form[4]

[3] Der Fall liegt insofern etwas kompliziert, als wahrscheinlich so gut wie niemand sowohl **lila** als auch **violett** *aktiv* verwendet. (Bei **Orange** und **Apfelsine** ist das nach meiner Erfahrung anders.) Aber normalerweise *verstehen* Sprecher des Deutschen beide Adjektive, unterstellen dabei allerdings oft einen Unterschied: wer **lila** verwendet, meint etwa, dass sich **violett** auf einen helleren Farbton bezieht. Empirische Untersuchungen legen dagegen nahe, dass beide Wörter von den Sprechern, die sie aktiv verwenden, stets auf dieselbe Farbe bezogen werden.

[4] Die *prädikative* Form ist die Form, die in Sätzen der Gestalt '*x* **ist** ADJEKTIV' benutzt wird – im

eines Adjektivs. Das Substantiv **Ball** kann sich in all seinen Formen (**Balls**, **Bällen** etc.) auf kugelförmige Spielutensilien beziehen oder auf Tanzveranstaltungen größeren Ausmaßes. In diesen Fällen ist es offensichtlich, dass es sich jeweils um zwei verschiedene Wörter handelt, die zufälligerweise gleich ausgesprochen und geschrieben werden. Um sie voneinander zu unterscheiden, kann man z.B. Indizes verwenden (**Ball**$_1$, **weiß**$_{\text{3.Ps.Sg.Ind.Präs.v.}\textbf{wissen}}$ etc.) Jedes dieser *disambiguierten* Wörter hat eine eigene, im Lexikon zu spezifizierende Bedeutung.

Bei diesen Fällen von lexikalischer Ambiguität handelt es sich um *Homonyme*, also Wörter oder Wortformen, die mehrere nicht – oder jedenfalls nicht auf erkennbare Weise – miteinander zusammenhängende Bedeutungen haben. Doch nicht alle mehrdeutigen Wörter sind Homonyme. Mindestens ebenso häufig findet man *Polyseme*, d.h. ambige Wortformen, bei denen die eine Bedeutung aus der anderen abgeleitet erscheint oder beide einen gemeinsamen Kern besitzen:

- Das Substantiv **Glas** kann sich auf ein Material wie auf einen Typ von Trinkgefäß beziehen, aber es gibt hier einen offensichtlichen Zusammenhang: typischerweise besteht ein als **Glas** bezeichnetes Trinkgefäß aus dem als **Glas** bezeichneten Material. Trotz dieses engen Zusammenhangs handelt es sich um zwei verschiedene Wörter (s. Übungsaufgabe).
- Das Adjektiv **kurz** kann auf Strecken wie auf Zeiträume bezogen werden, und auch hier gibt es einen mehr oder weniger offensichtlichen Zusammenhang: ein kurzer Zeitraum ist ein solcher, der sich als kurze Strecke in die räumliche Dimension übertragen lässt.
- Das Adjektiv **scharf** kann als Gegensatz (oder *Antonym*[5]) zu **mild** wie zu **stumpf** verwendet werden. Auch hier scheint es einen Zusammenhang zwischen den beiden Lesarten zu geben, wenn dieser auch nicht so leicht zu fassen ist.

Die Verwendung von Materialbezeichnungen für Gegenstände aus dem betreffenden Material gibt es häufiger: **Gips**, **Papier**, **Leder** etc.; in der lexikalischen Semantik spricht man hier von einer *metonymischen Polysemie*[6]. Der Zusammenhang zwischen den Lesarten von **kurz** ist dagegen ein *metaphorischer*: der Raum dient als Bild für die Zeit. Diese Art von erstarrter Metapher[7] ist äußerst häufig, und das nicht nur im Deutschen. So lassen sich viele räumliche Präpositionen (**in**, **vor**, **zwischen**,…) auch in einem zeitlichen Sinn verwenden. Aber auch andere Metaphern liegen lexikalischen Ambiguitäten zugrunde: **Untergang** [eines Schiffes vs. Ruin], **Kreuzung** [von Linien und Arten], **Schmalz** [Fett vs. Kitsch]. Das dritte der obigen Beispiele basiert auf einer Übertragung vom Tast- auf den Geschmackssinn und illustriert damit die *synästhetische Polysemie*, die Metaphorik der Wahrnehmungsdimensionen, wie man sie auch bei **hell** [Farbe vs. Klang] und **rau** [Oberfläche vs. Stimme] vorfindet.

Gegensatz zu den *attributiven* Formen, die zur Modifikation von Substantiven dienen (**weißes Tuch**). Deutsche Adjektive haben immer nur eine prädikative Form (anders als etwa im Französischen) und in der Regel mehrere attributive. (Eine Ausnahme zu dieser Regel ist das Adjektiv **lila**.)

5 Antonymie ist die Sinnrelation, die zwischen zwei steigerbaren Adjektiven besteht, deren Komparative Konversen voneinander sind. Einfach gesagt beziehen sich Antonyme immer auf die entgegengesetzten Pole einer Skala: **lang** : **kurz**; **groß** : **klein**; **heiß** : **kalt**; etc.

6 Der Begriff umfasst alle Arten von Polysemien, bei denen zwischen den Lesarten ein sachlicher Zusammenhang besteht – so auch die Lesarten von **Schule** als Gebäude oder Institution.

7 Eine *erstarrte* Metapher ist eine solche, die Teil des allgemeinen Sprachgebrauchs geworden ist.

Neben diesen Arten von Polysemien gibt es eine Reihe anderer möglicher Zusammenhänge zwischen den Lesarten einzelner Wörter. Diese Vielfältigkeit stellt die lexikalische Semantik vor ein großes Problem. Denn es gibt bislang weder eine umfassende Klassifikation aller Typen von Polysemie noch eine Theorie über ihr Auftreten. Dennoch scheint klar zu sein, dass es sich nicht um ein vollkommen wildwüchsiges Phänomen handelt, sondern dass es vielmehr – sprachübergreifende – Regelmäßigkeiten in der Auffächerung lexikalischer Bedeutungen gibt. Einige dieser Regelmäßigkeiten – vor allem im Bereich der metonymischen Polysemie – sind recht gut untersucht. Aber eine allgemeine Theorie der Polysemie steht noch aus. Es ist nicht einmal eine klare Abgrenzung zur Homonymie bekannt: handelt es sich bei der in (5) und (5') illustrierten Mehrdeutigkeit von **treffen** um Polysemie? In Ermangelung eines klaren Kriteriums ist das kaum zu entscheiden.

(5) **Der Gewährsmann trifft einen Beamten am Schalter.**
(5') **Die Gewehrkugel trifft einen Bekannten in der Schulter.**

Wir werden auf diese Probleme im Rahmen dieses Kurses nicht eingehen und, soweit wir es mit polysemen Wörtern zu tun haben, sie wie Homonyme behandeln, indem wir lediglich die verschiedenen Lesarten (z.B. durch Indizierung) auseinanderhalten, ohne einen Zusammenhang zwischen ihnen herzustellen.

0.3 Semantik und Syntax

Strukturelle Ambiguität

Ambiguität gibt es nicht nur im Lexikon. Auch komplexe Ausdrücke können ambig sein. Zum einen kann natürlich ein komplexer Ausdruck eines oder mehrere ambige Wörter enhalten:

(6) **Ein Wechsel der Bank bewirkt keinen Unterschied im Gehalt.**

Drei der vier Substantive in (6) sind mehrdeutig. Insofern besitzt der Satz mindestens $2^3 = 8$ Lesarten, von denen allerdings einige keinen guten Sinn ergeben. Neben dieser Art von Ambiguität, die sich einfach vom Lexikon auf komplexe Ausdrücke vererbt, gibt es einen weitaus interessanteren Typ von Mehrdeutigkeit – die *strukturelle Ambiguität*, die entsteht, wenn dieselben (nicht notwendigerweise ambigen) Wortformen auf unterschiedliche Weise zu derselben Wortfolge kombiniert werden können:

(7) **Der Bauer schlug einen Esel mit einer Rute.**

Obwohl die einzelnen Wörter eindeutig sind,[8] ist (7) ambig. Die folgenden Paraphrasen machen das deutlich:

(7') **Mit einer Rute schlug der Bauer einen Esel.**
(7") **Einen Esel mit einer Rute schlug der Bauer.**

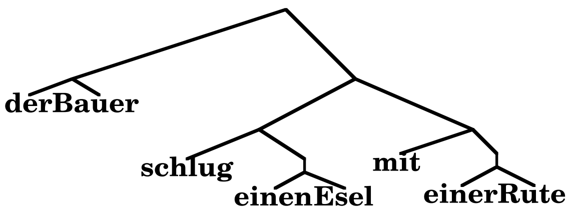
Die zweite Lesart liegt weniger nahe – vielleicht weil man sich unter einem Esel mit einer Rute außerhalb eines gegebenen Kontexts nicht so viel vorstellen kann. Aber (7) kann offenkundig im Sinne von (7") verstanden werden. Das allein beweist zwar noch nicht, dass es sich um eine echte Ambiguität handelt; es könnte ja auch sein, dass (7) bezüglich der Frage, wer die Rute hat, unbestimmt ist. Doch ein *Zähltest* bringt hier Klarheit. Wenn nämlich (7) im Sinne von (7') auf zwei verschiedene Gelegenheiten zutrifft, kann man auf (7) **... und zwar zweimal** schließen; das Gleiche gilt, wenn der

[8] Genauer gesagt sind die lexikalischen Ambiguitäten in (6) insofern irrelevant, als die alternativen Lesarten aus syntaktischen Gründen ausscheiden: in der Lesart *Vogelbehausung* kommt das Substantiv **Bauer** in (7) nicht vor, weil diese einen neutralen Artikel (**das**) verlangen würde. Entsprechendes gilt für den (bezüglich Kasus und Genus) ambigen Artikel **der**.

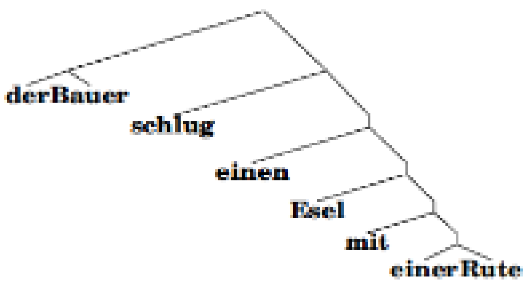
Bauer zwei Mal einen beruteten Esel gehauen hat (und nicht unbedingt beide Male denselben). Aber wenn er das eine Mal eine Rute benutzt hat, um einen rutenlosen Esel zu prügeln, und das andere Mal mit der bloßen Hand einen Esel, der eine Rute hatte, geschlagen hat, wäre der entsprechende Zusatz nicht gerechtfertigt. Man kann also die Gelegenheiten, zu denen (7) im Sinne von (7') wahr ist nicht mit denen zusammen-rechnen, zu denen (7) im Sinne von (7") wahr ist.[9]

Die Mehrdeutigkeit von (7) liegt darin, dass sich die Präpositionalphrase **mit einer Rute** entweder auf das Substantiv **Esel**[10] oder aber auf die Verbalphrase **schlug einen Esel** beziehen kann. Dementsprechend hat (7) zwei verschiedene Konstituentenstrukturen (7^{+}) und (7^{++}), denen die beiden Lesarten (7') und (7") entsprechen:

(7^{+})



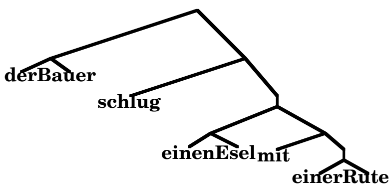
(7^{++})



Termauswertung
Diese Art von Mehrdeutigkeit gibt es auch in mathematischen Formeln, und für sie hat man die Klammerung erfunden, die in einem unmittelbaren Zusammenhang zur jeweiligen Bedeutung des Terms steht. Diesen Zusammenhang sehen wir uns jetzt etwas genauer an; denn das wird uns helfen, nicht nur das Phänomen der strukturellen Ambiguität besser zu verstehen, sondern die Interpretation komplexer Ausdrücke im

9 Hier ist ein analoger Fall mit einer lexikalischen Ambiguität. Angenommen Fritz wohnt zunächst gegenüber einem Geldinstitut, aber es gibt in der Gegend weit und breit keine Sitzgelegenheit. Dann zieht er in eine Wohnung, der gegenüber sich eine Parkbank befindet, aber das nächste Kreditinsitut ist weit weg. In diesem Fall stimmt es nicht, dass Fritz zum zweiten Mal gegenüber einer Bank wohnt – egal ob man die Form **Bank** auf Sitzgelegenheiten oder Geldinstitute bezieht; und beides kann nicht (im Ernst) gemeint sein.

10 … oder auf die Determinatorenphrase **einen Esel**:



Gegen diese Struktur sprechen allerdings semantische Gründe, auf die wir in Kapitel 6 zurück kommen.

allgemeinen. Wir werden uns dabei an ein arithmetisches Beispiel halten, weil dieses keine großen semantischen Kenntnisse voraussetzt. Erst ab Kapitel 2 werden wir sehen, wie sich die Überlegungen von der 'Sprache' der Arithmetik für die natürliche Sprache adaptieren lassen. Doch keine Angst vor allzu viel Mathematik: es geht nicht um das Rechnen mit *Zahlen*, sondern um die Frage, wie man die *Bezeichnungen* für Zahlen versteht.

Zunächst gilt es dabei, Zahlen und Bezeichnungen für Zahlen – kurz: *Terme* – in der Notation auseinander zu halten. Analog zu den natürlich-sprachlichen Beispielen werden wir dafür Terme, wenn wir über sie sprechen (d.h. schreiben), **fett** setzen, während wir uns auf Zahlen mit normal ('recte') gesetzten Ziffern(folgen) beziehen. So sind z.B. **9** und $\mathbf{3^2}$ zwei verschiedene Terme, die beide für die Zahl 9 stehen. Die Zahl, für die ein Term steht, werden wir ab jetzt als *Wert* dieses Terms bezeichnen. Um uns auf ihn zu beziehen, setzen wir doppelte Klammern um den Term. Der Wert von $\mathbf{3^2}$ ist also: $[[\mathbf{3^2}]] = 9 = [[\mathbf{9}]]$, obwohl natürlich $\mathbf{9} \neq \mathbf{3^2}$; die Terme sind verschieden, aber sie stehen für dieselbe Zahl.

Um zu sehen, wie sich Terme auf Zahlen beziehen und welche Rolle die Klammerung dabei spielt, konzentrieren wir uns hier auf *Potenzterme*, also Terme der Gestalt a^b, wobei a und b selbst wieder Potenzterme sein können (!) oder aber einzelne *Ziffern*: **0**, **1**… ,**9**; Ziffernfolgen wie **99** lassen wir außer Acht.[11] Jede der zehn Ziffern steht für eine Zahl:

(8) *Bewertung einfacher Terme*
$[[\mathbf{0}]] = 0; [[\mathbf{1}]] = 1; [[\mathbf{2}]] = 2; \ldots ; [[\mathbf{7}]] = 7; [[\mathbf{8}]] = 8; [[\mathbf{9}]] = 9.$

Es lohnt sich, einen Augenblick über diese Gleichungen nachzudenken. Zunächst einmal mögen sie zirkulär wirken, scheinen sie doch zu besagen, dass fett gedruckte und nicht fett gedruckte Ziffern sich jeweils auf dieselbe Zahl beziehen. Doch der Eindruck trügt! Denn die Gleichungen machen nur eine Aussage darüber, worauf sich die fett gedruckten Ziffern beziehen. Über die anderen Ziffern wird gar nicht gesprochen, sie werden nur *verwendet*, um den Bezug auf die entsprechenden Zahlen herzustellen. Hätten wir über beide Typen von Ziffern sprechen wollen, hätten wir etwa statt der ersten Gleichung folgendes schreiben müssen:

(9) [[**0**]] = [['0']]

In (9) fungiert '0' als Name für eine Ziffer, die in den Gleichungen unter (8) verwendet wird und sich dort auf die Zahl 0 bezieht. (9) ist als Aussage darüber, worauf sich die Ziffer **0** bezieht, in der Tat zirkulär. Denn die Anführungszeichen sind wie der Fettdruck nur ein Mittel, die jeweilige Ziffer zu benennen. So besehen besagt (9) dasselbe wie:

(9') [[**0**]] = [[**0**]]
(9") [['0']] = [['0']]

Die Gleichungen unter (8) dagegen stellen eine Beziehung her zwischen Symbolen (den Ziffern) und Objekten, für die diese Symbole stehen (Zahlen). Verwirrend ist daran nur, dass wir über dieselben Symbole sprechen, die wir benutzen. Mit dieser *scheinbaren* Zirkularität werden wir es immer wieder zu tun haben, wenn wir wie im Rest des Skripts auf deutsch die Bedeutung deutscher Ausdrücke beschreiben.

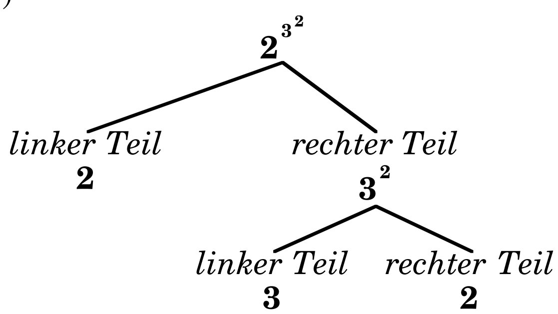
Wenn die Gleichungen in (8) auch nicht zirkulär sind, so sind sie doch einigermaßen trivial. Dass die Ziffer **6** für die Zahl 6 steht, weiß ja jeder. Aber woher wissen wir das? Weil wir es irgendwann einmal – in der Regel im Grundschulalter oder kurz vorher –

11 Wir kommen in den Übungsaufgaben noch einmal auf sie zurück.

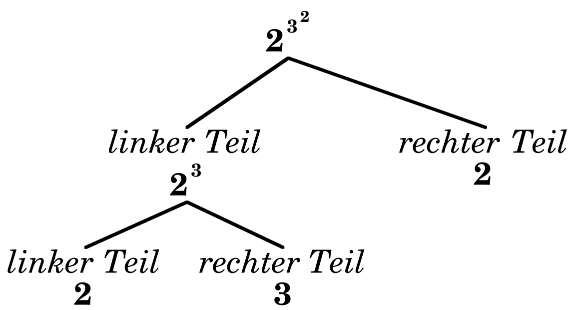
gelernt haben. Und nicht nur das: die Ziffer **6** bezieht sich sozusagen per definitionem auf die Zahl 6, sie ist die für diese Zahl übliche Bezeichnung, und wir kennen dieses Symbol überhaupt nur als Bezeichnung dieser Zahl. In diesem Sinne ist die Gleichung '[[**6**]] = 6' trivial. Andererseits drückt sie keinen zwingenden Sachverhalt aus. Man könnte sich ja vorstellen, das Symbol **6** als Bezeichnung für die Zahl 5 zu benutzen;[12] und in dieser Vorstellung liegt gewiss kein Widerspruch. Es handelt sich also bei den trivialen Gleichungen nicht um *Tautologien*, also Aussagen, deren Verneinung in einen Widerspruch führt – wie die Gleichungen unter (9') und (9").

Kommen wir nun zu den komplexen Termen. In der Mathematik vermeidet man Schreibweisen wie $\mathbf{2}^{\mathbf{3}^{\mathbf{2}}}$, weil sie nicht eindeutig sind. Stattdessen verwendet man Klammern: $\mathbf{2}^{\mathbf{3}^{\mathbf{2}}}$ kann entweder als $(\mathbf{2}^{\mathbf{3}})^{\mathbf{2}}$ disambiguiert werden und dann die Zahl 64 [= 8^2] bezeichnen; andernfalls ist die Klammerung $\mathbf{2}^{(\mathbf{3}^{\mathbf{2}})}$ gemeint, und man hat es mit der Zahl 512 [= 2^9] zu tun. Ohne Klammern wüsste man nicht, welche der beiden Möglichkeiten gemeint ist. Was genau leistet aber die Klammerung? Ganz einfach: *die Klammerung zerlegt einen Term in seine Teile*, die ihrerseits wieder Terme sind und ihrerseits wieder zerlegt werden können (solange es sich nicht um einzelne Ziffern handelt). Klammert man $\mathbf{2}^{(\mathbf{3}^{\mathbf{2}})}$, so besteht der Term aus den Teilen **2** und $\mathbf{3}^{\mathbf{2}}$ (*in dieser Reihenfolge*); bei der Klammerung $(\mathbf{2}^{\mathbf{3}})^{\mathbf{2}}$ dagegen besteht er aus $\mathbf{2}^{\mathbf{3}}$ und **2**:

(10)



(10')



Will man die Zahl bestimmen, für die der Gesamtterm steht, also seinen Wert, folgt man in dem Sinne der Klammerung, als man zunächst die Werte seiner Teile ermittelt. Bei (10) muss man also zuerst herausfinden, wofür die Terme **2** und $\mathbf{3}^{\mathbf{2}}$ stehen, bei (10') braucht man die Werte von $\mathbf{2}^{\mathbf{3}}$ und **2**. Wenn man das weiß, potenziert man den Wert des linken Teilterms (die Basis) mit dem des rechten (dem Exponenten):

(11) $[[\mathbf{2}^{(\mathbf{3}^{\mathbf{2}})}]] = [[\mathbf{2}]]^{[[\mathbf{3}^{\mathbf{2}}]]}$ (11') $[[(\mathbf{2}^{\mathbf{3}})^{\mathbf{2}}]] = [[\mathbf{2}^{\mathbf{3}}]]^{[[\mathbf{2}]]}$

(11) und (11') sehen auf den ersten Blick kompliziert aus und auf den zweiten zirkulär. Beides täuscht. Wer (11) als undurchsichtig empfindet, kann es mit einer verbalisierten Version versuchen: *Der Wert des Terms* $\mathbf{2}^{(\mathbf{3}^{\mathbf{2}})}$ *ergibt sich, indem man den Wert des linken Terms – also den Wert von* **2** *(also*[[**2**]]*) – mit dem Wert des rechten Terms – also den Wert von* $\mathbf{3}^{\mathbf{2}}$ *(also*[[$\mathbf{3}^{\mathbf{2}}$]]*) – potenziert, d.h.* [[**2**]] *hoch* [[$\mathbf{3}^{\mathbf{2}}$]] *nimmt*. Zur Übung wird empfohlen, jetzt gleich auch noch (11') zu verbalisieren! Danach sollte man eigentlich beide Gleichungen verstanden haben. Aber genau dann drängt sich der Eindruck auf, dass sie gänzlich inhaltslos sind. Um zu sehen, warum das nicht der Fall ist, betrachten wir das (11) und (11') zugrunde liegende allgemeine Schema:[13]

[12] … so wie das älteste Dezimalsystem, die nordindische Brahmi-Notation (3. Jh. v. Chr.), für die Zahl 8 praktisch dasselbe Symbol (nämlich sowas wie) verwendet wie das westarabische Gobar-System (11. Jh.) für die 5.

[13] *Frage*: Wieso werden in (12) kursive Buchstaben für Terme verwendet anstatt wie sonst

(12) *Bewertung komplexer Terme*

Wenn a und b Terme sind, gilt: $[[a^b]] = [[a]]^{[[b]]}$.

Die Tatsache, dass man hochgestellte Terme so, wie in (12) angegeben, versteht, ist in dem Sinne nicht zwingend, als es ja auch anders sein könnte. Beispielsweise könnte a^b auch für das Produkt von der durch a bezeichneten Zahl mit dem Wert von b stehen. In dem Fall hätte die Gleichung in (12) wie folgt lauten müssen:

(12') $[[a^b]] = [[a]] \cdot [[b]]$

Man beachte, dass das Symbol '·' in (12') für eine arithmetische Operation, die Multiplikation, steht. Ebenso steht in (12) das Hochstellen *rechts* vom Gleichheitszeichen für das Exponieren zweier *Zahlen*, nämlich der jeweiligen Werte der Terme a und b. Das Hochstellen *links* vom Gleichheitszeichen steht dagegen für eine Verknüpfung von *Symbolen* (den Termen). Eine arithmetische Operation hätte hier nichts zu suchen, denn sie dient dem Rechnen mit Zahlen, die man miteinander multiplizieren, potenzieren usw. kann. Terme dagegen kann man nebeneinander, übereinander etc. schreiben. Die Gleichung in (12) besagt also, dass eine bestimmte Kombination von Zahlzeichen – nämlich das Nebeneinanderschreiben zweier Terme bei gleichzeitigem Hochstellen des rechten – einer bestimmten arithmetischen Operation – nämlich der Potenzierung – entspricht. Und in dieser Entsprechung liegt keine Zirkularität; vielmehr handelt es sich um eine verbreitete, aber weder notwendige noch notwendig bekannte notationelle Gepflogenheit. Der Verbreitung dieser Gepflogenheit ist es zu verdanken, dass (12) beinahe so selbstverständlich ist wie die Gleichungen unter (8). Dass nämlich das Hochstellen für das Exponieren steht – und genau das besagt (12) – haben wir alle einmal in der Schule gelernt, wenn auch nicht so früh wie die Deutung der Ziffernsymbole. Und auch die scheinbare Zirkularität von (12) ist dieselbe wie die in (8) wahrgenommene. Denn so wie wir uns in (8) auf die Zahlen mit den landläufigen ('arabischen') Ziffern bezogen haben, um die es dort gerade ging, wird in (12) der Exponent durch Hochstellen angedeutet – also durch die Notation, um die es gerade geht. Das Hochstellen rechts vom Gleichheitszeichen wird in (12) natürlich vorausgesetzt. Die Gleichung kann also nur jemand verstehen, der das bereits weiß und damit insbesondere weiß, worin das Exponieren besteht, um welche arithmetische Operation es sich handelt. (12) ist also keine *Rechen*regel, sondern nur ein Erklärung der Exponential*notation*, die die entsprechenden Rechenregeln bereits voraussetzt.[14]

Die Gleichungen unter (8) und das Schema in (12) reichen aus, um geklammerte Terme wie (10) und (10') zu bewerten. Denn die Werte der komplexen Terme werden nach (12) auf die Werte ihrer Teile zurückgeführt, die ihrerseits (wenn sie komplex sind) nach (12) bewertet werden oder (wenn es sich um Ziffern handelt) ihre Werte in (8) deklariert bekommen. Die *Termauswertung* für (10) und (10') lässt sich wieder in Baumform darstellen:

Fettdruck? – *Antwort*: Der Fettdruck dient dazu, *einzelne* Terme zu benennen, während es sich bei '*a*' und '*b*' um *Variablen* für *beliebige* Terme handelt. Hätten wir stattdessen '**a**' und '**b**' verwendet, hätten wir etwas über die Buchstaben 'a' und 'b' ausgesagt.

14 Eine solche Rechenregel wäre: $n^m = \underbrace{n \cdot \ldots \cdot n}_{m\text{-}mal}$ – oder genauer: $n^0 = 1$; $n^{m+1} = n \cdot (n^m)$.

[[(10)]]

$[[\mathbf{2}^{3^2}]] = [[\mathbf{2}]]^{[[3^2]]} = 2^9 = \boxed{512}$

linker Teil $[[\mathbf{2}]] = \boxed{2}$

rechter Teil $[[\mathbf{3}^2]] = [[\mathbf{3}]]^{[[2]]} = 3^2 = \boxed{9}$

linker Teil $[[\mathbf{3}]] = \boxed{3}$

rechter Teil $[[\mathbf{2}]] = \boxed{2}$

[[(10')]]

$[[\mathbf{2}^{3^2}]] = [[\mathbf{2}^3]]^{[[2]]} = 8^2 = \boxed{64}$

linker Teil $[[\mathbf{2}^3]] = [[\mathbf{2}]]^{[[3]]} = 2^3 = \boxed{8}$

rechter Teil $[[\mathbf{2}]] = \boxed{2}$

linker Teil $[[\mathbf{2}]] = \boxed{2}$

rechter Teil $[[\mathbf{3}]] = \boxed{3}$

Die Auswertungen von (10) und (10') folgen schrittweise der Klammerung – von den kleinsten Teilen zu immer größeren. Die Werte der kleinsten Teile werden in den Gleichungen (8) vorgegeben, bei zusammengesetzten Termen kommt die allgemeine Regel (12) zur Anwendung. Auf diese Weise lassen sich offenbar beliebig komplexe Terme bewerten – solange ihre kleinsten Teile einzelne Ziffern sind und sie immer nur durch Hochstellen miteinander kombiniert werden.

Kompositionalität

Die anhand von (10) und (10') illustrierte Vorgehensweise bei der Bewertung von Termen haben wir so ausführlich dargestellt, weil sie in der logischen Semantik eine zentrale Rolle spielt. Um die Bedeutungen komplexer sprachlicher Ausdrücke zu beschreiben, werden wir im folgenden immer unterstellen, dass diese quasi geklammert sind, also in Teile und Teilesteile zerlegt. Die Klammerstruktur ist dabei in der Regel syntaktisch motiviert; es handelt sich zumeist – wie im Fall von (7^+) und (7^{++}) um eine vereinfachte Oberflächenstruktur. Gelegentlich müssen wir allerdings eine andere, rein semantische Klammerung anwenden, eine sog. *Logische Form*. Wir werden, wenn es soweit ist, darauf hinweisen. Fürs Erste nehmen wir nur zur Kenntnis, dass die Deutung komplexer sprachlicher Ausdrücke immer ihre eindeutige Zerlegung in Teile voraussetzt, wo auch immer diese Einteilung herkommt.

Die Analogie zwischen der Termauswertung und der Deutung natürlichsprachlicher Ausdrücke hat ihre Grenzen. Letztere stehen in der Regel nicht für Zahlen, auf die man irgendwelche Rechenoperationen anwenden könnte. Doch die Vorgehensweise ist dieselbe. In der Semantik hält man sie üblicherweise in Form eines methodologischen Prinzips fest:[15]

> *Kompositionalitätsprinzip*
> Die Bedeutung eines komplexen Ausdrucks ergibt sich aus den Bedeutungen seiner Teile und der syntaktischen Konstruktion.

Gemeint ist damit gerade, dass die Deutung eines Satzes der Konstituentenstruktur folgt – genau wie die Termauswertung in (10) und (10'). Um also die Bedeutung von (7) zu bestimmen, muss man sich zunächst auf eine der beiden Lesarten festlegen. Im Fall von (7^+) ergibt sich dann die Bedeutung des Prädikats, indem man die Bedeutung von **schlug einen Esel** mit der von **mit einer Rute** kombiniert.

15 Die Herkunft dieses Prinzips ist unklar. Früher hat man es nach dem Begründer der logischen Semantik als *Frege-Prinzip* bezeichnet, aber: "Frege selbst hat das Prinzip niemals ausdrücklich aufgestellt, es wurde nur nach ihm benannt, weil es gut zu seinen sprachphilosophischen Grundgedanken passt" (so Irene Heim 1977 in ihrer Magisterarbeit). In seiner modernen Form, nämlich als Verallgemeinerung der Termauswertung, findet man das Kompositionalitätsprinzip (allerdings nicht unter diesem Namen) in dem Aufsatz *Universal Grammar* (1970) von Richard Montague.

Im Unterschied zur Termauswertung betrifft das Kompositionalitätsprinzip nicht Zahlen, sondern sprachliche Bedeutungen. Wir werden im Laufe des Kurses sehen, was diese Bedeutungen sind. Bedeutungen lassen sich, wie gesagt, nicht mit arithmetischen Operationen kombinieren – die Potenzierung tut es hier also nicht. Stattdessen werden wir *semantische Operationen* zur Kombination von Bedeutungen kennen lernen.

Außer von den Teilen komplexer Ausdrücke und ihren Bedeutungen ist im Kompositionalitätsprinzip noch von den jeweiligen syntaktischen Konstruktionen die Rede. Diese kommen insofern ins Spiel, als sie gerade bestimmen, *wie* die Bedeutungen der Teile miteinander kombiniert werden. Bislang kann man sich noch nicht viel darunter vorstellen – wir haben ja noch keine semantischen Operationen kennengelernt. Aber das folgende Beispiel zeigt, worum es geht:

(13) **Fritz und Eike sind verheiratet.**

Dieser Satz ist ambig (s. Übungsaufgabe). Seine beiden Lesarten können folgendermaßen paraphrasiert werden:

(13') **Sowohl Fritz als auch Eike sind verheiratet.**
(13") **Fritz und Eike sind miteinander verheiratet.**

Es ist nicht ganz offensichtlich, was hier die Quelle der Ambiguität ist. Hat das Wort **und** zwei Bedeutungen? Oder hat der Satz (13) zwei syntaktische Strukturen? Gegen eine Homonymie spricht, dass man dieselbe in sehr vielen Sprachen haben müsste: englisch **and**, französisch **et**, hebräisch **ve**, … lösen alle die in (13) beobachtete Mehrdeutigkeit aus. Es kann sich also kaum um einen Zufall handeln. Homonymien sind aber in aller Regel Zufallsprodukte; und das Vorliegen derselben Homonymie in zwei nicht miteinander verwandten Sprachen ist äußerst unwahrscheinlich. Hinzu kommt, dass man die Mehrdeutigkeit in (13) auch bei anderen pluralischen Determinatorenphrasen findet (wie **die beiden**) und in den Fällen nicht über eine Mehrdeutigkeit des Wortes **und** erklären kann. Das allein spricht zwar noch nicht für eine strukturelle Ambiguität,[16] lässt sie allerdings plausibler erscheinen als auf den ersten Blick. Wenn aber (13) strukturell ambig ist, könnte dies an der Art und Weise liegen, wie das Subjekt **Fritz und Eike** mit dem Prädikat **sind verheiratet** verknüpft wird: nach der einen Konstruktion versteht man (13) im Sinne von (13'), nach der anderen im Sinne von (13"). Das Kompositionalitätsprinzip sagt dann, dass in beiden Fällen der 'Input', also die Bedeutungen von Subjekt und Prädikat, derselbe ist, die beiden Konstruktionen aber diesen Input auf verschiedene Weise kombinieren.

Im Kompositionalitätsprinzip ist von den *Teilen* komplexer Ausdrücke die Rede. Damit sind – wie schon bei der Termauswertung – immer die *unmittelbaren* Teile gemeint und nicht etwa auch Teile von Teilen. Diese Einschränkung ist wichtig. Ohne sie würde das Prinzip nur besagen, dass sich die Bedeutungen komplexer Ausdrücke aus denen aller ihrer Teile und Teilesteile sowie der syntaktischen Struktur ergeben. Da zu den Teilesteilen eines komplexen Ausdrucks auch alle Wörter gehören, die in ihm vorkommen, liefe das darauf hinaus, dass die Wortbedeutungen gemeinsam mit der grammatischen Struktur die Bedeutung des Gesamtausdrucks bestimmen. Das ist sicherlich richtig, aber zu wenig. Vielmehr bedeutet Kompositionalität, dass sich die Bedeutung eines jeden Ausdrucks direkt aus den Bedeutungen seiner unmittelbaren Teile (und der syntaktischen Konstruktion) ergibt. Auf diese Weise lässt sich die Bedeutung des Ganzen Schritt für Schritt bestimmen, ausgehend von den Wortbedeutungen bis hin zum vollständigen Satz. Der Unterschied mag an dieser Stelle minimal erscheinen, aber es wird sich später zeigen, dass man ihn nicht vernachlässigen darf.

[16] Eine andere Möglichkeit ist nämlich die systematische Polysemie.

Es gibt bekanntlich unbegrenzt viele und unbegrenzt komplexe Ausdrücke, deren Bedeutungen den Sprechern im Prinzip bekannt sind, selbst wenn sie sie niemals zuvor gehört oder gelesen haben. Das Kompositionalitätsprinzip erklärt, wie das überhaupt möglich ist: um einen komplexen Ausdruck zu verstehen, muss man nur wissen, was die in ihm enthaltenen Wörter bedeuten und welchen semantischen Operationen die syntaktischen Konstruktionen entsprechen, von denen er Gebrauch macht. Die Anzahl der Wörter und der syntaktischen Konstruktionen ist zwar sehr groß, aber nicht unbegrenzt. Damit ist es zumindest prinzipiell möglich, dass man sie alle einzeln gelernt hat und im Zusammenhang kompositionell einsetzt. Ein Blick auf die Termauswertung zeigt wieder, wie man sich das dem Sprachverständnis zugrunde liegende semantische Wissen als zweigeteilt vorstellen kann. Zum einen besteht es in *lexikalischen Regeln*, die für jedes einzelne Wort sagen, was seine Bedeutung ist – so wie die Gleichungen in (8) für jede einzelne Ziffer ihren Wert festlegen; zum anderen besteht es in *grammatischen Regeln*, die für jede Konstruktion sagen, wie sich die Bedeutungen der mit ihr konstruierten Ausdrücke kombinieren – so wie das Schema (12) sagt, dass sich der Wert von zwei nebeneinander geschriebenen Termen (von denen der zweite hochgestellt ist) durch Exponieren der Werte dieser beiden Terme ergibt. Da es in diesem Kurs um die logische Semantik geht, werden wir die lexikalischen Regeln mehr oder weniger vernachlässigen. Ganz ohne sie wird man zwar nicht auskommen – mit irgendwas muss ja die Kompositionalität anfangen; aber sie werden weitgehend trivial sein, wenn auch nicht ganz so trivial wie die Gleichungen in (8).

Da nach dem Kompositionalitätsprinzip Teilausdrücke zur Bedeutung des Gesamtausdrucks immer nur ihre eigene Bedeutung beitragen, lassen sie sich durch synoyme Ausdrücke *ersetzen*, ohne dass sich dabei an der Bedeutung des Ganzen etwas ändert. Diese unmittelbare Konsequenz bezeichnet man in der Semantik (und Sprachphilosophie) als:

> *Substitutionsprinzip*[17]
> Wenn man einen Teilausdruck durch einen synonymen Ausdruck ersetzt, ändert sich nichts an der Bedeutung des Gesamtausdrucks.

Wie wir im Verlauf des Kurses öfters sehen werden, ist die typische Anwendung des Substitutionsprinzips negativ: wenn sich zwei vermeintlich synonyme Ausdrücke nicht immer für einander ersetzen lassen, ohne dass sich die Bedeutung des Ganzen ändert, können sie nicht synonym gewesen sein. Betrachten wir dazu ein Beispiel. Zunächst könnte man aufgrund von Sätzen wie (14) und (14') vermuten, dass die Präpositionalphrasen **in einer Woche** und **heute in einer Woche** bedeutungsgleich sind:

(14) **Kommen Sie in einer Woche noch mal vorbei.**
(14') **Kommen Sie heute in einer Woche noch mal vorbei.**

(14') mag als Anweisung etwas genauer sein, läuft aber offenbar auf dasselbe hinaus wie (14). In diesem Fall lässt sich also der eine Ausdruck durch den anderen ersetzen, ohne dass sich die Gesamtbedeutung zu ändern scheint.[18] Dass die beiden dennoch nicht synonym sind, zeigt aber die folgende Ersetzung:

---

17 Das Substitutionsprinzip spielt bereits in Gottlob Freges Aufsatz *Über Sinn und Bedeutung* (1892) eine zentrale Rolle.

18 Man beachte, dass das Substitutionsprinzip bei diesem Vergleich von (14) und (14') gar nicht zur Anwendung kommt. Denn es macht keine Aussage über Ersetzungen, bei denen sich die Bedeutung des Gesamtausdrucks nicht ändert. Das mag verblüffen, wird aber klar, wenn man das Prinzip wie folgt umformuliert (*kontraponiert*, wie man in der Logik sagt): *Wenn sich bei der Ersetzung eines Teilausdrucks durch einen anderen an der Bedeutung des Gesamtausdrucks etwas ändert, dann sind die beiden Teilausdrücke nicht synonym.*

(15) **Der Techniker bat mich, in einer Woche noch mal vorbeizukommen.**

(15') **Der Techniker bat mich, heute in einer Woche noch mal vorbeizukommen.**

Wenn der besagte Techniker gestern mir gegenüber (14) oder (14') geäußert hat, ist (15) eine korrekte Wiedergabe seiner Bitte – (15') dagegen nicht. Somit können (15) und (15') unmöglich dieselbe Bedeutung haben.[19] Da aber (15') aus (15) durch Ersetzung des einfach unterstrichenen Teilausdrucks durch den doppelt unterstrichenen hervorgeht, können laut Substitutionsprinzip auch die beiden Teilausdrücke nicht miteinander synonym sein – entgegen dem ersten, auf (14) und (14') basierenden Eindruck. Soweit die Illustration des Substitutionsprinzips, auf das wir bei Gelegenheit wieder zurück kommen werden.

Das Kompositionalitätsprinzip hat sich in der logischen Semantik als außerordentlich nützlich erwiesen – unter anderem, weil es hilft, überhaupt erst herauszufinden, was die Bedeutungen sprachlicher Ausdrücke sind. (Mehr dazu ab Kapitel 2.) Deswegen werden wir es in diesem Kurs sklavisch befolgen und uns immer erst dann mit einer semantischen Analyse zufrieden geben, wenn sie die Bedeutungen der uns interessierenden komplexen Ausdrücke kompositionell erklärt.

[19] Diesem Argument liegt noch ein sehr allgemeines Prinzip zugrunde, auf das wir aber erst im nächsten Kapitel eingehen werden: das *Sicherste Prinzip*.

Übungsaufgaben zu Kapitel 0

A1 Inwiefern bereiten ambige Ausdrücke ein Problem für die Anwendung des Invarianzkriteriums?

A2 Die Verben **telefonieren** und **anrufen** beschreiben zwar ähnliche Tätigkeiten, haben aber nicht dieselbe Bedeutung.
a) Worin besteht der Bedeutungsunterschied?
b) Ist eines der beiden ein Hyponym des anderen?
c) Inwiefern leistet die Bedeutung der Verben einen unterschiedlichen Beitrag zur Ermittlung eines ungenannten Gesprächspartners? [Betrachten Sie nur die *intransitiven* Verwendungen der beiden Verben!]

A3 In (4") hat die Konversen-Beziehung zwischen **älter** und **jünger** die Erweiterung um **zwei Jahre** überlebt. Zeigen Sie, dass nicht immer, wenn man zwei zueinander konverse Ausdrücke erweitert, die Ergebnisse wieder in der Konversenbeziehung zueinander stehen.
<u>Tip</u>: Betrachten Sie Substantive!

A4 Zeigen Sie, dass es sich bei den beiden Verwendungen von **Glas** – Material vs. Gefäß – wirklich um zwei Lesarten handelt, die sich wie zwei verschiedene Wörter verhalten.

A5 Geben Sie Regeln der Termbewertung für Multiplikation und Addition an, die Terme wie **(5 · (3 + 2))** und **((0 · 6) + (2 + 3))** richtig erfasst.

A6 Geben Sie eine kompositionelle Termbewertung für arabische Zahlzeichen an, die aus mehr als einer Ziffer bestehen. Nehmen Sie dabei eine ‘linksverzweigende’ Klammerung an, also z.B. **(((40)5)1)** für **4051**.
<u>Zusatzfrage</u>: Welches Problem ergibt sich bei einer rechtsverzweigenden Strukturierung wie **4(0(51))**?

A7 Zeigen Sie, dass der Satz **Fritz und Eike sind verheiratet** ambig ist.

1. *Satzbedeutung*

Nach dem Kompositionalitätsprinzip ermitteln sich die Bedeutungen komplexer Ausdrücke aus denen ihrer Teile, deren Bedeutungen sich wieder aus ihren Teilen ergeben usw. – bis zu den kleinsten Teilen, bei denen es sich in der Regel um Wörter handelt. Um die Bedeutung eines komplexen Ausdrucks zu beschreiben, kann man von den Bedeutungen der Wörter ausgehen, die in ihm vorkommen, dann kompositionell zu immer komplexeren Teilen aufsteigen, bis man schließlich die unmittelbaren Teile des Gesamtausdrucks erreicht hat und diese zu dessen Bedeutung kombiniert. Wir werden später dieses Vorgehen an vielen Beispielen kennen lernen. Zuvor müssen wir aber erst herausfinden, was eigentlich Bedeutungen sind. Dafür wiederum empfiehlt sich genau die umgekehrte Vorgehensweise: vom komplexen Ausdruck zum Wort. Genauer gesagt werden wir zunächst die Bedeutungen vollständiger *Sätze* bestimmen. Dabei werden wir insofern exemplarisch vorgehen, als uns zunächst nur interessiert, um was für eine *Art* von Objekten es sich bei Satzbedeutungen handelt, und z.B. weniger, worin sich die Bedeutung des einen Beispielssatzes von der des anderen unterscheidet. Wenn wir erst einmal eine klarere Vorstellung davon haben, was die Bedeutung eines Satzes im Allgemeinen ist, werden wir uns im nächsten Kapitel der Frage zuwenden, wie sie sich aus den Bedeutungen seiner Teile ermittelt und was diese Bedeutungen selbst sind.

1.1 Das Semantische Hauptprinzip

Ein Unterschied zwischen jemandem, der einen Satz wie (1) hört (oder liest) und versteht, und jemandem, der ihn nicht versteht, besteht darin, dass (1) bei ersterem, aber nicht bei letzterem eine bestimmte Vorstellung, ein inneres Bild, hervorzurufen in der Lage ist:

(1) **May maliit na batang babae na naglalaro.**

(1) ist ein Satz des Tagalog[1], der sich einigermaßen wörtlich wie folgt übersetzen lässt:

(1') **Ein kleines Mädchen spielt.**

Als LeserIn dieses Skripts verstehen Sie (1'), während Sie mit (1) vermutlich nicht viel anfangen können. Und als Sie (1') gelesen haben, ist Ihnen vielleicht ein Bild durch den Kopf gegangen. Von daher mag es nahe liegen, die Frage, was die Bedeutung eines Satzes ist, wie folgt zu beantworten: *Die Bedeutung eines Satzes ist die Vorstellung, die er hervorruft*. Gegen einen solchen Bedeutungsbegriff spricht allerdings eine Vielzahl von Gründen. Denn die mit Sätzen assoziierten Vorstellungen sind *(a)* zu *subjektiv*, um als Bedeutungen zu taugen, sie *(b) beschränken* sich auf wenige Sätze, sie sind *(c) irrelevant* für die Kommunikation, und sie sind obendrein *(d) privater* Natur:

(a) Verschiedene Sprecher assoziieren mit einzelnen Ausdrücken zu verschiedenen Gelegenheiten verschiedene Dinge, gebrauchen sie aber dennoch im selben Sinn, mit derselben Bedeutung.

(b) Bei (1') könnte man sich assoziierte innere Bilder als Bedeutungen vorstellen, aber wie soll sich z. B. der Bedeutungsunterschied zwischen **Pizza ess ich zweimal im Monat** und **Pizza esse ich jede Woche** in inneren Bildern niederschlagen?

(c) Sprecher können aufgrund persönlicher Erlebnisse alles Mögliche mit einem Satz assoziieren, ohne dass dies Einfluss auf sein Verständnis und seine Bedeutung hätte.

(d) Die Vorstellungen und Assoziationen des Einzelnen sind anderen Sprechern prinzipiell unzugänglich, wie können sie da zur Kommunikation zwischen den Sprechern dienen?

[1] Das Tagalog (Betonung auf der zweiten Silbe), seit 1962 Amtssprache auf den Philippinen, ist eine austronesiche Sprache und weltweit Muttersprache von ca. 40 Millionen Menschen – von denen einer mein früherer Kollege Tim Fernando (jetzt Trinity College, Dublin) ist, der mir die Beispiele übersetzt hat.

Angesichts dieser Einwände empfiehlt es sich, nach einem weniger naiven Bedeutungsbegriff Ausschau zu halten. Die folgende Beobachtung erweist sich dabei als nützlich. Vergleichen wir (1) mit einem weiteren Satz des Tagalog, dessen Übersetzung erst später verraten wird:

(2) **May maliit na batang lalake na nagaawit ng awit.**

Während ich dies schreibe, sitzt neben mir im Zug ein kleines Mädchen, das mit einem Puzzle beschäftigt ist. Der Satz (1) war also kein ganz beliebiges Beispiel, sondern traf in dem Moment, als ich ihn hinschrieb, tatsächlich zu. Mit (2) verhält es sich nicht anders. Ich habe den Satz kurz danach getippt (als das Mädchen immer noch spielte) und er entsprach ebenfalls den Tatsachen. Aber in den wenigen Sekunden, die seither vergangen sind, hat sich das geändert: während (1) nach wie vor zutrifft, ist (2) nicht mehr wahr.

Sie wissen nicht, was (2) bedeutet, aber Eines wissen Sie jetzt: (1) und (2) bedeuten nicht dasselbe. Sie können es nicht, denn (1) ist unter den gegebenen Umständen wahr, (2) dagegen nicht. Diesen elementaren Schluss halten wir fest als:

> *Sicherstes Prinzip*
> Wenn von zwei Sätzen unter denselben Umständen der eine wahr ist und der andere nicht, dann haben sie nicht dieselbe Bedeutung.

Am Ende des vorangehenden Kapitels hatten wir schon von diesem Prinzip Gebrauch gemacht. Seine Bedeutung liegt aber weniger in seiner tatsächlichen Anwendung als darin, dass es sich um eine unumstrittene, ja banal wirkende Beobachtung über einen Gegenstand handelt, über den wir ansonsten so gut wie gar kein gesichertes vortheoretisches Wissen haben.[2] So unklar und schwammig das Phänomen Bedeutung auch wirken mag, so evident ist doch der Zusammenhang, der im Sichersten Prinzip ausgemacht wird – und dieser Zusammenhang besteht zwischen der Bedeutung von Sätzen und ihrer Wahrheit. Was immer also (zumindest Satz-) Bedeutungen sein mögen, sie haben irgendetwas mit Wahrheit zu tun.

Das obige Beispiel illustriert, dass Wahrheit in dem Sinne nicht absolut ist, als derselbe Satz einmal wahr, einmal falsch (= nicht wahr) sein kann, und zwar je nach dem, worauf er bezogen wird: der Satz (2) beschreibt zutreffend die Umstände, in denen ich mich zunächst befand; bezogen auf die darauf folgende Szene ist er dagegen falsch. In der Semantik bezeichnet man die Umstände, auf die ein Satz bezogen werden kann, als *Situationen*, *von* denen er wahr (oder falsch) ist, *auf* die er *zutrifft* (bzw. nicht zutrifft). Wir hatten zwei Situationen betrachtet, die sich zeitlich von einander unterschieden[3]; und bezogen auf die erste, frühere Situation waren (1) und (2) beide wahr, während (2) auf die zweite Situation bezogen falsch war. Man beachte, dass die Bezugnahme auf die Situation in dem Sinne *implizit* ist, als es keinen sprachlichen Teilausdruck gibt, der diese Situation benennt.

Nach dem Sichersten Prinzip müssen zwei miteinander synonyme Sätze dieselben *Wahrheitsbedingungen* haben, d.h. die müssen von allen Situationen jeweils entweder beide wahr oder beide falsch sein. Der Tradition der logischen Semantik folgend werden wir keine darüber hinaus gehenden Annahmen über die Satzbedeutung machen und uns

---

[2] Die Benennung (*Most Certain Principle*) geht auf den neuseeländischen Logiker, Semantiker und Sprachphilosophen Maxwell J. Cresswell zurück, der das Prinzip in seinem Aufsatz *The Autonomy of Semantics* (1982) formuliert hat.

[3] Obwohl sie sich im selben Abteil abspielen, unterscheiden sie sich in dem Sinne auch räumlich von einander, als sich der Zug inzwischen bewegt hat!

(bis auf weiteres) nur mit den Bedeutungsaspekten von Sätzen beschäftigen, die sich in ihren Wahrheitsbedingungen niederschlagen. Wir fassen diese Aspekte unter dem Stichwort *Inhalt* zusammen. Der Inhalt eines Satzes fasst also die Bedeutungsanteile zusammen, die seine Wahrheitsbedingungen ausmachen und lässt sich somit wie folgt charakterisieren:[4]

> *Semantisches Hauptprinzip*
> Dass zwei Sätze denselben Inhalt haben, heißt, dass sie auf genau dieselben Situationen zutreffen.

In dieser Formulierung werden die Situationen, von denen die betreffenden Sätze *falsch* sind, nicht genannt. Das ist auch nicht nötig. Denn wenn zwei Sätze auf genau dieselben Situationen zutreffen, also von denselben Situtationen wahr sind, dann sind beide von allen anderen Situationen falsch.

Das Semantische Hauptprinzip legt zunächst nur fest, wie wir den Terminus *Inhalt* in Bezug auf Sätze verwenden werden. Seine Wirkung entfaltet es erst durch die Beschränkung der Analyse der Satzbedeutung auf die im Inhalt. Diese Einengung der Bedeutungsbeschreibung hat sich in der Praxis der semantischen Analyse bewährt. Erst in den Kapiteln 8 – 10 werden wir sehen, wo diese Methodologie an ihre Grenzen stößt. Bis dahin werden wir Sätze gerade so weit analysieren, dass es für zwei semantisch äquivalente Sätze ausreicht, dass sie unter beliebigen Umständen stets beide wahr oder beide falsch sind.

Aus dem Semantischen Hauptprinzip folgt, dass zwei inhaltlich verschiedene Sätze nicht von genau denselben Situationen wahr sein können. Jeder semantische Unterschied zwischen zwei Sätzen muss sich also in (mindestens) einer Situation niederschlagen, auf die nur einer der beiden zutrifft. Im Fall von (1) und (2), die tatsächlich nicht dasselbe bedeuten, hatten wir das Vorhandensein einer solchen Situation als Beleg für den Bedeutungsunterschied gewertet.[5] Das Semantische Hauptprinzip zwingt uns nun, bei *jedem* semantischen Unterschied zwischen zwei Sätzen einen solchen Beleg angeben zu können. Das ist, wie wir noch öfters sehen werden, nicht immer ganz einfach. Doch erweist sich das Hauptprinzip bei der Entwicklung der Semantik als so hilfreich, dass sich der Aufwand im allgemeinen lohnt.

1.2 Propositionen

Nach dem Semantischen Hauptprinzip kommt es beim Inhalt eines Satzes nur darauf an, auf welche Situationen er zutrifft. Man könnte daher den Inhalt eines Satzes mit diesen Situationen identifizieren. Genau dies werden wir tun. Der Inhalt von (3) besteht also gerade aus den Situationen, in denen jemand hustet:

(3) **Jemand hustet.**

Wenn z.B. Tom an seinem Schreibtisch sitzt und plötzlich husten muss, dann trifft (3) auf diese Situation zu; wenn sich dagegen während eines Konzerts alle Zuhörer ruhig verhalten, handelt es sich um eine Situation, auf die (3) nicht zutrifft. Nennen wir die erste Situation einmal t und die zweite k. Dann umfasst nach unserer Annahme der Inhalt von (3) die Situation t, aber nicht die Situation k. Man beachte, dass dies so ist, ob nun (3) in den betreffenden Situationen selbst geäußert wird oder nicht. Der Satz muss überhaupt nicht geäußert werden und trifft dennoch auf t, aber nicht auf k zu. Das liegt einfach an seiner Bedeutung, seinem Inhalt.

4 Das Semantische Hauptprinzip geht letztlich auf den *Tractatus logico-philosophicus* (1921) des österreichischen Philosophen Ludwig Wittgenstein zurück.

5 Übrigens besagt (2), dass ein kleiner Junge ein Lied singt.

Dass der Inhalt eines Satzes aus irgendwelchen Situationen *besteht*, ist so zu verstehen, dass diese Situationen eine *Gesamtheit* bilden, die als Ganzes den Inhalt des Satzes ausmacht. Eine solche Gesamtheit werden wir als *Menge* auffassen, wobei wir diesen Begriff im mathematischen Sinn benutzen. Eine Menge zeichnet sich gerade dadurch aus, dass sie beliebig viele Objekte – in unserem Fall Situationen – zu einem abstrakten Ganzen zusammenfasst. Die auf diese Weise zusammengefassten Objekte bezeichnet man als die *Elemente* der Menge. Elementschaft ist also ein relativer Begriff: ein Ding oder eine Situation ist niemals *an sich* Element (oder nicht), sondern immer nur Element *von* einer gegebenen Menge. Die soeben betrachtete Situation t ist Element des Inhalts von (3), aber z.B. kein Element des Inhalts von:

(4) **Niemand hustet.**

Was hat ein mathematischer Begriff wie der der Menge überhaupt in der logischen Semantik zu suchen? Würde nicht ein 'naiver' Begriff von Gesamtheit ausreichen, wenn es darum geht, Satzinhalte zu bestimmen? Ja und nein. Solange wir ausschließlich *Satz*inhalte betrachten, bringt die mathematische Modellierung tatsächlich nicht viel. Aber wir wollen ja herausfinden, wie sich die Bedeutungen (also die Inhalte) von Sätzen kompositionell aus denen ihrer Teile ergeben. Und dafür erweisen sich ein paar elementare logisch-mathematische Hilfsmittel als unentbehrlich. Bereits im nächsten Kapitel wird das deutlich werden. Die mathematische Rekonstruktion des Bedeutungsbegriffs bringt zudem ein gewisses Maß an Präzision mit sich, das verhindert, dass man schwierige Probleme durch blumige Formulierungen unter den Teppich redet. Stattdessen erleichtert sie die Formulierung prinzipiell überprüfbarer theoretischer Hypothesen. Doch bevor wir dahin kommen, müssen wir erst einen Teil des nötigen Handwerkszeugs erarbeiten. Das fängt mit dem Mengenbegriff an. Wenn wir hier auch keine Einführung in die Mengenlehre geben werden – das ist für unsere Zwecke auch gar nicht nötig –, so brauchen wir doch ein Minimum an Hintergrundwissen. Fürs Erste geben wir uns mit der für Mengen zentralen Eigenschaft zufrieden, die wir wieder als allgemeines Prinzip formulieren. Es besagt, dass sich eine Menge einzig und allein durch die Objekte, die in ihr zusammengefasst werden, also ihre Elemente, bestimmt:

> *Extensionalitätsprinzip*
> Wenn eine Menge A genau dieselben Elemente besitzt wie eine Menge B, dann ist $A = B$.

Der Gehalt des Extensionalitätsprinzips lässt sich am besten an einem Beispiel erkennen. Fasst man alle deutschen Millionenstädte zu einem abstrakten Ganzen zusammen, erhält man eine Menge mit drei Elementen. Für diese Menge kann man '{Berlin, Hamburg, München}' schreiben, wobei man die Elemente zwischen Nasenklammern auflistet.[6] In diesem Fall haben wir die Elemente nach ihrer Einwohnerzahl geordnet. Wir hätten aber ebensogut die gleichen Elemente nur in unterschiedlicher Reihenfolge erwähnen und '{Hamburg, Berlin, München} ' schreiben können. *Nach dem Extensionalitätsprinzip* muss es sich um ein und dieselbe Menge handeln. Aus demselben Grund könnte man auch einzelne (oder alle) Elemente der Menge mehr als einmal auflisten, ohne dass dies etwas an der Menge selbst ändert. Es gilt also: {Berlin, Hambug, München} = {Hamburg, Berlin, München, Berlin, Hamburg}. Insbesondere lässt sich von der Länge der Liste zwischen den Nasenklammern nicht immer auf die Anzahl der Elemente der betreffenden Menge schließen.

[6] Natürlich umschließt man nicht die Elemente selbst, sondern *Bezeichnungen* für diese Elemente, in diesem Fall also Städte*namen*. Übrigens kommt es auch nicht auf die *Art* der Bezeichnung an, solange nur dasselbe Objekt benannt wird. Die genannte Menge könnte man also ebensogut als '{Berlin, Hansestadt Hamburg, Bayerns Hauptstadt} ' notieren.

Das Extensionalitätsprinzip kann man weder beweisen noch widerlegen. Es handelt sich vielmehr um eine begriffsbildende Annahme: der Mengenbegriff, also der Begriff der Zusammenfassung von Objekten zu einem abstrakten Ganzen, ist so zu verstehen, dass er dieses Prinzip erfüllt. Stellt man fest, dass zwei Objekte A und B zwar dieselben Elemente haben, aber doch nicht dasselbe sind – d.h. $A \neq B$ – dann kann es sich bei A und B nicht um Mengen im Sinne der Mengenlehre gehandelt haben (und man hätte in diesem Fall auch nicht von *Elementen* sprechen sollen).

Das Extensionalitätsprinzip garantiert, dass wir das Semantische Hauptprinzip einlösen können, indem wir Satzinhalte als Mengen von Situationen betrachten: die Mengen der Situationen, auf die zwei Sätze zutreffen, stimmen nach dem Extensionalitätsprinzip gerade dann miteinander überein, wenn die beiden Sätze auf genau dieselben Situationen zutreffen, d.h. wenn sie nach dem Semantischen Hauptprinzip miteinander inhaltsgleich sind. Weitere mengentheoretische Prinzipien werden wir im Laufe der nächsten Kapitel kennen lernen.

Satzinhalte sind Mengen, deren Elemente ausschließlich Situationen sind. Solche Mengen bezeichnet man in der Semantik als *Propositionen,* und man sagt, dass ein Satz die Proposition, die sein Inhalt ist, *ausdrückt*.[7] Wir schließen und dieser Redeweise an und halten dies in Form von terminologische Regelungen (*Definitionen*) fest:

D1.1 Eine *Proposition* ist eine Menge von Situationen – d.h. eine Menge, deren Elemente allesamt Situationen sind.
D1.2 Dass ein Satz S eine Proposition p *ausdrückt*, heißt, dass p der Inhalt von S ist.

Vorsicht: nicht jede Proposition muss Inhalt eines Satzes sein! Satzinhalte sind, wie man sich leicht überlegen kann, in der Regel relativ große Mengen von Situationen. So ist z.B. die weiter oben betrachtete Situation t nur eine von vielen, auf die der Satz (3) zutrifft. Mengen von Situationen können dagegen beliebig klein sein, also z.B., auch nur ein oder zwei Elemente haben. Aber, wie in den Übungsaufgaben gezeigt wird, gibt es wohl keinen Satz, dessen Inhalt eine dermaßen kleine Menge von Situationen ist. Kurz und grün: der Begriff der Proposition ist in dem Sinne allgemeiner als der des Satzinhalts, als Satzinhalte immer Propositionen sind, aber nicht jede Proposition ein Satzinhalt ist.

1.3 Situationen

Ein Satz kann, wie wir gesehen haben, auf eine konkret gegebene Situation bezogen werden. Mit der Äußerung des Satzes wird die Situation als Element der durch ihn ausgedrückten Proposition charakterisiert. Das kann zu verschiedenen Zwecken geschehen – in Beantwortung einer Frage, um ein Missverständnis auszuräumen, oder einfach um die Zuhörerschaft über den Stand der Dinge zu informieren. Der Einsatz der durch einen Satz ausgedrückten Proposition in der Kommunikation ist Gegenstand der Pragmatik und wird uns nicht weiter beschäftigen. Ebenso ist es eine Frage der Sprachverwendung, auf welche Situation sich der Sprecher bezieht, wenn er etwas über sie aussagt. In der Regel handelt es sich dabei um eine Situation, in der sich der Sprecher selbst gerade befindet. Wenn Hans seiner Nachbarin zu Beginn eines Konzerts erstaunt (4) zuflüstert, kann er sich damit auf die ersten Minuten des Konzerts beziehen. Und er kann damit Recht haben, obwohl zur gleichen Zeit im Foyer eine Garderobenfrau hustet. Das Foyer gehört dann einfach nicht in die Situation, über die

[7] Der Terminius *Proposition* geht auf engl. *proposition* 'Aussage' zurück. – Man beachte, dass nach D1.2 *Sätze*, also sprachliche Ausdrücke, etwas ausdrücken; nach einer anderen, in der Pragmatik verwendeten und zu definierenden Redeweise drücken *SprecherInnen* vermittels der von ihnen verwendeten Ausdrück aus.

Hans spricht. Es gibt zwar eine größere Situation, die zusätzlich noch das Foyer umfasst, aber das wäre nicht die Situation, auf die sich Hans bezieht. Wohlgemerkt: er befindet sich in beiden Situationen, aber bezieht sich nur auf die eine, kleinere.

Wir gehen also davon aus, dass Situationen sowohl in räumlicher als auch in zeitlicher Hinsicht unterschiedlich groß sein können. Es liegt von daher nahe, Situationen mit Raum-Zeit-Regionen zu identifizieren. In der Tat werden wir dies bis auf Weiteres – genauer bis Ende des 9. Kapitels – tun. Genauer gesagt legen wir fest:

D1.3 Eine *Situation* ist eine *beliebige* zusammenhängende räumlich-zeitliche Region.

Obwohl nicht sehr viel von dieser Präzisierung (oder *Rekonstruktion*) des alltäglichen Situationsbegriffs abhängen wird, macht sie die Bausteine der Satzbedeutungen gewissermaßen greifbar; gelegentlich werden wir sie auch zur Klärung von Zweifelsfällen heranziehen.

Als räumlich-zeitliche Zusammenhänge können Situationen nicht nur unterschiedlich groß sein, sondern auch einander umfassen oder sich überlappen. So umfasst die soeben erwähnte, auf das Foyer ausgeweitete Konzert-Situation die Situation, auf die sich der Sprecher Hans in unserem Beispiel bezieht. Da sich letzterer selbst in beiden Situationen befindet, hätte es keinen Sinn zu sagen, Hans spreche über *die* Situation, in der er sich mit seiner Nachbarin befindet. In der Tat befinden sich beide in vielen Situationen zugleich: im Konzertsaal während der ersten fünf Minuten; in Reihe 17 während des gesamten Konzerts; im Amsterdamer Concertgebouw während des ersten Satzes der Alpensymphonie; im Europa des frühen 21. Jahrhunderts etc. pp. Alle diese Situationen überlappen sich, und in einigen von ihnen ist (3) wahr, in anderen (4). Doch nur von einer dieser Situationen spricht Hans mit seiner geflüsterten Äußerung von (4). Welche Situation das ist, hängt von seinen Absichten ab. Wenn er von seiner Nachbarin verstanden werden will, muss es für sie irgendwie offensichtlich sein, worauf er sich bezieht. Wenn sie z.B. vorher Hans gegenüber ihrer Befürchtung Ausdruck verliehen hat, dass das Konzert vor lauter Hustern nicht genießbar sein könnte, und jetzt gerade fünf Minuten seit Konzertbeginn verstrichen sind, dann liegt es in der Tat nahe, dass sich Hans mit seiner Äußerung von (4) auf die Situation im Konzertsaal während dieser fünf Minuten bezieht. Aber unter anderen Umständen – etwa, wenn sich die Nachbarin kurz zuvor über den Gesundheitszustand seiner Familie erkundigt hätte – könnte er sich auch auf eine andere Situation beziehen.

Wie es dem Sprecher gelingt, den Situationsbezug für die Hörerin nachvollziehbar zu machen, ist im allgemeinen wieder eine Frage der Pragmatik. In vielen Fällen kommt es allerdings nicht darauf an, welche Situation *genau* gemeint ist, solange sich diese innerhalb bestimmter Grenzen bewegt. Ob sich Hans auf die ersten fünf oder die ersten viereinhalb Minuten bezieht, ob auf den gesamten Saal oder nur auf das Parkett – diese Details sind offenbar für die Kommunikation nicht von Belang – ja, sie werden oft weder vom Sprecher noch von der Hörerin registriert.[8] Darüber hinaus kann der Inhalt des geäußerten Satzes, also die ausgedrückte Proposition, den Situationsbezug weitgehend *neutralisieren*.[9] So kommt es bei Sätzen wie (5) – entgegen dem ersten Eindruck – nicht darauf an, auf welchen Ort man sie bezieht:

(5) **In den USA gibt es in jedem Bundesstaat eine Stadt namens *Springfield*.**

[8] Diese Vagheit des Gemeinten muss wiederum in der pragmatischen Analyse erklärt werden, was gar nicht so einfach ist.

[9] ‘gdw.’ ist eine gängige und ab jetzt öfters gebrauchte Abkürzung für ‘genau dann, wenn’ – was heißt, dass das Eine gilt, wenn das Andere gilt, und umgekehrt.

Statt wie in (4) implizit auf den Ort der Situation Bezug zu nehmen, über die er spricht, nennt (5) explizit einen ganz bestimmten Ort, die USA. Angenommen, Hans äußert (5), während er nach dem Konzert auf die Straßenbahn wartet. Zunächst mag man meinen, dass er damit etwas über eine weit entfernte, räumlich relativ ausgedehnte Situation aussagt. Doch ist dem nicht unbedingt so. Gesagt wird ja mit (5), dass es *zu einer nicht explizit genannten Zeit* in jedem US-amerikanischen Staat ein Springfield gibt. Wie in (3) und (4) ist die Zeit, auf die die Aussage bezogen wird, wieder die der Situation, über die Hans spricht – z.B. die zehn Minuten an der Amsterdamer Haltestelle. Einen weiteren Bezug auf diese Situation gibt es in (5) nicht. Insbesondere ist nicht von dem Ort die Rede, an dem die Situation lokalisiert ist. Es ist zwar von einem Ort die Rede, aber dieser hat mit der Situation, über die der Satz eine Aussage macht, nichts zu tun. Die Bezugnahme auf den Ort der Situation ist durch Verwendung einer expliziten Ortsangabe (**in den USA**) *neutralisiert*: wenn eine Situation zeitlich in den genannten 10 Minuten lokalisiert ist, trifft (5) auf sie ebenso – oder ebensowenig – zu wie auf die Äußerungssituation.[10] Hans hätte (5) nach dem Konzert äußern können, um damit eine Aussage über eine Situation zu machen, in der er sich mit seiner Gesprächspartnerin befindet. Die Aussage, die er dann gemacht hätte, wäre, dass sich diese Situation zu einer Zeit abspielt, zu der in den USA jeder Bundesstaat einen Ort names *Springfield* enthält. Da die durch (5) ausgedrückte Proposition aus allen Situationen besteht, die die unterstrichene Bedingung erfüllen, wäre die Situation, über die Hans spricht, selbst dann in dieser Menge, wenn sie nur die ersten zwei Reihen des Parketts im Konzertsaal umfasst – solange es nur genügend Springfields in den USA gibt. Ganz allgemein trifft der Satz (5), sobald er auf eine Situation *s* zutrifft, auch auf jede Situation zu, die zeitlich mit *s* übereinstimmt, egal wo sie räumlich lokalisiert ist. In diesem Sinne ist der räumliche Aspekt der Situation, auf die sich ein Sprecher von (5) bezieht, neutralisiert – was wiederum heißt, dass die Hörerin nicht bis ins letzte (räumliche) Detail wissen muss, auf welche Situation sich der Sprecher bezieht.

Was für den Ort gilt, gilt auch für die Zeit. Auch sie lässt sich weitgehend neutralisieren:

(6) **Am 22. April 2002 haben insgesamt fünfzehn Leute angerufen.**

Der Satz kann auf sehr verschiedene Situationen zutreffen: mein Büro, das Zimmer meines älteren Sohns, die Beschwerdeabteilung eines Computerhändlers usw. Aber wenn er auf eine solche Situation zutrifft, dann spielt der Zeitpunkt praktisch keine Rolle.[11] Nehmen wir das Zimmer meines jüngeren Sohnes Tom am 23. 4. 2002. Wenn (6) auf diese Situation *t* – also diese räumlich-zeitliche Umgebung – zutrifft, dann heißt dies, dass einen Tag zuvor fünfzehn Personen bei Tom angerufen haben; aber dann trifft (6) auch auf die Situation *t*' zu, die einen Tag später beginnt und zwei Wochen danach aufhört; denn auch von dieser Situation wäre es dann richtig, dass *am 22. April 2002* dort – also bei Tom – insgesamt fünfzehn Leute angerufen haben.

Wir beenden den Abschnitt mit einer allgemeinen Charakterisierung der hier eingeführten Neutralitätsbegriffe, die freilich im folgenden kaum noch Verwendung finden werden:

---

[10] Aus sachlichen Gründen ist auch die zeitliche Einschränkung nicht so eng zu sehen; denn Ortsnamen und Landesgrenzen ändern sich nicht so häufig. Es kommt also nicht darauf an, ob die Situation, auf die die Äußerung von (5) bezogen wird, ein paar Minuten (oder Tage) länger dauert.

[11] … mit einer kleinen Einschränkung, um die es in einer Übungsaufgabe gehen wird. – Übrigens ist (6) (strukturell) ambig. In der sog. *individuenbezogenen* Lesart besagt der Satz, dass am fraglichen Tag fünfzehn *verschiedene* Personen angerufen haben, während es nach der *ereignisbezogenen* Lesart, die wir hier außer Acht lassen werden, nur fünfzehn Anrufe gegeben haben muss, die zumindest teilweise von derselben Person getätigt sein konnten.

D1.4 Eine Proposition *p* ist *räumlich* [bzw. *zeitlich*] *neutral* gdw. für alle Situationen *s* und *s*' gilt: wenn sich *s* und *s*' nur hinsichtlich ihre räumlichen [bzw. zeitlichen] Position unterscheiden, dann ist entweder $s \in p$ und $s' \in p$ – oder aber: $s \notin p$ und $s' \notin p$.

1.4 Der Logische Raum

Nach dem Semantischen Hauptprinzip muss sich jeder semantische Unterschied zwischen zwei Sätzen mit Hilfe (mindestens) einer Situation belegen lassen. Dabei muss es sich nicht unbedingt um eine *gegenwärtige* Situation handeln:

(7) **Ein Archaeopterix hebt ab.** 

(8) **Ein Flugsaurier setzt zur Landung an.** 

Natürlich bedeuten (7) und (8) nicht dasselbe, obwohl beide von jeder gegenwärtigen Situation falsch sind. Dennoch ist anzunehmen, dass es *vergangene* Situationen gibt, auf die der eine der beiden Sätze zutrifft, der andere jedoch nicht. Die Tatsache, dass solche Situationen der Vergangenheit angehören, ohne dass ein Mensch sie beobachtet hat, ändert nichts an der *Existenz* solcher Situationen. Die Situationen, von denen im Semantischen Hauptprinzip die Rede ist, sind also zeitlich sehr weit gefasst. Sie umfassen auch alle zukünftigen Situationen, anhand derer man z.B. (9) und (10) unterscheiden kann:

(9) **Ein Astronaut landet auf dem Mars.** ♂

(10) **Ein Astronaut landet auf der Venus.** ♀

Denn sobald in ferner Zukunft einmal ein Astronaut zum Mars fliegt, ist von dieser Reise – die ja auch ein Raum-Zeit-Ausschnitt (also eine Situation) ist – der Satz (9), nicht aber der Satz (10) wahr. Somit gibt es – die genannte Reise einmal vorausgesetzt – in der Tat Situationen, anhand derer sich (9) und (10) im Sinne des Semantischen Hauptprinzips unterscheiden lassen.

Doch selbst wenn man alle großen und kleinen, nahen und fernen, alle vergangenen, gegenwärtigen und zukünftigen Situationen heranzieht, werden diese nicht ausreichen, um sämtliche inhaltliche Unterschiede zu belegen. (9) und (10) ließen sich z.B. dann nicht voneinander unterscheiden, wenn niemals irgendjemand weiter als bis zum Mond flöge. Denn in dem Fall wären beide Sätze von *jeder* Situation falsch – und somit wären insbesondere beide Sätze von *denselben* Situationen wahr. Nach dem Semantischen Hauptprinzip müssten (9) und (10) demnach inhaltsgleich sein, was natürlich absurd ist.

Um Beispiele dieser Art zu finden, muss man nicht über die Zukunft der Raumfahrt spekulieren. Auch die folgenden beiden Sätze bedeuten offenbar nicht dasselbe, sind aber von denselben Situationen wahr:

(11) **Der Entdecker der X-Strahlen starb in München.**
(12) **Der erste Physik-Nobelpreisträger starb in München.**

Bei den X-Strahlen handelt es sich um eine kurzwellige elektromagnetische Strahlung, die gemeinhin als *Röntgen-Strahlen* bekannt ist – so benannt nach ihrem Entdecker Wilhelm Conrad Röntgen, dem ersten Physik-Nobelpreisträger, der 1923 in München starb. Da dies so ist, gibt es keine Situation, auf die (11) zutrifft, (12) aber nicht – und man müsste aufgrund des Semantischen Hauptprinzips darauf schließen, das (11) und (12) inhaltsgleich sind. Das Prinzip scheint sich damit als unhaltbar zu erweisen.

Doch ganz so schnell geben wir nicht auf. Denn auch wenn es tatsächlich keine Situation gibt, von der z.B. (11) wahr ist, (12) aber nicht, so *hätte* es doch durchaus eine solche Situation *geben können*. Wenn z.B. nicht Röntgen den ersten Nobelpreis erhalten hätte, sondern Thomas Alva Edison, der in West Orange (New Jersey) starb, wäre (11) hier und heute wahr, (12) aber falsch – und wir hätten den vom Semantischen Hauptprinzip geforderten Beleg zur Differenzierung der Inhalte von (11) und (12) erbringen können. Dass wir es scheinbar nicht können, liegt also daran, dass wir – jedenfalls bisher – mit "Situationen" immer nur *tatsächliche* Situationen gemeint haben. Erweitern wir jedoch den Begriff der Situation auch auf solche *möglichen* Situationen wie die soeben beschriebene, können Beispiele wie (11) und (12) dem Semantischen Hauptprinzip nichts mehr anhaben. Und genau diese Erweiterung des Situationsbegriffs nehmen wir hiermit vor. Wenn also hier und im Folgenden von Situationen die Rede ist, sind nicht nur solche Szenarien gemeint, die tatsächlich stattfinden, stattgefunden haben oder stattfinden werden, sondern alle möglichen Situationen überhaupt.

Die Gesamtheit aller möglichen Situationen, zu denen auch die tatsächlichen gehören, bezeichnet man als den *Logischen Raum*.[12] Es handelt sich dabei, so unterstellen wir, um eine – sehr große – Menge. Da alle Elemente dieser Menge Situationen sind, ist der Logische Raum eine Proposition; eine Übungsaufgabe wird zeigen, dass er auch ein Satzinhalt ist. Doch verschaffen wir uns erst einmal Klarheit über seine Elemente, also die möglichen Situationen selbst, und seine Struktur, also die Beziehungen zwischen seinen Elementen, den möglichen Situationen.

Wie tatsächliche Situationen sind mögliche Situationen räumlich-zeitliche Ausschnitte, die ebenfalls räumlich beliebig groß und zeitlich beliebig ausgedehnt sein können. Aber anders als tatsächliche Situationen sind nicht alle möglichen Situationen auch Ausschnitte der Wirklichkeit. Stattdessen sind sie – wenn sie nicht real sind – Ausschnitte anderer Wirklichkeiten oder, wie wir (einer philosophischen Tradition folgend) sagen werden: Ausschnitte anderer *möglicher Welten*. So wie unsere Welt vom Urknall bis zum Ende des Universums eine gigantische, allumfassende Situation ist, so ist auch das weiter oben betrachtete Szenario mit Nobelpreisträger Edison Teil einer anderen gigantischen, allumfassenden Situation, einer anderen möglichen Welt. Mögliche Welten sind also Situationen, die in dem Sinne *maximal* sind, als sie nicht selbst wieder Teile größerer Raum-Zeit-Gebiete sind.

Wie wir gesehen haben, können reale Situationen, also Ausschnitte aus der Wirklichkeit, in allerlei Beziehungen zu einander stehen. Die eine kann in der anderen enthalten sein oder ihr zeitlich voran gehen, sie können sich räumlich überlappen oder weit auseinander liegen etc. Entsprechendes gilt für *kontrafaktische* Situationen, d. h. Ausschnitte aus (jeweils) einer nicht-wirklichen Welt: jede mögliche Welt besteht aus einer Unzahl von Teil-Situationen, die in verschiedenen räumlich-zeitlichen Beziehungen zu einander stehen. Und jede mögliche Situation, also jedes Element des Logischen Raums, ist Teil einer möglichen Welt und somit Teil eines räumlich-zeitlichen Beziehungsgeflechts. Jede einzelne dieser Situationen ist dabei ein ganz konkreter, spezifischer Raum-Zeit-Ausschnitt. So wie die tatsächliche Situation, in der ich mich befinde, aus unzähligen Details besteht, von denen ich noch nicht einmal etwas ahne – von der Seriennummer des Laptops auf meinem linken Knie über die Geschwindigkeit des Zugs, in dem ich sitze, bis zur genauen Uhrzeit – so ist auch jede

[12] Der Terminus stammt aus dem in Fn. 4 genannten Werk. Es handelt sich natürlich um eine metaphorische Bezeichnung: der Logische Raum ist insbesondere kein Raum-Zeit-Gebiet.

Situation des Logischen Raum bis ins letzte konkrete Detail spezifiziert. Und da mögliche Welten ebenfalls Situationen sind, gilt dies auch für sie. Eine mögliche Welt im Sinne des Logischen Raums ist demnach nicht so etwas wie eine Romanwelt. Denn während z.B. die Welt der Effi Briest offen lässt, ob Innstetten ein Muttermal unter der linken Achselhöhle hat – Fontane hat sich um diese Einzelheit nicht gekümmert – sind die möglichen Welten des Logischen Raums auch in diesen Details vollkommen spezifiziert. Im Logischen Raum gibt es daher zahlreiche mögliche Welten, die dem Fontaneschen Roman entsprechen, zahlreiche Effi-Briest-Welten, die sich lediglich in solchen Details von einander unterscheiden, die im Roman offen gelassen werden; und keine dieser Welten kann den Anspruch erheben, *die* Welt der Effi Briest zu sein. Nur in ihrer Gesamtheit entsprechen sie dem Inhalt des Romans. So besehen ist eine *Romanwelt* im landläufigen Sinne eine *Proposition* im Sinne des Logischen Raums.

Der Vielfältigkeit des Logischen Raums werden wir keine Grenzen setzen. Keine denkbare Situation, und sei sie auch noch so abwegig, soll aus ihm ausgeschlossen werden. Damit stellen wir sicher, dass sich die Inhalte beliebiger Sätze mithilfe des Semantischen Hauptprinzips von einander unterscheiden lassen, solange es auch nur denkbar ist, dass der eine von ihnen wahr ist und der andere nicht. Doch trotz der Vielfalt des Logischen Raums lässt sich nicht immer eine entsprechende mögliche Situation finden, die zwei gegebene Sätze voneinander trennt. So treffen z.B. die folgenden Sätze auf genau dieselben Situationen zu – denn wenn der eine wahr ist, kann der andere schlecht falsch sein:

(13) **Ein Esel wird von einem Bauern gekauft.**
(14) **Ein Bauer kauft einen Esel.**

Nach dem Semantischen Hauptprinzip sind (13) und (14) also inhaltsgleich – und das ist auch gut so. Denn offenbar besagen die beiden Sätze in der Tat dasselbe.

1.5 Sinnrelationen im Logischen Raum

Soweit Inhalte Bedeutungen entsprechen, entspricht die für (13) und (14) festgestellte Inhaltsgleichheit einer der in Abschnitt 0.2 angesprochenen Sinnrelationen, der Synonymie. In diesem Abschnitt werden wir weitere Sinnrelationen betrachten, die zwischen (Aussage-) Sätzen bestehen können. Dabei wird unser Hauptaugenmerk auf der Frage liegen, wie sich diese Sinnrelationen in den Propositionen niederschlagen.

Beginnen wir mit einem Fall von Inkompatibiliät. Wir hatten diese Sinnrelation eigentlich nur für Substantive definiert, aber sie überträgt sich auf natürliche Weise auf Sätze. Denn so wie **Gedanke** und **Buch** niemals auf denselben Gegenstand bezogen werden können – kein Gedanke ist ein Buch und umgekehrt – so können (14) und (15) niemals auf dieselbe Situation zutreffen.

(15) **Niemand kauft ein Tier.**

Wenn wir – wie ab jetzt immer – mit ‘ $\|S\|$ ’ die durch einen Satz S ausgedrückte Proposition bezeichnen, kann es also keine Situation s geben, für die gilt: $s \in \|$ **Niemand kauft ein Tier** $\|$ und $s \in \|$ **Ein Bauer kauft einen Esel** $\|$. Wäre nämlich s so eine Situation, dann müsste es in s – weil ja (14) zutrifft – irgendeinen Bauern geben, der einen Esel kauft; aber dann kauft in dieser Situation jemand (nämlich besagter Bauer) ein Tier (nämlich besagten Esel), womit entgegen unserer Annahme (15) als Aussage über s falsch wäre. Das Verhältnis zwischen (14) und (15) kann man sich graphisch in einem sog. *Venn-Diagramm* veranschaulichen, in dem Mengen als Flächen dargestellt werden:

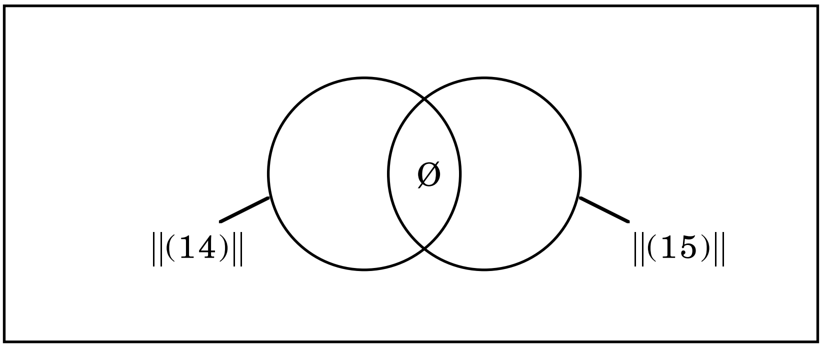


Fig. 1.1: Inkompatibilität von (14) und (15)

In Fig. 1.1 stellt das äußere Rechteck den Logischen Raum aller möglichen Situationen dar. Die Situationen, auf die (14) bzw. (15) zutrifft, sind jeweils umkreist; um der Kürze willen haben wir zur Bezeichnung der ausgedrückten Propositionen statt der Sätze selbst ihre Nummern in Doppelstriche gesetzt. Die Region der Situationen, die sowohl von $\|(14)\|$ als auch von $\|(15)\|$ abgedeckt werden, ist der *Schnitt* der beiden Propositionen, in mengentheoretischer Notation: $\|(14)\| \cap \|(15)\|$. Dabei besagt die bloße Überschneidung der Kreise nicht, dass die beiden Mengen auch gemeinsame Elemente haben. Tatsächlich haben sie keine gemeinsamen Elemente; denn wie wir gerade festgestellt haben, gibt es keine solchen Situationen, auf die sowohl (14) als auch (15) zutrifft. In Fig. 1.1 ist deshalb die Überschneidungsfläche von $\|(14)\|$ und $\|(15)\|$ mit dem Symbol '$\emptyset$ ' markiert, das für die leere Menge – die einzige Menge ohne Elemente – steht.[13]

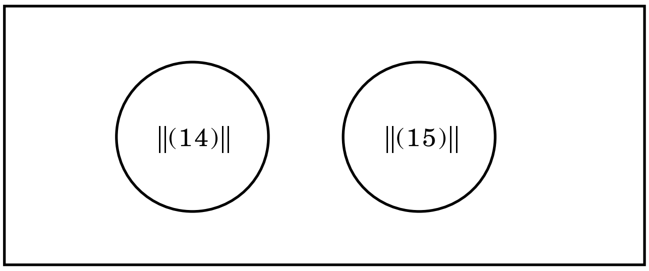
Die Inkompatibilität von (14) und (15) findet ihren Ausdruck in dem in Fig. 1.1 dargestellten Verhältnis zwischen $\|(14)\|$ und $\|(15)\|$, sich nicht zu überlappen: $\|(14)\| \cap \|(15)\| = \emptyset$. In der Mengenlehre bezeichnet man zwei Mengen, die kein gemeinsames Element besitzen, als (voneinander) *disjunkt*. Das Beispiel zeigt also, dass die Disjunktheit zwischen Propositionen gerade der Inkompatibilität zwischen Sätzen entspricht, die diese Propositionen ausdrücken.

Auch andere Sinnrelationen zwischen Sätzen entsprechen einfachen mengentheoretischen Verhältnissen zwischen den Propositionen, die sie ausdrücken. Betrachten wir dafür:

(16) **Niemand kauft eine Kuh.**

(15) *impliziert* offenbar (16), d.h. *wenn* (15) zutrifft, *dann* trifft auch (16) zu. Bezogen auf den Logischen Raum heißt dies wiederum, dass jede mögliche Situation, von der (15) wahr ist, eine solche ist, von der (16) wahr ist. Es gibt, mit anderen Worten, keine

[13] Man hätte die beiden Kreise auch so zeichnen können, dass sie sich gar nicht überlappen:



Dass $\emptyset$ die *einzige* elementfreie Menge ist, liegt am Extensionalitätsprinzip: wenn L kein Element enthält, besitzen L und $\emptyset$ insbesondere dieselben Elemente, d.h. L *ist* die Menge $\emptyset$.

mögliche Situation, auf die (15) zutrifft, ohne dass (16) auf sie zutrifft. Dieser Sachverhalt lässt sich wieder in einem Venn-Diagramm darstellen:[14]

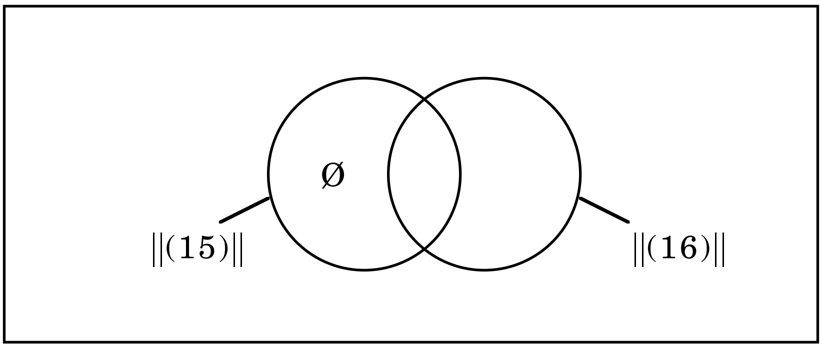


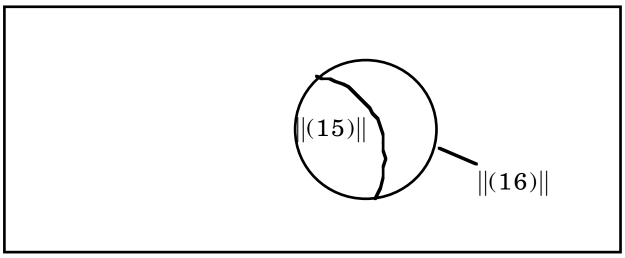
Fig. 1.2: Implikationsbeziehung zwischen (15) und (16)

Jedes Element der Proposition $\|(15)\|$ ist also ein Element von $\|(16)\|$. Mengentheoretisch gesprochen ist damit $\|(15)\|$ eine *Teilmenge* von $\|(16)\|$ – symbolisch: $\|(15)\| \subseteq \|(16)\|$. So wie die Inkompatibilität zwischen Propositionen auf die mengentheoretische Disjunktheit hinausläuft, entspricht demnach die Implikation der Teilmengenbeziehung.

Wenn man weiß, dass (15) (auf eine gegebenen Situation) zutrifft, weiß man mehr, als wenn man nur weiß, dass (16) (von dieser Situation) wahr ist. Im allgmeinen enthält ein Satz, der einen anderen impliziert, mehr oder detailliertere Informationen als letzterer. Da die Implikation auf die Teilmengenbeziehung hinausläuft, bedeutet dies: *je informativer* ein Satz ist, *desto kleiner* ist die durch ihn ausgedrückte Proposition.[15] Dieser zunächst paradox anmutende Zusammenhang wird klarer, wenn man bedenkt, dass der informativere Satz mehr Situationen *ausschließt* als der weniger informative. So schließt z.B. (16) nicht aus, dass jemand eine Ente gekauft hat; denn $\|(16)\|$ enthält Situationen, in denen Fritz eine Ente kauft (aber niemand eine Kuh). Solche Situationen werden von (15) ausgeschlossen, d.h. sie sind keine Elemente von $\|(15)\|$. $\|(15)\|$ ist also selektiver – und damit kleiner.

Auch die Implikation ist mit einer Sinnrelation verwandt, die wir bereits im nominalen und adjektivischen Bereich kennen gelernt haben: der Hyponymie. Denn so wie (15) nur auf eine Situation zutreffen kann, auf die (16) zutrifft, so kann auch das Hyponym **Katze** nur auf ein Individuum zutreffen, auf das auch das Hyperonym **Tier** zutrifft. Auf den genauen Zusammenhang zwischen Hyponymie und Implikation können wir

14 Eine alternative Darstellung ist:



15 Die *kleinere* Menge ist hier nur die weniger umfassende, sie enthält nicht unbedingt weniger Elemente: Propositionen sind in der Regel unendlich groß, und die eine kann Teilmenge der anderen sein, ohne weniger Elemente zu enthalten. Eine mathematische Analogie mag diese sog. *Pradoxie des Unendlichen* erhellen: die Menge der geraden Zahlen {2,4,6,… } ist eine Teilmenge der positiven natürlichen Zahlen {1,2,3,4… }, aber beide haben in dem Sinne gleich viele Elemente, als sie sich eins-zu-eins auf einander beziehen lassen.

allerdings erst eingehen, wenn uns die in Kapitel 3 zu leistende semantische Analyse der Substantive zur Verfügung steht.

1.6 Satzkoordination

Die mengentheoretische Analyse der Satzinhalte als Propositionen wirft ein Licht auf die Bedeutungen koordinierender Konjunktionen wie **und** und **oder**, wie sie in den folgenden Sätzen verwendet werden:

(17) **Alain spielt Klavier, und Tom hat das Radio eingeschaltet.**
(18) **Alain spielt Klavier, oder Tom hat das Radio eingeschaltet.**

(17) und (18) lassen sich kompositionell deuten. Wir legen dafür eine *ternäre* (= dreigliedrige) Klammerung zugrunde:

(17')

Alain spielt Klavier und Tom hat das Radio eingschaltet

(18')

Alain spielt Klavier oder Tom hat das Radio eingschaltet

Nach dem Kompositionalitätsprinzip ergibt sich die Bedeutung des Satzes (17) durch Kombination der Bedeutungen seiner unmittelbaren Teile. Nach (17') hat (17) drei Teile, nämlich:

(17a) **Alain spielt Klavier**
(17b) **und**
(17c) **Tom hat das Radio eingeschaltet**

Zwei der drei Teile von (17) sind Sätze. Ihre Inhalte, $\|(17a)\|$ und $\|(17c)\|$, sind folglich Propositionen. $\|(17a)\|$ ist die Menge der Situationen, in denen Alain Klavier spielt, $\|(17c)\|$ besteht aus den Situationen, in denen Tom das Radio eingeschaltet hat. Natürlich gibt es auch Situationen, in denen beides der Fall ist; das sind offenbar gerade die Situationen, auf die (17) zutrifft. $\|(17)\|$ ist damit der *Schnitt* der durch die Teilsätze von (17) ausgedrückten Propositionen: $\|(17)\| = \|(17a)\| \cap \|(17c)\|$.

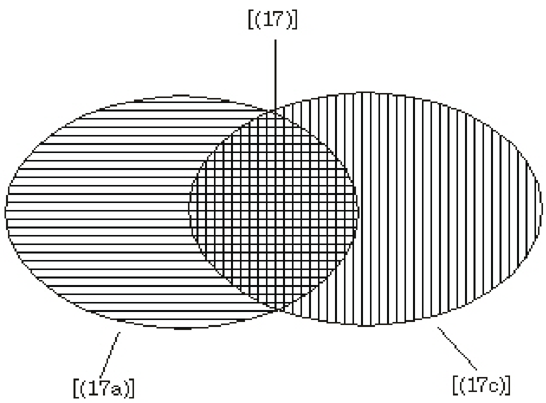


Fig. 1.3: $\|(17a)\|$, $\|(17c)\|$ *und* $\|(17)\|$

Bevor wir uns überlegen, wie sich der Inhalt von (17) kompositionell ermittelt, werfen wir einen Blick auf (18): auf welche Situationen trifft der Satz zu? Zunächst einmal umfasst ‖(18)‖ alle Situationen in ‖(17a)‖; denn sobald Alain Klavier spielt, trifft (18) zu. Ebenso umfasst ‖(18)‖ alle Situationen in ‖(17c)‖; denn auch wenn Tom das Radio eingeschaltet hat, trifft (18) zu. In Situationen, die außerhalb von ‖(17a)‖ und ‖(17c)‖ liegen, hat Tom weder das Radio eingeschaltet noch spielt Alain in ihnen Klavier. Auf solche Situationen trifft (18) nicht zu, auf die anderen sehr wohl. Folglich ist ‖(18)‖ die *Vereinigung* von ‖(17a)‖ und ‖(17c)‖. In mengentheoretischer Notation: ‖(18)‖ = ‖(17a)‖ ∪ ‖(17)‖ – und graphisch:

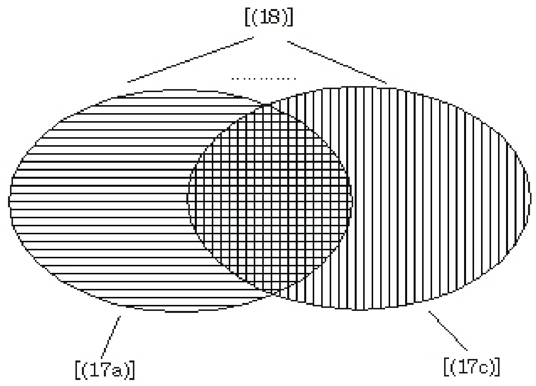


Fig. 1.4: ‖(17a)‖, ‖(17c)‖ *und* ‖(18)‖

Dem Kompositionalitätsprinzip zufolge muss sich ‖(17)‖ aus ‖(17a)‖, ‖(17c)‖ und dem Inhalt von **und** ergeben; entsprechend ergibt sich ‖(18)‖ aus ‖(17a)‖, ‖(17c)‖ und dem Inhalt von **oder**. Abstrahiert man von den Zufälligkeiten des Beispiels ergibt sich die folgende Deutung von **und** und **oder**-Verbindungen – oder *Konjunktionen* und *Disjunktionen*, wie man sie in der logischen Semantik nennt:[16]

(19) *Semantik der Konjunktion*
Wenn *S* und *S'* (Aussage-) Sätze sind, gilt:
‖*S* **und** *S'*‖ = ‖*S*‖ ∩ ‖*S'*‖.

(20) *Semantik der Disjunktion*
Wenn *S* und *S'* (Aussage-) Sätze sind, gilt:
‖*S* **oder** *S'*‖ = ‖*S*‖ ∪ ‖*S'*‖.

Von der allgemeinen Form her erinnern (19) und (20) der Regel (12) [*Bewertung komplexer Terme*] aus dem vorangehenden Kapitel. Dort wurde das [Nebeneinanderschreiben und] Hochstellen als Ausdruck einer arithmetischen Operation – der Potenzierung – gedeutet. Entsprechend deuten (19) und (20) Konjunktion und Disjunktion – also das Verbinden mit **und** bzw. **oder** – durch mengentheoretische Operationen, nämlich Schnitt (∩) und Vereinigung (∪). Die Analogie ist aber insofern schief, als es sich bei der Hochstellung zweifelsfrei um eine Art der Verknüpfung von Termen handelt, also um eine syntaktische Konstruktion der mathematischen Formelsprache. Konjunktion und Disjunktion sind dagegen keine eigenen Konstruktionen. Vielmehr handelt es sich um Anwendungen derselben Konstruktion namens *Koordination*, also der Verbindung zweier Sätze durch eine koordinierende Konjunktion. Will man Konjunktion und Disjunktion als Spezialfälle der Koordinations-Konstruktion deuten, muss man auch den Wörtern **und** und **oder** einen eigenständigen Wortinhalt zuweisen, der dann

[16] Die Termini *Konjunktion* und *Disjunktion* werden auch für die Wörter **und** und **oder** selbst verwendet sowie für die Bedeutungen dieser Wörter. Die Terminologie ist insofern etwas unglücklich, als ja eine *Konjunktion* im syntaktischen Sinne eine bestimmte Kategorie (Wortart) ist, der sowohl **und** als auch **oder** angehören. Aber in der Regel wird aus dem Zusammenhang klar, was jeweils gemeint ist – wie in einer Übungsaufgabe nachzuweisen ist.

mit den Inhalten der verbundenen Sätze kombiniert werden kann. Es liegt nun nahe, die genannten mengentheoretischen Operationen selbst als diese Wortinhalte anzusehen:[17]

(21) *Lexikalische Semantik von Konjunktion und Disjunktion*
$\|$ **und** $\| = \cap$; $\|$ **oder** $\| = \cup$.

Im Gegensatz zu (19) und (20) gleicht (21) von der allgemeinen Form her der *Bewertung einfacher Terme* (8) aus dem vorangehenden Kapitel, wo festgelegt wurde, das z.B. $[\![\mathbf{5}]\!]$ = 5. Auch (21) gibt für gewisse einfache, lexikalische Ausdrücke einen semantischen Wert an. Allerdings wirkt (21) alles andere als trivial; denn dass das Wort **und** eine Schnittbildung von Propositionen ausdrückt, gehört (leider!) nicht zur schulischen Allgemeinbildung. Wir gehen für das folgende davon aus, dass (21) Teil der lexikalischen Semantik des Deutschen ist.

Statt wie in (19) und (20) Konjunktion und Disjunktion als verschiedene Konstruktionen zu behandeln, ist es offenbar angemessener, von einer einzigen Konstruktion auszugehen und den Unterschied auf einen Unterschied im Wortinhalt zurückzuführen. (21) legt fest, worin Letzterer besteht. Aber was in der Tat noch fehlt, ist die Zurückführung des Satzinhalts von Sätzen wie (17) und (18), auf die Bedeutungen der Wörter **und** und **oder**. Dies geschieht durch die folgende allgemeine Regel:

(22) *Semantik der Satzkoordination*
Wenn S und S' (Aussage-) Sätze sind und K eine koordinierende Konjunktion ist, gilt:
$\| S\,K\,S' \| = \| S \| \ \| K \| \ \| S' \|$.

Die Notation in der Gleichung mag befremden. Dabei nutzt sie nur aus, dass es sich bei dem Inhalt einer koordinierenden Konjunktion um eine mengentheoretische Operation handelt,und das schematische ‘ $\| K \|$ ’ im Einzelfall durch (die Bezeichnung für) eine solche Operation ersetzt werden kann – also durch ‘$\cap$’ , ‘ $\cup$’ etc. Zum Beispiel ergibt sich nach (22) für den Fall, dass K = **oder**, unterm Strich genau dasselbe wie in (20):

(23)
$$
\begin{aligned}
& \| S\,K\,S' \| \\
= \ & \| S \| \ \| K \| \ \| S' \| && \text{nach (22)} \\
= \ & \| S \| \ \| \textbf{oder} \| \ \| S' \| && \text{wenn } K = \textbf{oder} \\
= \ & \| S \| \cup \| S' \| && \text{wg. (21)}
\end{aligned}
$$

In (20) hatten wir die Disjunktion als eigene Konstruktion aufgefasst und gedeutet; die Bedeutung dieser Konstruktion war eine semantische Operation, nämlich die Vereinigung (von Propositionen), die jeweils zwei Propositionen p und q zu einer dritten, der Vereinigung $p \cup q$, ‘verschmilzt’. In (23) gehen wir dagegen davon aus, dass es sich bei der Disjunktion um einen Spezialfall der Satzkoordination handelt; der Inhalt einer Disjunktion wie (18) ergibt sich danach aus einem Zusammenspiel des Wortinhalts von **oder** und der in (22) angegebenen Interpretation der Satzkoordination. Bei letzterer handelt es sich um eine semantische Operation, die jeweils drei Inhalte – zwei Propositionen p und q und eine mengentheoretische Operation O – zu einer einzigen Proposition $p\ O\ q$ ‘verschmilzt’. Diese abstrakte Operation wird in der Semantik als *Funktionalapplikation* bezeichnet; denn durch sie wird mathematisch gesprochen eine *Funktion* (in diesem Fall die durch die Konjunktion ausgedrückte mengentheoretische Operation) auf ihre *Argumente* (die durch die koordinierten Sätze ausgedrückten Propositionen) ange-

[17] In (21) müssen die Symbole ‘$\cap$ ’ und ‘$\cup$ ’ als Operationen über Propositionen verstanden werden, nicht über Mengen im allgemeinen; denn in letzterem Sinn handelt es sich bei Schnitt und Vereinigung nicht um mengentheoretische Objekte.

wandt (= *appliziert*). Der Funktionalapplikation werden wir im Laufe des Kurses noch öfters begegnen; der Funktionsbegriff selbst wird bereits im folgenden Abschnitt thematisiert.

Wir beenden den Abschnitt mit einem Exkurs zur Pragmatik der Disjunktion. Nach Fig. 1.4 – und nach der in (21) geleisteten Deutung von **oder** – trifft (18) auch auf die Situationen zu, in denen sowohl Alain in die Tasten greift als auch Tom das Radio dudeln lässt. Auf den ersten Blick mag das fraglich erscheinen: besagt (18) denn nicht, dass *entweder* (17a) *oder* (17c), aber *nicht beides* zutrifft? Nicht unbedingt. Wenn ich etwa einem Gast gegenüber (18) als Erklärung und Entschuldigung für den hohen Lärmpegel verwende, kann mein Gesprächspartner mich schwerlich der Lüge oder des Irrtums bezichtigen, falls sich herausstellen sollte, dass die akustische Belästigung den gemeinsamen Aktivitäten beider meiner Söhne zu verdanken ist: (18) trifft in diesem Fall erst recht zu. Die durch meine Äußerung ausgedrückte Proposition umfasst also *alle* Situationen in $\|$(17a)$\|$ und $\|$(17c)$\|$, einschließlich derjenigen im Schnitt. Der gegenteilige Eindruck entsteht allenfalls, weil die letzteren Situationen für Sprecher und Hörer weniger nahe liegen als die anderen Möglichkeiten in $\|$(18)$\|$. Aber woran Sprecher und Hörer denken, wenn sie miteinander kommunizieren, ist für die sprachliche Bedeutung nicht unbedingt maßgeblich; das hatten wir bereits in Abschnitt 1.1 erwähnt.

Oft schließt eine Disjunktion die entsprechende Konjunktion allerdings tatsächlich aus. Wer einen Satz wie (25) äußert, meint damit nicht, dass (26) der Fall sein könnte:[18]

(25) **Fritz ist in der Uni oder [er ist] noch auf dem Weg [zur Uni].**
(26) **Fritz ist in der Uni und [er ist] noch unterwegs [zur Uni].**

Doch deshalb handelt es sich bei (25) nicht um einen anderen, 'ausschließenden' Typ von Disjunktion. Denn die durch **oder** verbundenen Teilsätze drücken von vornherein disjunkte Propositionen aus: es gibt im gesamten Logischen Raum keine Situation, in der Fritz sowohl in der Uni ist als auch auf dem Weg zur Uni – denn letzteres setzt voraus, dass er (noch) nicht an seinem Ziel angelangt ist. Gerade deswegen kann man aber (25) im Stil von (23) als Vereingung deuten; der Schnitt der beiden durch die Teilsätze ausgedrückten Propositionen wird zwar von $\|$(25)$\|$ abgedeckt, aber dieser Schnitt ist ohnehin leer. Die Tatsache, dass mit einer Äußerung von (25) die Wahrheit von (26) ausge schlossen wird, hat demnach nichts mit der Bedeutung oder dem Inhalt von **oder** zu tun.

Nicht immer, wenn mit einer Disjunktion die Wahrheit der entsprechenden Konjunktion ausgeschlossen wird, liegt dies an der *Unmöglichkeit* der letzteren; es genügt schon, dass die *Falschheit* der Konjunktion als *bekannt* vorausgesetzt werden kann. So schließt zwar (27) an sich nicht aus, dass Eric zwei Kinder mitbingt; doch wenn Sprecher und Hörer wissen, dass Eric nur ein Kind hat, ist letzteres für beide ausgeschlossen:

(27) **Eric bringt heute seinen Sohn oder [er bringt heute] seine Tochter mit.**
(28) **Eric bringt heute seinen Sohn und [er bringt heute] seine Tochter mit.**

In diesem Falle wird also die Wahrheit der Konjunktion (28) nicht vom Logischen Raum ausgeschlossen, sondern vom *Redehintergrund*, dem für die Verständigung vorausgesetzten gemeinsamen Wissen von Sprecher und Hörer. Der genaue Zusammenhang zwischen Redehintergrund und ausgedrückter Proposition sowie die Interaktion zwischen beiden fällt in den Bereich der Pragmatik.[19] Zumindest für solche Fälle wie

[18] Ohne die in eckige Klammern gesetzte Ausdrücke sind die Sätze idiomatischer, aber dafür ist nicht deutlich, dass es sich (der Logischen Form nach) um *Satz*koordinationen handelt; auf diese Frage kommen wir in Kapitel 6 zu sprechen.

[19] Dabei wird auch darauf einzugehen sein, dass (28) nur dann angemessen ist, wenn der Sprecher das Geschlecht von Erics (einzigem) Kind nicht kennt.

(27) lässt sich dort der Eindruck einer ausschließenden Lesart von **oder** mit relativ einfachen Mitteln zerstreuen. Ob dies allerdings immer geht, ist eine offene Frage. Wenn nicht, müsste man der Oberflächenform **oder** zwei lautgleiche Konjunktionen zugrunde legen und (21) dementsprechend modifizieren. Wir verkneifen uns diese Komplikation und gehen im Folgenden davon aus, dass **oder** weder homonym noch polysem ist und mit (21) der Wortinhalt der satzkoordinierenden Verwendung vollständig erfasst wird.

1.7 Extension und Intension

Wir beschließen das Kapitel mit einer formalen Variante des Propositionsbegriffs, die wir im Folgenden zugrunde legen werden. Im Unterschied zu der oben eingeführten mengenbasierten Auffassung wird dabei der Inhalt eines Satzes auf dem Hintergrund des Logischen Raums gesehen, der eingeteilt wird in einen **JA**-Bereich (= die Situationen, auf die der Satz zutrifft) und einen **NEIN**-Bereich (= die, auf die er nicht zutrifft):

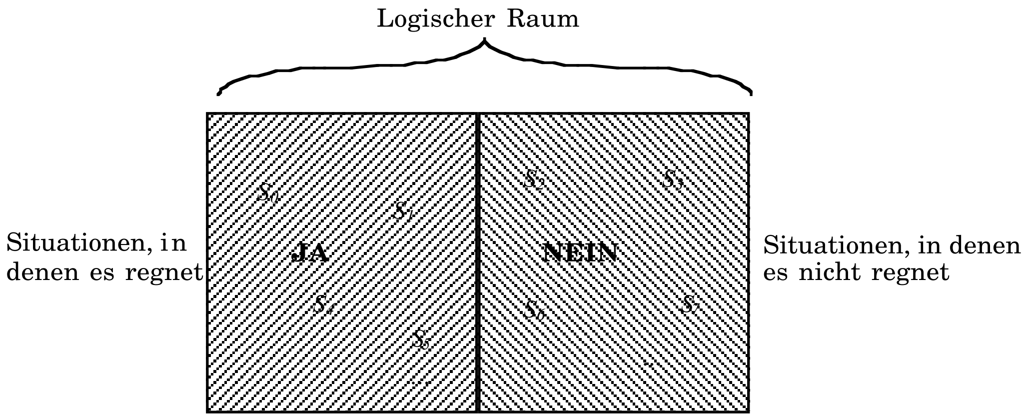


Fig. 1.5: Der Satzinhalt als Teilung des Logischen Raums

Die in Fig. 1.5 anhand des (beliebig gewählten) Satzes **Es regnet** dargestellte Teilung des Logischen Raums durch den Satzinhalt lässt sich als eine *Beurteilung* jeder einzelnen (möglichen) Situation danach auffassen, ob der Satz von dieser Situation wahr ist. Benutzt man – wie in der Logik üblich[20] – die *Wahrheitswerte* 1 und 0 als Indikatoren für das Zutreffen (**JA**) bzw. Nicht-Zutreffen (**NEIN**) eines Satzes, lässt sich die in Fig. 1.5 dargestellte Teilung des Logischen Raums auch in einer Tabelle darstellen:

Situation	Wahrheitswert
s_0	1
s_1	1
s_2	0
s_3	0
s_4	1
s_5	1
s_6	0
s_7	0
…	

Tab.1.1: Tabellendarstellung einer Teilung des Logischen Raums

[20] … seit George Booles *The Mathematical Analysis of Logic* (Cambridge 1847); die Bezeichnung 'Wahrheitswert' geht auf Frege zurück.

In Tab. 1.1 wird den einzelnen Situationen ihr Wahrheitswert nach der in Fig. 1.5 gegebenen Teilung des Logischen Raums zugeordnet. Mathematisch gesprochen erweist sich damit diese Teilung als eine *Funktion*. Die in der linken Spalte der Tabelle aufgelisteten Situationen, denen die Funktion etwas zuweist, bezeichnet man als die *Argumente* der Funktion; wir gehen davon aus, dass jede überhaupt mögliche Situation des Logischen Raums als Argument der in Tab. 1.1 dargestellten Funktion in Frage kommt. Das einem Argument von der Funktion zugewiesene Objekt bezeichnet man als den *Wert* (oder *Funktionswert*) für dieses Argument. Dabei darf es pro Argument immer nur einen zugeordneten Wert geben; das ist das Hauptcharakteristikum einer Funktion. Wenn f eine Funktion ist und x ein Argument, schreibt man für den Funktionswert auch '$f(x)$'. Die Menge aller Argumente einer Funktion f bezeichnet man auch als deren *Definitionsbereich* (engl.: *domain*) – oder kurz: $dom(f)$. Die Menge aller Werte heißt auch *Wertebereich* (engl.: *range*) – oder kurz: $rge(f)$. Diese aus der Mathematik stammenden Bezeichnungen sind ganz allgmein, und wir werden sie ab jetzt immer wieder verwenden, wenn von Funktionen die Rede ist.

Funktionen lassen sich als spezielle Mengen verstehen, deren Elemente sog. *geordnete Paare* sind. Wie der Name schon sagt, besteht ein geordnetes Paar immer aus zwei Objekten, seiner ersten und seiner zweiten *Komponente*. Wir werden ein Paar mit erster Komponente x und zweiter Komponente y mit '(x,y)' notieren.[21] Dabei muss man wissen, dass es – im Gegensatz zur Menge $\{x,y\}$ – bei (x,y) auf die *Reihenfolge* der Komponenten ankommt: wenn also x und y zwei voneinander verschiedene Objekte sind, sind auch (x,y) und (y,x) voneinander verschieden (wohingegen $\{x,y\} = \{y,x\}$, wie wir bereits in Abschnitt 1.2 im Zusammenhang mit dem Extensionalitätsprinzip gesehen haben). Mehr noch: ein Paar (x,y) legt seine erste und zweite Komponente in dem Sinn eindeutig fest, als es keine anderen Ojekte x' und y' geben soll, die erste und zweite Komponente desselben Paars sind. Andererseits kann man auch das Paar aus einem Objekt x mit sich selbst bilden – und dieses Paar (x,x) ist dann weder mit x noch mit der Einermenge $\{x\}$ identisch (wohingegen $\{x,x\} = \{x\}$, wie wir ebenfalls an der genannten Stelle gesehen haben). Um so erstaunlicher ist es, dass es trotz dieser Unterschiede zwischen Paaren (x,y) und Mengen $\{x,y\}$ prinzipiell möglich ist, den Paarbegriff auf den Mengenbegriff zurückzuführen. Da diese Zurückführung in den Anwendungen keine Rolle spielt, haben wir sie allerdings in einer Übungsaufgabe versteckt. Im Folgenden gehen wir einfach davon aus, dass es sich bei einem Paar in dem Sinne um ein asymmetrisches Objekt handelt, als man durch Vertauschung von erster und zweiter Komponente ein anderes Paar erhält – es sei denn, die beiden Komponenten sind miteinander identisch.
In der Mathematik ist es üblich, Funktionen mit Mengen von geordneten Paaren zu identifizieren, deren erste Komponente jeweils ein Argument und deren zweite Komponente dessen Wert ist. Die Funktion f ist also die Menge aller Paare $(x,f(x))$, wobei x ein beliebiges Argument ist. Doch Vorsicht: nicht jede Menge von geordneten Paaren ist eine Funktion![22] Vielmehr muss sie dafür einer *Einzigkeitsbedingung* (auch *Nacheindeutigkeit* genannt) genügen, d.h. kein Argument darf mehr als einen Wert haben: wenn ein Paar (x,y) zu einer Funktion f gehört (und somit $f(x) = y$), dann darf dieselbe Funktion nicht auch noch ein Paar (x,z) enhalten, für das $y \neq z$ ist; sonst wäre ja $y = f(x) = z$, was der Annahme $y \neq z$ widerspricht. Für die in Tab. 1.1 dargestellte Funktion heißt das, dass der Inhalt des Satzes **Es regnet** auf keine Situation sowohl zutrifft als auch nicht zutrifft, wovon wir in der Tat ausgehen – einem altehrwürdigen logischen Prinzip folgend.[23]

[21] Häufig werden auch spitze Klammern '$\langle x,y \rangle$' als Notation für geordnete Paare (x,y) verwendet.

[22] Mengen von geordneten Paaren im Allgemeinen bezeichnet man als *(zweistellige) Relationen*; Funktionen sind also spezielle Relationen.

[23] Das schon in der Antike fomulierte *Prinzip vom ausgeschlossenen Widerspruch* besagt, dass ein Satz und seine Negation – in diesem Fall **Es regnet** und **Es regnet nicht** – nicht gleichzeitig, also

Die durch einen Satzinhalt vorgenommene Teilung des Logischen Raums lässt sich offenbar immer als eine Funktion darstellen, die beliebigen Situationen einen der Wahrheitswerte, also 0 oder 1, zuordnet. Funktion und Satzinhalt entsprechen in dem Sinne einander, als man das Eine aus dem Anderen herleiten kann. Die einem Satzinhalt entsprechende Funktion ordnet jedem Element des Satzinhalts den Wahrheitswert 1 zu und jeder anderen Situation die 0; als Menge betrachtet besteht also diese Funktion aus allen Paaren $(s,1)$, bei denen s ein Element des Inhalts ist, und allen Paaren $(s,0)$, bei denen s kein Element des Inhalts ist (aber eine mögliche Situation aus dem Logischen Raum). Umgekehrt kann man, ausgehend von einer als Funktion dargestellten Teilung des Logischen Raums, eine entsprechende Proposition bilden, indem man die Menge aller (und nur der) Situationen nimmt, der die Funktion den Wert 1 zuweist. Dieser Zusammenhang zwischen Mengen und Funktionen, die ihren Argumenten Wahrheitswerte zuordnen, ist ganz allgemeiner Natur: wenn U ($\neq \emptyset$) irgendeine (nicht-leere) Menge ist, dann entsprechen sich die Teilmengen von U und die Funktionen, deren Definitionsbereich U ist und deren Werte nur Wahrheitswerte sind.[24] Man sagt, dass die Funktionen die ihnen entsprechenden Mengen *charakterisieren* und nennt sie daher *charakteristische* Funktionen:

D1.5 Die *charakeristische Funktion* einer Menge M (relativ zu einer Menge U) ist eine Funktion f, deren Definitionsbereich U ist und so dass für jedes $x \in U$ gilt:

$$f(x) = 1 \text{ gdw. } x \in M, \text{ und } f(x) = 0 \text{ gdw. } x \notin M.$$

In unserem Fall ist U der Logische Raum, und die charakterisierten Mengen sind die Propositionen. Weitere Beispiele für charakteristische Funktionen werden wir noch im Verlauf des Kurses kennenlernen. Nicht immer wird ihr Definitionsbereich mit dem Logischen Raum zusammenfallen.

Die dem Inhalt eines Satzes S entsprechende charakteristische Funktion bezeichnet man als die *Intension* von S. Wir notieren sie ab jetzt als '$[\![S]\!]$'. Den durch die Intension $[\![S]\!]$ einer Situation s zugewiesenen Wahrheitswert bezeichnen wir als die *Extension* des Satzes S (an der Situation s). Sie wird traditionellerweise – und so auch hier – mit dem Argument als hochgestelltem Index geschrieben: '$[\![S]\!]^s$'.

mit Bezug auf dieselbe Situation, wahr sein können. Von Situationen, in denen es sehr, sehr leicht regnet, ist man freilich geneigt zu sagen, dass es in ihnen einerseits regnet und andererseits auch wieder nicht regnet, je nachdem wie hoch der Standard für 'richtiges' Regnen angesetzt wird. Hier zeigt sich das allgemeine semantisch-pragmatische Phänomen der *Vagheit*, das wir in diesem Skript ignorieren werden. Wir unterstellen stattdessen, dass vage Begriffe für Zwecke der semantischen Analyse präzisiert werden, etwa durch Einführung künstlicher imaginärer Standards. Mehr zum Thema Vagheit findet man in Manfred Pinkals Handbuchartikel *Vagheit und Ambiguität* (1991). – Ein weiterer Grund für eine Verletzung des Prinzips vom ausgesprochenen Widerspruch kann in der Größe einzelner Situationen gesehen werden: im 2. Weltkrieg hat es manchmal an manchen Orten geregnet, und manchmal an manchen Orten nicht geregnet. Hat daher der Satz **Es regnet** bezogen auf die Weltkriegs-Situation zwei Wahrheitswerte? Nein, denn wir können in diesem Fall davon ausgehen, dass der Wahrheitswert 1 ist, weil es ja in (mindestens) einer der Teilsituationen geregnet hat. Letzteres sollte sich aus der lexikalischen Analyse von **[es] regnet** ergeben, das eine *persistente* Proposition ausdrückt, deren Wahrheit sich von einer kleinen Situation auf alle größeren Situationen überträgt, die diese enthalten. Solche Feinheiten der lexikalischen Analyse müssen wir hier ausblenden.

[24] Das heißt, dass der Wertebereich eine Teilmenge der Menge {0,1} ist. Er muss nicht unbedingt mit dieser Menge übereinstimmen, weil die Funktion auch immer nur ein und denselben Wert zuweisen kann; in dem Fall enthält ihr Wertebereich nur ein Element aus {0,1}.

D1.6 Die *Intension* $[\![S]\!]$ eines (Aussage-) Satzes S ist die charakteristische Funktion seines Inhalts (relativ zum Logischen Raum), also diejenige Funktion f, deren Definitionsbereich der Logische Raum ist und so dass für jede Situation s gilt:

$$f(s) = \begin{cases} 1, \text{ falls } s \in \| S \| \\ 0, \text{ falls } s \notin \| S \| \end{cases}$$

D1.7 Die *Extension* $[\![S]\!]^s$ eines (Aussage-) Satzes S in einer gegebenen Situation s ist der Wert seiner Intension für s, d.h.: $[\![S]\!]^s = [\![S]\!](s)$.

Mit dieser Notation lässt sich ein einfacher, aber für das Folgende wichtiger Zusammenhang zwischen den Inhalten von Sätzen und ihren Extensionen formulieren:[25]

(29) Für jede Situation s des Logischen Raums und jeden Satz S gilt:

- $s \in \| S \|$ gdw. $[\![S]\!]^s = 1$.
- $s \notin \| S \|$ gdw. $[\![S]\!]^s = 0$.

Das Begriffspaar *Extension / Intension* wird uns durch den gesamten Kurs begleiten.[26] Dabei werden wir uns bemühen, nach und nach für alle Arten sprachlicher Ausdrücke – Substantive, Verben, Artikel, Präpositionen, … – sowohl Extensionen als auch Intensionen anzugeben. Intensionen entsprechen dabei mehr oder weniger den wörtlichen Bedeutungen der jeweiligen Ausdrücke. Extensionen dagegen stellen – stets ausgehend von den entsprechenden Intensionen – einen Situationsbezug her: die Extension eines Ausdrucks gibt an, worauf sich der Ausdruck in einer gegebenen Situation bezieht, sie bestimmt seinen *Sachbezug*; Extensionen sind damit immer situationsabhängig. Im Fall von Sätzen – die einzigen Ausdrücke, für die wir bisher Extensionen definiert haben – ist dieser Zusammenhang freilich etwas indirekt. Wenn ein Satz S von einer (möglichen) Situation s wahr ist, könnte man s selbst als das Objekt verstehen, auf das sich S bezieht. Trifft S dagegen auf eine Situation s nicht zu, bezieht sich der Satz in s auf gar nichts. In diesem Sinn gibt die Extension eines Satzes an einer Situation s an, worauf sich S bezieht: wenn $[\![S]\!]^s = 1$, bezieht sich S auf s; ist dagegen $[\![S]\!]^s = 0$, hat S keinen (realen) Sachbezug.

Als Satzextensionen besitzen Wahrheitswerte eine erstaunliche Eigenschaft, die uns helfen wird, den Extensionsbegriff auf die im vorangehenden Abschnitt betrachteten koordinierenden Satzkonjunktionen **und** und **oder** zu übertragen. Dazu beobachten wir zunächst, dass sich die Extension einer Koordination aus den Extensionen der koordierten Teile ermitteln lässt:

(30) $[\![S \textbf{ und } S']\!]^s = 1$

gdw. $s \in \| S \textbf{ und } S' \|$ — nach (29)

gdw. $s \in \| S \| \cap \| S' \|$ — nach (19)

gdw. $s \in \| S \|$ und $s \in \| S' \|$ — nach Def. von '$\cap$'

gdw. $[\![S]\!]^s = 1$ und $[\![S']\!]^s = 1$ — nach (29)

[25] Die zweite Beobachtung in (29) ergibt sich natürlich aus der ersten, wenn man voraussetzt, dass $[\![S]\!]$ eine charakteristische Funktion ist.

[26] Die Methode von Extension und Intension ist eine auf Rudolf Carnaps Buch *Meaning and Necessity* (1947) zurück gehende Modifikation der Fregeschen Vorgehensweise in *Über Sinn und Bedeutung* (1892) und verdankt ihre heutige Gestalt dem in Fn. 15 von Kap. 0 genannten Werk des Logikers Richard Montague.

(31) $\llbracket S \textbf{ oder } S' \rrbracket^s = 1$
gdw. $s \in \| S \textbf{ oder } S' \|$ nach (29)
gdw. $s \in \| S \| \cup \| S' \|$ nach (20)
gdw. $s \in \| S \|$ oder $s \in \| S' \|$ nach Def. von '$\cup$'
gdw. $\llbracket S \rrbracket^s = 1$ oder $\llbracket S' \rrbracket^s = 1$ [oder beides] nach (29)

In (30) und (31) wird der Wahrheitswert der Koordinationen jeweils auf die Wahrheitswerte der koordinierten Teile zurückgeführt. Die Extensionen von Koordinationen erweisen sich damit als kompositionell. Das wird besonders deutlich, wenn man sich vor Augen hält, dass Wahrheitswerte letztlich Zahlen sind und wir im Prinzip mit ihnen rechnen können.[27] Wie man nämlich leicht nachprüft, laufen die in (30) und (31) angegebenen Bedingungen auf einfache arithmetische Kombinationen hinaus. Die in (30) und (31) angegebenen Bedingungen erweisen sich dadurch als parallel zu den weiter oben angegebenen kompositionellen Darstellungen (19) und (20) der Inhalte von Koordinationen:

(32a) $\| S \textbf{ und } S' \| = \| S \| \cap \| S' \|$ vgl. (19)
(b) $\llbracket S \textbf{ und } S' \rrbracket^s = \llbracket S \rrbracket^s \cdot \llbracket S' \rrbracket^s$ (30) + Kopfrechnen

(33a) $\| S \textbf{ oder } S' \| = \| S \| \cup \| S' \|$ vgl. (20)
(b) $\llbracket S \textbf{ oder } S' \rrbracket^s = \llbracket S \rrbracket^s + \llbracket S' \rrbracket^s - \llbracket S \rrbracket^s \cdot \llbracket S' \rrbracket^s$ (31) + Kopfrechnen

Was die Schnittbildung für den Inhalt von Konjunktionen ist, ist die Multiplikation für ihre Extensionen; und was die Vereinigung für den Inhalt von Disjunktionen ist, ist die Differenz aus Produkt und Summe für ihre Extensionen. Es liegt von daher nahe, die allgemeine kompositionelle Analyse (22) beliebiger Koordinationen von Inhalten auf Extensionen zu übertragen:

(34a) $\| S\, K\, S' \| = \| S \| \; \| K \| \; \| S' \|$ vgl. (22)
(b) $\llbracket S\, K\, S' \rrbracket^s = \llbracket S \rrbracket^s \, \llbracket K \rrbracket^s \, \llbracket S' \rrbracket^s$

(34b) ist ganz in Analogie zu (34a) zu lesen: die Extensionen der beiden Teilsätze *S* und *S'* werden durch die Extension der Konjunktion *K* miteinander verknüpft, und heraus kommt die Extension der Koordination, also der Wahrheitswert des Gesamtsatzes. (34b) setzt damit voraus, dass die Extension einer koordinierenden Konjunktion je zwei Wahrheitswerte wieder zu einem Wahrheitswert verknüpft – so wie Vereinigung und Schnitt aus zwei Propositionen eine Proposition hervorbringt. Die Extension von **und** müsste demnach die Multiplikation von Wahrheitswerten sein; die von **oder** die in (33b) beschriebene Operation. Beide lassen sich in Tabellenform – als so genannte *Wahrheitstafeln* – darstellen:

1. Wahrheitswert	2. Wahrheitswert	**Resultat**
1	1	**1**
1	0	**0**
0	1	**0**
0	0	**0**

Tab. 1.2: Tabellendarstellung der Extension von **und** *[an einer beliebigen Situation s]*

[27] Für die Gleichsetzung von Satzextensionen mit den Zahlen 0 und 1 gibt es übrigens logisch-mathematische Motive, die uns hier aber nicht weiter interessieren.

1. Wahrheitswert	2. Wahrheitswert	**Resultat**
1	1	**1**
1	0	**1**
0	1	**1**
0	0	**0**

Tab. 3: Tabellendarstellung der Extension von **oder** *[an einer beliebigen Situation s]*

Man beachte, dass die Tabellen 1.2 und 1.3 die Extension von **und** und **oder** für jede beliebige Situation *s* angeben. Hierin zeigt sich ein Charakteristikum so genannter 'logischer' Wörter, nämlich dass sie keinen echten Situationsbezug herstellen: ihr Beitrag ist immer derselbe, egal auf welche Situation sie bezogen werden. Aber natürlich können sie dazu beitragen, dass die Sätze, in denen sie verwendet werden, einen Situationsbezug haben; denn dieser entspricht ja ihrem – in der Regel situationsabhängigen – Wahrheitswert, wie er nach der entsprechenden Tabelle ermittelt wird.

Die Intensionen der Konjunktionen **und** und **oder** werden in Analogie zur Satzintension definiert, nämlich als Funktionen, die jeder Situation *s* die jeweilige Extension an *s* zuordnen. Der Definitionsbereich von $[\![\textbf{und}]\!]$ und $[\![\textbf{oder}]\!]$ ist demnach der Logische Raum – das gilt für Intensionen im Allgemeinen, wie wir noch sehen werden. Da die Extension von **und** stets die in Tab. 1.2 beschriebene Funktion ist, enthält der Wertebereich von $[\![\textbf{und}]\!]$ nur ein einziges Element, nämlich ebendiese Funktion; Analoges gilt für $[\![\textbf{oder}]\!]$. Es handelt sich bei den beiden Intensionen also um *konstante* Funktionen, die für jedes Argument ihres Definitionsbereichs denselben Wert liefern:

(35a) $[\![\textbf{und}]\!]$ = diejenige Funktion f mit Definitionsbereich LR (= der Logische Raum), so dass für jedes $s \in LR$ gilt: $f(s) = [\![\textbf{und}]\!]^s$.

(b) $[\![\textbf{oder}]\!]$ = diejenige Funktion f mit Definitionsbereich LR, so dass für jedes $s \in LR$ gilt: $f(s) = [\![\textbf{oder}]\!]^s$.

In (35) werden in gewisser Weise die Intensionen der Konjunktionen **und** und **oder** unter Rückgriff auf ihre (in Tab. 1.2 und 1.3 gegebenen) Extensionen zurückgeführt. Das werden wir in Zukunft immer so handhaben, d.h. wir werden – bei beliebigen Ausdrücken – zunächst die Extensionen (in Abhängigkeit von der jeweiligen Situation) ermitteln und dann die Intension als diejenige Funktion bezeichnen, die jeder Situation *s* die Extension an *s* zuordnet. Die Extensionen selbst werden wir unabhängig, im Wesentlichen anhand von Kompositionalitätserwägungen bestimmen – ganz so wie die Inhalte. Die allgemeine Vorgehensweise wird im folgenden Kapitel zunächst anhand sehr einfacher Beispiele illustriert.

A1 Sätze, bei denen die zeitliche Bezugnahme neutralisiert ist, bezeichnet man auch als *ewige* Sätze.

a) Inwiefern ist (6) kein ewiger Satz?

b) Finden Sie einen ewigen Satz, bei dem auch die räumliche Bezugnahme neutralisiert ist.

A2 Diskutieren Sie anhand von Beispielen, was dagegen spricht, dass es Sätze gibt, die nur auf ein oder zwei Situationen zutreffen.

A3 Die folgenden Sätze besagen offenbar das genaue Gegenteil von einander; der eine *negiert* den anderen:

(+) **Ein Bauer kauft einen Esel.**

(–) **Kein Bauer kauft einen Esel.**

a) Inwiefern unterscheidet sich die Sinnrelation der Negation von der Inkompatibilität?

b) Stellen Sie das mengentheoretischen Verhältnis zwischen (+) und (–) mit einem Venn-Diagramm dar.

A4 Die leere Menge Ø ist ebenso eine Proposition wie der Logische Raum *LR* aller möglichen Situationen; denn beide sind Mengen, die ausschließlich aus (möglichen) Situationen bestehen.

a) Finden Sie einen Satz, der Ø (als Proposition) ausdrückt.

b) Finden Sie einen Satz, der *LR* (als Proposition) ausdrückt.

A5 Suchen Sie alle Vorkommen des Wortes *Konjunktion* in Abschnitt 1.6 heraus und entscheiden Sie jedes Mal, ob der Terminus im syntaktischen oder im logisch-semantischen Sinn gebraucht wird.

A6 Nehmen Sie – nur für den Zweck dieser Übung – an, dass die Negation **nicht** ganze Sätze modifizieren kann, wie in:

es regnet nicht, **Heinz kennt Gaby nicht**, etc.

Beschreiben Sie die Bedeutung von **nicht** unter Zuhilfenahme von Venn-Diagrammen. Versuchen Sie, dabei möglichst parallel zu der obigen Analyse der koordinierenden Konjunktionen vorzugehen.

A7 Zeigen Sie, dass der Schnitt zweier verschiedener charakteristischer Funktionen über einer Grundmenge keine charakteristische Funktion über dieser Grundmenge ist.

A8 Wenn x und y beliebige (nicht notwendigerweise voneinander verschiedene) Objekte sind, ist das *Kuratowski-Paar aus x und y* die Menge $\{\{x,y\},\{x\}\}$. Zeigen Sie, dass diese Menge alles erfüllt, was man von einem Paar (x,y) erwartet:

(a) wenn $\{\{x,y\},\{x\}\} = \{\{x',y'\},\{x'\}\}$, dann ist $x = x'$ und $y = y'$;

(b) wenn $x \neq y$, dann ist $\{\{x,y\},\{x\}\} \neq \{\{y,x\},\{y\}\}$;

(c) $\{\{x,x\},\{x\}\} \neq \{x\}$.

Hinweis:
Neben dem Extensionalitätsprinzip geht bei (c) auch das *Fundierungsprinzip* ein, nach dem (unter anderem) keine Menge Element von sich selbst sein kann.

2. *Prädikation und Abstraktion*

Nachdem wir eine hinreichend klare Vorstellung davon gewonnen haben, was Sätze als Ganze bedeuten, wenden wir uns jetzt ihren Teilen zu. Wie schon weiter oben angekündigt, werden wir dabei quasi von oben herab steigen und von den Bedeutungen ganzer Sätze zunächst auf die Bedeutungen der *unmittelbaren* Satzteile schließen, sodann auf die Bedeutungen von deren unmittelbaren Teilen usw. – bis wir schließlich zu den Wortbedeutungen gelangen. Dabei werden wir die für Satzbedeutungen entwickelte Begriffsbildung auf beliebige Teile erweitern und Bedeutungen mit *Intensionen* gleichsetzen – Funktionen, die jeweils für eine gegebene Situation eine *Extension* festlegen, die dann ihrerseits den Sachbezug des Ausdrucks für diese Situation herstellen. Zudem gehen wir (bis auf Weiteres) davon aus, dass sich diese Extensionen *kompositionell* verhalten und sich somit die Extensionen komplexer Ausdrücke aus denen ihrer unmittelbaren Teile ermitteln lassen; auch diese Vorgehensweise hatten wir bereits am Ende des vorangehenden Kapitels bei der Deutung der Satzkoordinationen exemplarisch kennen gelernt. Wie dort werden wir auch im vorliegenden Kapitel Sätze zunächst in ihre unmittelbaren Teile zerlegen und für die diese unmittelbaren Teile Extensionen angeben, die sich so kombinieren lassen, dass sich am Ende die Wahrheitswerte der Sätze ergeben.

Den Ausgangspunkt werden also die im vorangehenden Kapitel eingeführten Satzextensionen – die Wahrheitswerte – bilden, die wir aus den Satzteilen zu ermitteln versuchen. Was immer die Extensionen der Teile eines gegebenen komplexen Ausdrucks sein mögen, sie müssen sich dem Kompositionalitätsprinzip zufolge zur Extension des Gesamtausdrucks ‘aufaddieren’. Diese simple vortheoretische Beobachtung wird sich, wie wir bald sehen werden, als außerordentlich fruchtbar erweisen, weil sie es in vielen Fällen gestattet, Extensionen durch *Differenzbildung* zu konstruieren. Wie das genau geht, werden wir in Abschnitt 2.2 sehen. Zuvor müssen wir jedoch einen geeigneten Ausgangspunkt finden. Dieser wird in der aus semantischer Sicht (neben den bereits besprochenen Satzkoordinationen) einfachsten Konstruktion bestehen, der *(elementaren) Prädikation*.

2.1 Eigennamen

Wir beginnen mit dem folgenden, aus semantischer Sicht maximal einfachen Beispiel:

(1) **Olaf hat Husten.**

Was den Satz (1) so einfach macht, ist der Umstand, dass einer seiner unmittelbaren Teile – das Subjekt – ein Eigenname ist. Wir werden solche Sätze als (Subjekt-) *Prädikationen* bezeichnen.[1] Auch komplexere Sätze wie (2) sind Prädikationen. (3) und (4) sind dagegen keine Prädikationen, obwohl sie Eigennamen enthalten, aber eben nicht als *unmittelbare* Teile.

(2) **Erna trifft einen Bekannten, den sie lange nicht mehr gesehen hat.**
(3) **Jeder kennt Otto.**
(4) **Heinz schläft, und Gaby arbeitet.**

Die Zerlegungen von (1) und (2) in ihre unmittelbaren Teile sind offenkundig:

(1') **Olaf hat Husten**

(2') **Erna trifft einen Bekannten, den sie lange nicht mehr gesehen hat**

[1] Der Begriff stammt aus der Logik, wo er in einem etwas weiteren Sinne gebraucht und rein semantisch definiert wird.

Semantisch gesehen unterscheiden sich (1) und (2) also nur unwesentlich: beide sind Prädikationen, d.h. sie bestehen aus einem Prädikat und einem Eigennamen an Subjektstelle. In beiden Fällen muss sich dem Kompositionalitätsprinzip zufolge die Satzextension auf dieselbe Art und Weise aus den Extensionen des Subjekts und des Prädikats ergeben. Solange wir nur an der Prädikation interessiert sind, verlieren wir nichts, wenn wir uns uns auf den kürzeren Satz (1) konzentrieren. Die Analyse von (2) ist vollkommen analog; Sätze wie (3) werden wir uns dagegen erst im folgenden Kapitel vorknöpfen.

Dem Kompositionalitätsprinzip zufolge muss irgendeine der Prädikation (als Konstruktion) entsprechende Kombination von Extensionen die folgenden beiden Bestandteile zur Satzextension $[\![(1)]\!]^{s*}$ 'verschmelzen' – also zum Wahrheitswert des Satzes (1) in einer (beliebig gegebenen) Situation $s*$:

- $[\![\textbf{Olaf}]\!]^{s*}$, die Extension des Subjekts **Olaf** (in $s*$)
- $[\![\textbf{hat Husten}]\!]^{s*}$, die Extension des Prädikats **hat Husten** (in $s*$)

Wir wissen zwar, was das Ergebnis des Zusammenwirkens dieser Bestandteile ist, nämlich $[\![(1)]\!]^{s*}$,[2] aber die Bestandteile selbst kennen wir bislang ebenso wenig wie die semantische Operation, die sie miteinander verschmilzt. Letztere wird sich wieder praktisch von selbst ergeben, wenn wir erst einmal die beiden zu kombinierenden Bestandteile kennen. Den deplorablen Stand unseres derzeitigen Wissens um die kompositionelle Deutung von (1) können wir uns wie folgt veranschaulichen:

(1")

$$[\![\textbf{Olaf hat Husten}]\!]^{s*}$$

$$[\![\textbf{Olaf}]\!]^{s*} = \textbf{?}_1 \qquad [\![\textbf{hat Husten}]\!]^{s*} = \textbf{?}_2$$

Wir werden im Laufe dieses Kapitels beide Fragezeichen eliminieren. Anfangen werden wir dabei mit dem linken, $\textbf{?}_1$. Ist das erste Fragezeichen erst einmal abgebaut, werden wir im nächsten Abschnitt eine Methode kennenlernen, die es uns gestattet, die Prädikatsextension systematisch herzuleiten.

Eine einfache Plausibilitätsüberlegungen führt unmittelbar auf eine 'minimalistische' Antwort auf die Frage nach der Extenison von **Olaf**. Da die Extension dasjenige Objekt sein soll, das den Sachbezug eines Ausdrucks herstellt, liegt es nahe, die Extension eines Namens mit seinem *Träger* zu identifizieren:

(5a) $[\![\textbf{Olaf}]\!]^{s*}$ = Olaf;

(b) $[\![\textbf{Maria}]\!]^{s*}$ = Maria;

(c) $[\![\textbf{Berlin}]\!]^{s*}$ = Berlin;
etc.

2 Genauer gesagt wissen wir , dass die Extension von (1) der Wahrheitswert von (1) in $s*$ ist; dieses Wissen reicht für die folgenden semantischen Erwägungen aus. Um welchen Wahrheitswert (1 oder 0) es sich dabei handelt , wissen wir allerdings nur, wenn wir die Einzelheiten der Situation $s*$ genügend kennen, was wiederum davon abhängt, wie uns $s*$ gegeben ist – etwa durch Beschreibung, Erinnerung, Beobachtung etc.

In (5) ist s^* eine beliebige Situation im Logischen Raum, von der die dort angegebenen Extensionen der Eigennamen aber nicht wirklich abhängen. Eigennamen verhalten sich in dieser Hinsicht also wie die logischen Wörter **und** und **oder** und anders als etwa die meisten Sätze, deren Wahrheitswerte ja in der Regel von der in ihnen beschriebenen Situation abhängen. Auf den ersten Blick könnte diese in (5) angenommene Situationsunabhängigkeit insofern problematisch wirken, als ja in verschiedenen Situationen verschiedene Individuen (Personen, Städte, …) Träger eines gegebenen Namens sein können. Doch dieser Eindruck ist trügerisch. Denn zum Einen gehen wir davon aus, dass ein Name jeweils nur einen Träger hat. Natürlich heißen zahlreich Personen **Hans** oder auch **Hans Müller**, und natürlich gibt es mehr als einen Ort namens **Berlin** oder **Frankfurt**. Aber in diesen Fällen unterstellen wir, dass es sich bei den jeweiligen Namen um mehrdeutige Formen (Homonyme) handelt, die prinzipiell – etwa durch Indizierung – unterschieden werden müssten. In diesem Sinne gibt es in jeder Situation nur einen Träger des Namens **Frankfurt** in der Lesart $\textbf{Frankfurt}_{\mathrm{Main}}$. Zum Anderen ist die Tatsache, dass es z.B. kontrafaktische Situationen s^* gibt, in denen die Vornamen meiner Söhne vertauscht sind, für die Ermittlung der Extension der Namen unerheblich. Denn die Extension ist das Objekt, auf das wir uns *tatsächlich* mit dem Namen beziehen, wenn wir von der betreffenden Situation s^* sprechen. Welche Sprache in s^* gesprochen wird, ja ob dort überhaupt eine Sprache gesprochen wird, spielt dafür keine Rolle: wenn etwa in so einem kontrafaktischen s^* <u>Alain</u> seinen Bruder ruft, dann täte er dies durch eine Äußerung der Lautfolge **Alain!** und <u>Tom</u> könnte ein genervtes **Was ist denn, Tom?** erwidern. Die unterstrichenen Vorkommen der beiden Namen zeigen, dass wir uns – trotz der Namensvertauschung in s^* – auf die beiden mit ihren tatsächlichen Namen beziehen und diese dementsprechend die Extensionen der (tatsächlichen) Namen in s^* sind.[3]

In (5) werden exemplarisch die *Extensionen* $[\![NN]\!]^{s^*}$ einzelner Eigennamen *NN* für eine (beliebige) Situation s^* aufgelistet: *NN* = **Olaf**, *NN* = **Maria**, *NN* = **Berlin**, etc. Wie bei jedem Ausdruck weist nun die *Intension* des Namens $[\![NN]\!]$ jeder Situation die entsprechende Extension zu:

Situation	*Extension*
s_0	$[\![NN]\!]^{s_0}$
s_1	$[\![NN]\!]^{s_1}$
s_2	$[\![NN]\!]^{s_2}$
…	…

Tab.2.1: Tabellendarstellung der Intension $[\![NN]\!]$ eines Eigennamens NN

Da nun aber die Extension eines Eigennamens – wie wir gerade gesehen haben – unabhängig von der betrachteten Situation ist, sind die Werte in der in rechten Spalte

3 Eigentlich haben wir damit nur gezeigt (oder zumindest plausibel gemacht), dass es bei der Identifikation der Extension eines Namens in einer kontrafaktischen Situation nicht darauf ankommt, wer in der betreffenden Situation Träger des Namens ist. Daraus folgt noch nicht, dass es stattdessen stets nur darauf ankommt, wer der tatsächliche Namensträger ist: vielleicht gibt es ja ganz andere Kriterien, nach denen die Extension eines Namens für eine kontrafaktische Situation bestimmt wird. In der Tat ist Frege (in einer berühmt-berüchtigten Fußnote seines Aufsatzes *Über Sinn und Bedeutung*) davon ausgegangen. Grob gesprochen hat er unterstellt, dass es auf die Kriterien ankommt, die der Sprecher für die Identifikation des Namensträgers heranzieht. Freges Unterstellung gilt allgemein als problematisch; wir schließen uns stattdessen der populäreren, in Saul Kripkes Werk *Naming and Necessity* (1972) formulierten Gegenposition an.

von Tab. 2.1 untereinander stets gleich: $\llbracket NN \rrbracket^{s_0} = \llbracket NN \rrbracket^{s_1} = \llbracket NN \rrbracket^{s_2} = \dots$ In Tabellenform sieht die Intension des Namens **Olaf** entsprechend wie folgt aus:

Situation	*Extension*
s_0	Olaf
s_1	Olaf
s_2	Olaf
…	…

Tab.2.2: Tabellendarstellung von $\llbracket \textbf{Olaf} \rrbracket$

Wie im Fall der logischen Wörter hat die Unabhängigkeit der Extension eines Eigennamens von der jeweils betrachteten Situation zur Folge, dass seine Intension eine *konstante Funktion* ist, die jedem Punkt im Logischen Raum denselben Wert zuweist, nämlich den Träger des Namens:

(6a) $\llbracket \textbf{Olaf} \rrbracket$ = diejenige Funktion f mit Definitionsbereich LR, so dass für jedes $s \in LR$ gilt: $f(s) = \llbracket \textbf{Olaf} \rrbracket^{s}$ = Olaf;

(b) $\llbracket \textbf{Maria} \rrbracket$ = diejenige Funktion f mit Definitionsbereich LR, so dass für jedes $s \in LR$ gilt: $f(s) = \llbracket \textbf{Maria} \rrbracket^{s}$ = Maria;

(c) $\llbracket \textbf{Berlin} \rrbracket$ = diejenige Funktion f mit Definitionsbereich LR, so dass für jedes $s \in LR$ gilt: $f(s) = \llbracket \textbf{Berlin} \rrbracket^{s}$ = Berlin;

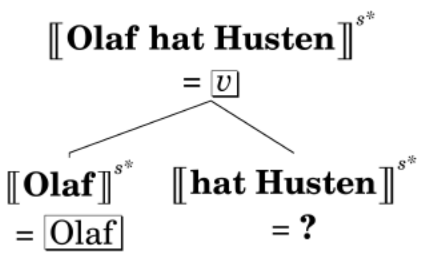
etc.

Wie die im letzten Kapitel angegebenen Gleichungen (35) zur Deutung der Konjunktionen **und** und **oder** ist auch (6) als Teil Spezifikation der lexikalischen Semantik des Deutschen zu verstehen. Die eigentlichen semantischen Regeln bestehen dabei in den Gleichungen, die für jeden Namen explizit dessen Intension angeben. Die vorangehende Erläuterung, nach der es sich bei der Extension um den jeweiligen Namensträger handelt, soll nur das intuitive Verständnis fördern. Es handelt sich dabei nicht um eine semantische Regel; denn wer oder was der Namensträger ist, sollte sich – wie der Sachbezug im allgemeinen – erst aus der Namensintension ergeben, der in dieser Regel zu definieren ist. Eine definitorische Rückführung der Intension auf den Namensträger wäre demnach hoffnungslos zirkulär. Dennoch ist es üblich, statt der in (6) angegebenen Gleichungen die allgemeine Festlegung zu treffen, dass die Extension eines Namens sein Träger ist. Damit spart man sich die redundant wirkenden Gleichungen.

2.2 Subjekt-Prädikation

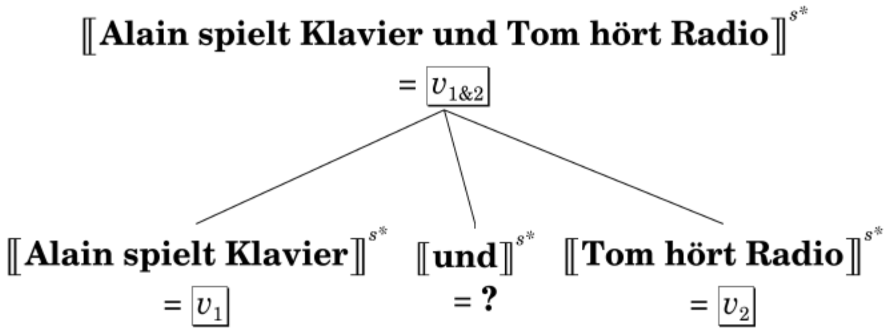
Mit (6) haben wir unsere Wissenslücken hinsichtlich der Interpretation von (1) deutlich reduziert:

(7)



In (7) ist v der Wahrheitswert von (1) in der Situation $s^*\in LR$: $v = 1$ gdw. Olaf in s^* Husten hat. Um nun auch noch das verbleibende Fragezeichen zu eliminieren, werden wir das Kompositionalitätsprinzip unterstellen und sozusagen rückwärts anwenden. Nach dem Kompositionalitätsprinzip ergibt sich der Wahrheitswert v durch Kombination der Extension des Subjekts mit der Extension des Prädikats. Um letztere zu ermitteln, verwenden wir dassselbenVerfahren wie bei der Bestimmung der Extensionen koordinierender Konjunktionen im vorangehenden Kapitel. In der oben verwendeten Notation stellt sich die damalige Ausgangssituation folgendermaßen dar:

(8)



Die Lösung bestand darin, zunächst die systematische *Abhängigkeit* des Werts v_{1+2} von den Werten v_1 und v_2 festzuhalten. Um diese Abhängigkeit zu erkennen, haben wir von den konkreten, für die jeweiligen Sätze in der betrachteten Situation ermittelten Werte *abstrahiert* und beliebige alternative Extensionen für die Teilsätze betrachtet – was nicht sonderlich schwer war, da ja pro Teilsatz nur die beiden Wahrheitswerte 0 und 1 als alternative Extensionen in Frage kamen. Für jede der insgesamt vier Kombinationen dieser beiden Extensionen – (v_1,v_2) = (0,0), (0,1,), (1,0) bzw. (1,1) – ergibt sich dann ein anderer Wahrheitswert: $v_{1\&2}$ = 0, 0, 0 bzw. 1. Da diese funktionale Abhängigkeit der Gesamt-Extension offenbar der Beitrag der Konjunktion **und** ist, lag es nahe, sie selbst als ihre Extension aufzufassen, also die Funktion, die den Extensionen der beiden anderen Teile jeweils die resultierende Extension des Gesamtsatzes zuweist. Diese Vorgehensweise hilft auch im Fall von (7) herauszufinden, für welche Extension das Fragezeichen stehen könnte. Denn auch hier hängt die Extension des Gesamtausdrucks – der Wahrheitswert des Satzes – davon ab, was die Extension des anderen Teils ist – wer also der Träger des Namens ist, der an Subjektstelle steht. Wenn nämlich dieser Namensträger in der betrachteten Situation s^* Husten hat, ist der Satz wahr und hat somit 1 als Extension (in s^*); andernfalls ist seine Extension 0. Die Abhängigkeit des Wahrheitswertes vom Träger des Namens an der Subjektstelle lässt sich wieder in Form einer Tabelle darstellen. Wie diese Tabelle genau aussieht, hängt von den Einzelheiten der betrachteten Situation s^* ab. Wenn wir der Anschaulichkeit halber annehmen, dass Olaf und seine Schwester Maria einzigen Personen sind, die in s^* husten, erhalten wir den folgenden funktionalen Zusammenhang:

Namensträger	*Wahrheitswert*
Maria	1
Fritz	0
Olaf	1
…	…

Tab.2.3: $[\![(1)]\!]^{s^*}$ *in Abhängigkeit von der Extension des Sujbekts*

Der Tabelle 2.3 ist zu entnehmen, wie die Extension eines Satzes der Gestalt *NN* **hat Husten** in der Situation s^* von der des Subjekts abhängt. Wenn man also die Letztere kennt, kann man Erstere aus ihr ermitteln. Damit eignet sich diese Tabelle als Darstellung der Extension des Prädikats, die ja – dem Kompositionalitätsprinzip für Extensionen zufolge – gemeinsam mit der Subjektsextension die Satzextension determinieren soll. Danach ist die Extension des Prädikats (in s^*) eine Funktion f, die jedem Namensträger x einen Wahrheitswert $f(x)$ zuordnet – und zwar je nach dem, ob x (in s^*) Husten hat:

(9a) $[\![\textbf{hat Husten}]\!]^{s^*}(x) = \begin{cases} 1, \text{ falls } x \text{ in } s^* \text{ Husten hat;} \\ 0 \text{ sonst.} \end{cases}$

(9a) erklärt für jeden Namensträger x, welchen Funktionswert ihm die Prädikatsextension zuweist. Wir gehen davon aus, dass jede Person, jeder Ort, jeder Gegenstand etc. – kurz: jedes Individuum – prinzipiell einen Namen tragen könnte und insofern als mögliches x in Frage kommt. Das Gleichungsschema (9a) legt damit die eine Funktion fest, deren Argumentbereich aus allen Individuen besteht und deren Werte jeweils einer der beiden Wahrheitswerte sind, also 0 oder 1. Damit erweist sich die Extension des Prädikats **hat Husten** als eine charakteristische Funktion einer Menge M. Da diese Funktion einem Argument x genau dann die 1 zuweist, wenn x Husten in der Situation s^* hat, sind die Elemente von M gerade diejenigen Personen, die in s^* Husten haben. Nach unseren Annahmen über s^* heißt dies insbesondere, dass Maria $\in M$, Olaf $\in M$, aber Fritz $\notin M$. Dargestellt als Liste hätte also M die Form: {Maria, Olaf, … }. Wie dabei die drei Punkte auszufüllen sind, hängt von den Details der Situation s^* ab, die wir nicht kennen (weil wir sie nicht genau festgelegt haben). Es gibt allerdings eine andere, ebenso gebräuchliche Bezeichnungsweise für Mengen, mit der wir M ganz genau charakterisieren können, nämlich als: $\{x \mid x$ hat in s^* Husten$\}$. Dabei verwenden wir statt der bisher benutzten Listennotation die sogenannte *Mengenabstraktion*, bie der die Mengenbezeichnung ebenfalls in Klammern gesetzt wird, zwischen denen aber statt einer Auflistung der Elemente eine *abstrahierte* Variable und eine (durch einen Längsstrich abgetrennte) *Bedingung* stehen. Allgemeiner:

D2.1 $\{x \mid \ldots x \ldots\}$ ist die Menge, deren Elemente gerade die x sind, für die $\ldots x \ldots$ gilt.

Die in D2.1 definierte Notation ist schematisch zu verstehen und muss im konkreten Fall aufgelöst werden, wenn klar ist, wofür die Auslassungspunkte stehen. In unserem Fall steht '… x …' gerade für: 'x hat in s^* Husten'.

Für den Fall, dass die Bedingung '…x…' die Gestalt '$x \in A$' hat (wobei A irgendeine Menge ist), folgt aus D2.1 unmittelbar, dass die durch diese Abstraktion definierte Menge mit der Menge A zusammenfällt; denn nach 2.1 gilt $x \in \{x \mid x \in A\}$ für beliebige x gerade dann, wenn $x \in A$, was nach dem Extensionalitätsprinzip heiß, dass $\{x \mid x \in A\} = A$. Dieser elementare Zusammenhang, von dem wir gelegentlich Gebrauch machen werden, hat einen eigenen Namen:

Komprehensionsprinzip
Für alle Mengen A gilt: $\{x \mid x \in A\} = A$.

Die obige Bestimmung der Prädikatsextension hängt offenbar nicht von unserem konkreten Beispiel ab; ganz allgemein sind Prädikatsextensionen charakteristische Funktionen. So charaktersiert die Extension von **ist eine Insel** für eine gegebenen Situation die Menge der Inseln in dieser Situation; die Extension von **schläft** ist die charakteristischen Funktion der in der gegebenen Situation schlafenden Lebewesen usw.:

(9b) $[\![\textbf{ist eine Insel}]\!]^{s^*}(x) = \begin{cases} 1, \text{ falls } x \text{ in } s^* \text{ eine Insel ist;} \\ 0 \text{ sonst.} \end{cases}$

(c) $[\![\textbf{schläft}]\!]^{s^*}(x) = \begin{cases} 1, \text{ falls } x \text{ in } s^* \text{ schläft;} \\ 0 \text{ sonst.} \end{cases}$

Die Fallunterscheidungen in den Gleichungen (9) lässt sich durch einen notationellen Kniff vermeiden, indem wir uns direkt auf den Wahrheitswert einer gegebenen Aussage beziehen:[4]

D2.2 Wenn φ eine Aussage ist, dann ist $\vdash \varphi \dashv$ der Wahrheitswert von φ; d.h.:

- $\vdash \varphi \dashv = 1$, falls φ der Fall ist; und
- $\vdash \varphi \dashv = 0$ sonst.

Mit dieser Notation lassen sich die Gleichungen in (9) folgendermaßen vereinfachen:

(10a) $[\![\textbf{hat Husten}]\!]^{s^*}(x) = \vdash x$ hat in s^* Husten $\dashv$;

(b) $[\![\textbf{ist eine Insel}]\!]^{s^*}(x) = \vdash x$ ist eine Insel in $s^* \dashv$;

(c) $[\![\textbf{schläft}]\!]^{s^*}(x) = \vdash x$ schläft in $s^* \dashv$.

Da Mengen von Indidividuen und ihre charakteristischen Funktionen in einer Eins-zu-eins-Beziehung zueinander stehen, werden wir gelegentlich von der *als Menge aufgefassten Extension* des Prädikats sprechen und sie mit einer eigenen Notation bedenken:

(11a) $\downarrow[\![\textbf{hat Husten}]\!]^{s^*} = \{x \mid x$ hat in s^* Husten$\}$;

(b) $\downarrow[\![\textbf{ist eine Insel}]\!]^{s^*} = \{x \mid x$ ist eine Insel in $s^*\}$;

(c) $\downarrow[\![\textbf{schläft}]\!]^{s^*} = \{x \mid x$ schläft in $s^*\}$.

Für den allgemeinen Fall lässt sich die in (11) verwendete Notation wie folgt definieren:

D2.3 Wenn f eine charakteristische Funktion ist, dann bezeichnet '$\downarrow f$' die durch Menge f charakterisierte Menge:

- $\downarrow f = \{x \mid f(x) = 1\}$.

Die Gleichungen (9)–(11) übertragen sich natürlich von der wahllos aus dem Logischen Raum herausgegriffenen Situation s^* auf beliebige solche Situationen. Damit liegen auch die *Intensionen* der Prädikate fest; denn diese weisen ja gerade beliebigen Situationen die analog zu (10) zu bestimmenden Extensionen zu. Wendet man etwa $[\![\textbf{hat Husten}]\!]$ – also die Intension des Prädikats **hat Husten** – auf eine eine Situation $s \in LR$ an, ist der Funktionswert $[\![\textbf{hat Husten}]\!](s)$ gerade die Extension $[\![\textbf{hat Husten}]\!]^{s}$, die wiederum nach (bzw. analog zu) der Gleichung (10a) jedem Individuum x den Wahrheitswert 1 zuordnet, wenn x in s hustet. Ganz allgemein ergibt sich so für beliebige Situationen s und Individuen x:

(12a) $[\![\textbf{hat Husten}]\!](s)(x) = \vdash x$ hat in s Husten $\dashv$;

(b) $[\![\textbf{ist eine Insel}]\!](s)(x) = \vdash x$ ist eine Insel in $s \dashv$;

(c) $[\![\textbf{schläft}]\!](s)(x) = \vdash x$ schläft in $s \dashv$..

4 M.a.W.: $\vdash \varphi \dashv$ ist derjenige Wahrheitswert, der genau dann mit 1 identisch ist, wenn φ.

Nach (12c) ist z.B. $[\![\textbf{schläft}]\!]$ eine Funktion f, die jedem s eine Funktion f' zuweist, die jedem x einen gewissen Wahrheitswert zuweist – nämlich 1, wenn x in s schläft, und 0 sonst: $f(s) = f'$, und $f'(x) = \vdash x$ schläft in $s \dashv$. Damit liegen die Funktionswerte der drei drei Beispiels-Prädikate für jedes Argument $s \in LR$ fest – und somit auch die Intensionen selbst.[5]

Mit (10a) ist das Fragezeichen in (7) eliminiert und die noch unbekannte Prädikatsextension bestimmt, und zwar als eine (charakteristische) Funktion. Damit beantwortet sich auch unmittelbar die Frage, wie sich die Extension des gesamten Satzes aus denen seiner unmittelbaren Teile ergibt: die vom Prädikat beigesteuerte Funktion wird auf das vom Subjekt beigesteuerte Argument angewandt, und der daraus resultierende Funktionswert ist der Satzinhalt. Es handelt sich also um die auch schon für die Satzkoordination einschlägige *Funktionalapplikation*: $[\![S]\!]^{s^*} = [\![P]\!]^{s^*}([\![N]\!]^{s^*})$.[6] Und wiederum überträgt sich diese Gleichung von der ursprünglich betrachteten Situation s^* auf den gesamten Logischen Raum:

(13) *Kompositionelle Bestimmung der Extension von Subjekt-Prädikationen*
Wenn S ein Satz mit einem Prädikat P und einem Eigennamen N als Subjekt ist, dann gilt für alle $s \in LR$:

$$[\![S]\!]^{s} = [\![P]\!]^{s}([\![N]\!]^{s}).$$

Aus (12) lässt sich schließen, wie sich die durch den Satz ausgedrückte Proposition – also seine (als Menge aufgefasste) Intension – aus den Intensionen seiner Teile ergibt. Den Nachweis dafür heben wir uns bis zum Schluss des Kapitels auf.

2.3 Abstraktion

Um die Extension des Prädikats zu bestimmen, genügte es nicht, nur den Beitrag des Namensträgers zu betrachten. Stattdessen hatten wir in Tabelle 2.3 *Alternativen* zu Olaf, also andere Namensträger, herangezogen und ihren Beitrag zum resultierenden Wahrheitswert ermittelt. Dieses Vorgehen lässt sich schematisch folgendermaßen zusammenfassen:

(14) *Bestimmung der Prädikatsextension*

- <u>Ausgangssituation</u>
  bekannt: Satz- und Subjektsextension ; *gesucht*: Prädikatsextension:

$[\![\textbf{Maria hat Husten}]\!]^{s^*} = 1$: $[\![\textbf{Maria}]\!]^{s^*}$ = Maria, **?** , $[\![\textbf{Fritz hat Husten}]\!]^{s^*} = 0$: $[\![\textbf{Fritz}]\!]^{s^*}$ = Fritz, **?** , $[\![\textbf{Olaf hat Husten}]\!]^{s^*} = 1$: $[\![\textbf{Olaf}]\!]^{s^*}$ = Olaf, **?** ,…

- <u>Konstruktion</u>
  Man ersetze das **?** durch die Funktion, die dem jeweiligen Subjektsinhalt den jeweiligen Satzinhalt zuordnet:

---

5 Ganz allgemein lässt sich jede Funktion eindeutig durch die von ihr zugeordneten Argument-Wert-Paare charakterisieren. Das ergibt sich aus dem mengentheoretischen Funktionsbegriff und dem Extensionalitätsprinzip

6 Im Unterschied zum Prädikatsinhalt sind die dort betrachteten mengentheoretischen Funktionen (Schnitt und Vereinigung) allerdings *zweistellig*, d.h. ihre Argumente sind jeweils geordnete Paare (in dem Fall von Propositionen). Daher der Notationsunterschied: der Wert der Schnittbildung für das aus den Propositionen p und q bestehende Paar wird traditionell '$p \cap q$' geschrieben – statt '$\cap (p,q)$' in Analogie zu anderen (einstelligen) Funktionen.

[Satzextension]

[Subjektsextension]

Maria	1
Fritz	0
Olaf	1
…	…

Auf diese Weise ergibt sich nicht nur eine einheitliche Prädikatsextension für alle Prädikationen mit dem Prädikat **hat Husten**. Die Satzextension ergibt sich auch kompositionell – per Funktionalapplikation – aus den jeweiligen Subjektsextensionen und dieser gemeinsamen Prädikatsextension.

Das zur Bestimmung der Prädikatsextension angewandte Verfahren (14) ist sehr allgemein und lässt sich nicht nur auf Prädikationen mit beliebigen Prädikaten anwenden, sondern auch auf eine Vielzahl anderer Konstruktionen. Wir werden es immer dann heranziehen, wenn wir es mit einer grammatischen Konstruktion zu tun haben, die zwei Ausdrücke miteinander verbindet, wobei sowohl die Extensionen der Gesamtausdrücke als auch die von jeweils einem der Teile – also der jeweiligen linken oder der jeweiligen rechten Teilausdrücke – bekannt sind. Die in (14) dargestellte Vorgehensweise gestattet es dann in der Regel, die Extension des anderen, noch unanalysierten Teils zu konstruieren:

(15) *Bestimmung unbekannter Extensionen von Teilausdrücken*

- Ausgangsituation
  bekannt ( ): Extensionen der Gesamtausdrücke und der linken Teilausdrücke; *gesucht* (**?**): Extension des rechten Teils:

$$[\![\textit{Gesamtausdruck}_1]\!]^s\ \checkmark \qquad\qquad [\![\textit{Gesamtausdruck}_2]\!]^s\ \checkmark$$

$$[\![\textit{linker Teil}_1]\!]^s \checkmark \quad [\![\textit{rechter Teil}_1]\!]^s\ \mathbf{?},\ [\![\textit{linker Teil}_2]\!]^s \checkmark \quad [\![\textit{rechter Teil}_2]\!]^s\ \mathbf{?}, \ldots$$

- Konstruktion
  Man ersetze das **?** durch die Funktion, die den bekannten Extensionen der linken Teile die jeweiligen Extension des Gesamtausdrucks zuordnet:

$$[\![\textit{Gesamtausdruck}_n]\!]^s\ \checkmark$$

$$[\![\textit{linker Teil}_n]\!]^s\ \checkmark$$

$[\![\textit{linker Teil}_1]\!]^s$	$[\![\textit{Gesamtausdruck}_1]\!]^s$
$[\![\textit{linker Teil}_2]\!]^s$	$[\![\textit{Gesamtausdruck}_2]\!]^s$
…	…
$[\![\textit{linker Teil}_n]\!]^s$	$[\![\textit{Gesamtausdruck}_n]\!]^s$
…	…

✓

Natürlich lässt sich das Verfahren auch anwenden, wenn es der linke Teil ist, dessen Extension nicht bekannt ist; wir werden im nächsten Abschnitt einen solchen Fall kennen lernen. Und es lässt sich auch dann anwenden, wenn die grammatische Konstruktion mehr als einen Teilausdruck betrifft, solange es nur einen Teil gibt, dessen Extension noch nicht bekannt ist.[7] So hatten wir im vorangehenden Kapitel die

[7] Das heißt, es ist nicht bekannt, was für eine *Art* von Objekt den kompositionellen Beitrag zur

Satzkoordination als ternäre Konstruktion analysiert und von zwei der drei Teilausdrücken vorausgesetzt, dass ihre Extensionen wie die des Gesamtausdrucks Wahrheitswerte waren. Im Nachhinein erweist sich die dort gegebene Analyse der Konjunktionen **und** und **oder** als Variante des in (14) gegebenen Abstraktionsverfahrens der Ermittlung einer unbekannten Extension.

Die in (14) und (15) gegebene Konstruktion wird in der formalen Logik als *Funktionalabstraktion* bezeichnet, weil die unbekannte Extension konstruiert wird, indem man vom konkreten Beitrag der einzelnen bereits analysierten Teilausdrücke – in (14) waren dies die Eigennamen – *abstrahiert* und auf ein gemeinsames Muster, die konstruierte *Funktion* zurückführt. In gewisser Weise handelt es sich um die Umkehrung der Funktionalapplikation: wenn man die Applikation als eine Art Addition von Extensionen versteht, entspricht die Abstraktion einer Differenzbildung. Diese Art der Differenzbildung durch Funktionalabstraktion ist eines der wichtigsten Analyse-Instrumente der logischen Semantik. Vor allem ihre vielseitige Einsetzbarkeit motiviert die hier verfolgte Analyserichtung von oben nach unten, also vom Satz über seine unmittelbaren Teile und deren Teile bis hinunter zu den Wörtern.[8]

2.4 Objekt-Prädikation

Ein Vorzug der in (15) beschriebenen Strategie besteht darin, dass sie sich auch dann einsetzen lässt, wenn die im Sinne der Ausgangssituation bekannten Extensionen der Teile bereits selbst durch Funktionalabstraktion gewonnen wurden. Wenn man schon einmal weiß, dass es sich bei den Prädikatsextensionen um gewisse (charakteristische) Funktionen handelt, kann man dieses Wissen nutzbar machen, um die Extensionen der Teile komplexer Prädikate herzuleiten – so z.B. im folgenden Fall:

(16) **Fritz küsst Eike.**

Wir nehmen an, dass **Fritz** das Subjekt und somit (16) eine Prädikation ist. Die Zerlegung von (16) in seine Teile und Teilesteile ist wieder klar:

(17)

Die Extensionen der Gesamtaussage und der unmittelbaren Teile kennen wir schon:

(18a) $[\![(16)]\!]^{s^*} = \vdash$ Eike wird in s^* von Fritz geküsst $\dashv$

(b) $[\![\textbf{Fritz}]\!]^{s^*}$ = Fritz

(c)

$[\![\textbf{küsst Eike}]\!]^{s^*}$ =

Fritz	$\vdash$ Eike wird in s^* von Fritz geküsst $\dashv$
Maria	$\vdash$ Eike wird in s^* von Maria geküsst $\dashv$
Eike	$\vdash$ Eike küsst sich in s^* selbst $\dashv$
…	…
x	$\vdash$ Eike wird in s^* von x geküsst $\dashv$
…	…

Da es sich bei dem Prädikat um einen komplexen Ausdruck handelt, sollte sich seine Extension wieder kompositionell aus den Extensionen seiner unmittelbaren Teile

Extension des Gesamtausdrucks leistet. Als MuttersprachlerInnen sind uns die Bedeutungen natürlich insofern bekannt und vertraut, als wir implizit über sie verfügen.

8 Diese Strategie geht letztlich auf Gottlob Freges Aufsatz *Funktion und Begriff* (1891) zurück und erweitert das *Kontextprinzip* aus Freges *Grundlagen der Arithmetik* (1884), nach dem die Bedeutung eines Ausdrucks als sein Beitrag zur Satzbedeutung aufgefasst wird.

ergeben. Eine dieser Extensionen kennen wir bereits: die des Eigennamens **Eike**; denn wir gehen davon aus, dass diese Extension unabhängig davon ist, ob der Name an Subjekt- oder an Objektstelle steht:

(19) $[\![\textbf{Eike}]\!]^{s^*} = \text{Eike}$

Die Extension des transitiven Verbs **küsst** dagegen kennen wir noch nicht. Da wir aber sowohl die Extension (18c) des Gesamtprädikats als die Extension (19) des Objekts kennen, können wir jetzt die Funktionalabstraktion zum Einsatz bringen:

(20)

$[\![\textbf{küsst Eike}]\!]^{s^*}$ ✓

$[\![\textbf{küsst}]\!]^{s^*}$ **?** $\quad [\![\textbf{Eike}]\!]^{s^*}$ ✓

Zunächst müssen wir dazu wieder Ausdrucksalternativen betrachten, in denen der bereits analysierte Teil, also das Objekt **Eike**, durch andere bereits analysierte Ausdrücke derselben Art, also andere Eigennamen, ersetzt wird. Wir erhalten dann wie in (18c) jeweils Funktionen, die sich in Tabellenform darstellen lassen:

(21)

$[\![\textbf{küsst Fritz}]\!]^{s^*} =$

Fritz	⊦ Fritz küsst sich in s^* selbst ⊣
Maria	⊦ Fritz wird in s^* von Maria geküsst ⊣
Eike	⊦ Fritz wird in s^* von Eike geküsst⊣
…	…
y	⊦ Fritz wird in s^* von y geküsst ⊣
…	…

$[\![\textbf{küsst Maria}]\!]^{s^*} =$

Fritz	⊦ Maria wird in s^* von Fritz geküsst ⊣
Maria	⊦ Maria küsst sich in s^* selbst ⊣
Eike	⊦ Maria wird in s^* von Eike geküsst ⊣
…	…
y	⊦ Maria wird in s^* von y geküsst ⊣
…	…

$[\![\textbf{küsst Eike}]\!]^{s^*} =$

Fritz	⊦ Eike wird in s^* von Fritz geküsst ⊣
Maria	⊦ Eike wird in s^* von Fritz geküsst ⊣
Eike	⊦ Eike küsst sich in s^* selbst ⊣
…	…
y	⊦ Eike wird in s^* von y geküsst ⊣
…	…

…

$[\![\textbf{küsst } \mathit{NN}]\!]^{s^*} =$

Fritz	⊦ x wird in s^* von Fritz geküsst ⊣
Maria	⊦ x wird in s^* von Maria geküsst ⊣
Eike	⊦ x wird in s^* von Eike geküsst ⊣
…	…
y	⊦ y küsst sich selbst in s^* ⊣
…	…

y

…

Nach der allgemeinen Methode (15) lässt sich jetzt eine Funktion konstruieren, die den Extensionen der Objekte – also den Namensträgern – die jeweiligen Prädikatsextensionen in (21) zuweist; und diese Funktion ist dann die Extension des transitiven Verbs **küsst**:

(22)

$[\![\textbf{küsst}]\!]^{s^*}$ =

Fritz	Fritz	⊢ Fritz küsst sich in s^* selbst ⊣
	Maria	⊢ Fritz wird in s^* von Maria geküsst ⊣
	Eike	⊢ Fritz wird in s^* von Eike geküsst ⊣
	…	…
	x	⊢ Fritz wird in s^* von x geküsst ⊣
	…	…
	y	⊢ Fritz wird in s^* von y geküsst ⊣
	…	…
Maria	Fritz	⊢ Maria wird in s^* von Fritz geküsst ⊣
	Maria	⊢ Maria küsst sich in s^* selbst ⊣
	Eike	⊢ Maria wird in s^* von Eike geküsst ⊣
	…	…
	x	⊢ Maria wird in s^* von x geküsst ⊣
	…	…
	y	⊢ Maria wird in s^* von y geküsst ⊣
	…	…
Eike	Fritz	⊢ Eike wird in s^* von Fritz geküsst ⊣
	Maria	⊢ Eike wird in s^* von Fritz geküsst ⊣
	Eike	⊢ Eike küsst sich in s^* selbst ⊣
	…	…
	x	⊢ Eike wird in s^* von x geküsst ⊣
	…	…
	y	⊢ Eike wird in s^* von y geküsst ⊣
	…	…
…	…	
x	Fritz	⊢ x wird in s^* von Fritz geküsst ⊣
	Maria	⊢ x wird in s^* von Maria geküsst ⊣
	Eike	⊢ x wird in s^* von Eike geküsst ⊣
	…	…
	x	⊢ x küsst sich selbst in s^* ⊣
	…	…
	y	⊢ x wird in s^* von y geküsst ⊣
	…	…
…	…	
y	Fritz	⊢ y wird in s^* von Fritz geküsst ⊣
	Maria	⊢ y wird in s^* von Maria geküsst ⊣
	Eike	⊢ y wird in s^* von Eike geküsst ⊣
	…	…
	x	⊢ y wird in s^* von x geküsst ⊣
	…	…
	y	⊢ y küsst sich selbst in s^* ⊣
	…	…
…	…	

Die Tabelle mag unübersichtlich wirken, ist aber nach einem einfachen Prinzip aufgebaut. In der linken Spalte findet man die möglichen Objekts-Extensionen, denen jeweils rechts die entsprechende Prädikatsextension zugeordnet ist. Die semantische Kombination, die die in (22) dargestellte Funktion mit der Extension des Objekts verbindet, ist wieder die Funktionalapplikation:

(23) *Kompositionelle Bestimmung der Extension von Direkten-Objekts-Prädikationen*
Wenn P ein Prädikat bestehend aus einem transitiven Verb V und einem Eigennamen N als direktem Objekt ist, dann gilt für alle $s \in LR$:

$$[\![P]\!]^s = [\![V]\!]^s([\![N]\!]^s).$$

Mit der in (22) gegebenen Extension von **küsst** und der Kombination (23) lässt sich jetzt auf der Grundlage der in Abschnitt 2.2 entwickelten Deutung der Subjekts-Prädikation die Extension eines Satzes wie **Maria küsst Fritz** kompositionell herleiten:

(24) $[\![\textbf{Maria küsst Fritz}]\!]^{s^*}$

$\overset{(13)}{=}$ $[\![\textbf{küsst Fritz}]\!]^{s^*}([\![\textbf{Maria}]\!]^{s^*})$

$\overset{(5)}{=}$ $[\![\textbf{küsst Fritz}]\!]^{s^*}(\text{Maria})$

$\overset{(23)}{=}$ $[\![\textbf{küsst}]\!]^{s^*}([\![\textbf{Fritz}]\!]^{s^*})\,(\text{Maria})$

$\overset{(5)}{=}$ $[\![\textbf{küsst}]\!]^{s^*}(\text{Fritz})\,(\text{Maria})$

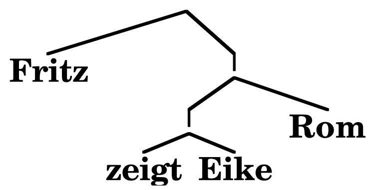
$\overset{(22)}{=}$ $\vdash$ Fritz wird in s^* von Maria geküsst $\dashv$

Die letzte Zeile dieser Gleichungen gilt, weil die in (22) dargestellte Funktion dem Namensträger Fritz (in der zweiten Zeile) eine Funktion zuordnet, die angewandt auf die Namensträgerin Maria den genannten Wahrheitswert ergibt. Man beachte, dass die Herleitung in (24) nur von den Gleichungen (5) [für die Eigennamen **Fritz** und **Maria**] und (22) [für das Verb **küsst**] sowie von den Kompositionsregeln (13) [für Subjekt-Prädikationen] und (23) [für die Objektanbindung] Gebrauch macht. Auf diese Weise wird erklärt, wie sich der Wahrheitswert des Satzes allein aufgrund allgemeiner Prinzipien aus den Extensionen seiner lexikalischen Teile und der grammatischen Konstruktion ergibt.

Die zur Ermittlung der Extensionen von Prädikaten und transitiven Verben verfolgte Strategie lässt sich auch auf Verben mit mehr als einem Objekt anwenden. So kann man den Inhalt des ditransitiven Verbs **zeigen** anhand von Beispielen wie (25) per Fuktionalabstraktion herleiten, wenn man die Struktur (26) zugrunde legt.

(25) **Fritz zeigt Eike Rom.**

(26)



Da das erweiterte Verb **zeigt Eike** sich in dem Sinne wie ein transitives Verb verhält, als es gemeinsam mit einem (Akkusativ-) Objekt ein Prädikat bilden kann, können wir davon ausgehen, dass seine Extension ähnlich wie der in (22) dargestellte Extension von **küsst** eine Funktion ist, die beliebigen Individuen Prädikatsextensionen zuweist. Dementsprechend lässt sich auf diesen Ausdruck die Methode (15) zur Bestimmung von Extensionen anwenden; denn neben der Extension des Gesamtausdrucks ist auch die des Objekts **Eike** bekannt. Als Ergebnis erhält man eine Funktion, deren tabellarische Darstellung sich aus Platz- und Übersichtlichkeitsgründen eigentlich verbietet und dessen für das Beispiel relevanter Ausschnitt folgendermaßen aussieht:

(27)

$$[\![\textbf{zeigt}]\!]^{s^*} = \begin{array}{|l|l|} \hline \text{Eike} & \begin{array}{|l|l|} \hline \dots & \dots \\ \hline \text{Rom} & \begin{array}{|l|l|} \hline \text{Fritz} & \vdash \text{in } s^* \text{ zeigt Fritz Eike Rom} \dashv \\ \hline \dots & \dots \\ \hline \dots & \dots \\ \hline \end{array} \\ \hline \dots & \dots \\ \hline \dots & \dots \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{array}$$

2.5 Lambda-Terme

Die Idee hinter den Analysen (20) und (24) transitiver bzw. ditransitiver Verben lässt sich auf solche mit beliebig vielen (nominalen) Objekten verallgemeinern. Mit zunehmender Anzahl der Objekte wird dann allerdings die tabellarische Darstellung der Funktion, die sich als Extension des Verbs ergibt, immer verschachtelter und unübersichtlicher. Doch die monströse Aufblähung der Tabellen steht in keinem Verhältnis zur Einfachheit ihres jeweiligen Aufbauprinzips; wir hatten bereits im Zusammenhang mit (22) darauf hingewiesen. Bei (27) verhält es sich nicht anders, wie man sich klar machen kann, wenn man eine einzelne 'Zeile' von links nach rechts bis zum Wahrheitswert im jeweils innersten Kasten durchgeht: die äußerste Spalte entspricht dem indirekten Objekt, die linke Spalte des jeweils zweitäußersten Kastens dem direkten Objekt, wenn das indirekte bereits feststeht etc.; und am Schluss kommt der Wahrheitswert eines Satzes der Form '*NN* **übergibt** *MM LL*' in s^* heraus.

Die Einfachheit des Aufbauprinzips solcher Tabellen wie (22) und (27) kann man ausnutzen, um zu einer wesentlich kompakteren Darstellung von Funktionen zu gelangen, als es die Tabellenform gestattet. Diese Darstellung lässt sich bereits für Prädikatsextensionen angeben und dann auf die komplexeren Fälle übertragen. Weiter oben hatten wir eine Analyse des Prädikats **hat Husten** gegeben, die wir hier in etwas ausführlicherer Form wiederholen:

(28) $[\![\textbf{hat Husten}]\!]^{s^*} =$

Maria	1 [= $\vdash$ Maria hat in s^* Husten $\dashv$]
Fritz	0 [= $\vdash$ Fritz hat in s^* Husten $\dashv$]
Olaf	1 [= $\vdash$ Olaf hat in s^* Husten $\dashv$]
…	…
x	$\vdash$ x hat in s^* Husten $\dashv$
…	…

Das in der markierten Zeile genannte Individuum x ist dabei der Träger eines beliebigen Namens. Wegen dieser Beliebigkeit deckt die markierte Zeile die anderen Zeilen mit ab: die ersten drei Zeilen sind Spezialfälle der markierten Zeile; denn die Variable 'x' steht für beliebige Namensträger, also auch für Fritz, Maria und Olaf. Und was für die ersten beiden Zeilen der Tabelle in (28) gilt, gilt auch für alle anderen Zeilen: sie werden bereits durch die markierte Zeile erfasst. Daher reicht es, wenn man statt der Tabelle nur die markierte Zeile aufschreibt, die wiederum aus zwei Teilen besteht, der Variablen, die für die beliebigen Argumente der Funktion steht, und der Beschreibung des Wahrheitswert, die von dem durch die Variablen bezeichneten Individuum abhängt. In der Semantik hat sich dafür die folgende Notation eingebürgert, bei der das Argument mit einem kleinen griechischen Lambda (wie *l*inks) markiert und vom Funktionswert durch einen Punkt abgesetzt wird:[9]

(29) $[\![\textbf{hat Husten}]\!]^{s^*} = \lambda x.\ \vdash x$ hat in s^* Husten $\dashv$

(29) ist ein so genannter *Lambda-Term*, wie wir ihn ab jetzt zur Beschreibung von Funktionen benutzen werden. Man sieht bereits am Vergleich zwischen (28) und (29),

[9] Die Darstellung von Funktionen durch Terme findet man schon in Freges 'Über Funktion und Begriff' (1891), wo eine andere Notation benutzt wird. Die Lambda-Notation haben die US-amerikanischen Logiker Alonzo Church und Stephen Kleene in den 30er Jahren des 20. Jahrhunderts eingeführt.

dass dadurch die Darstellung nicht nur platzsparender, sondern auch klarer ist; denn der Lambda-Term fasst genau das zusammen, was den einzelnen Zeilen von (28) gemeinsam ist und gibt damit das Aufbauprinzip der Tabelle wieder.

Auch komplexere Funktionen lassen sich durch Lambda-Terme beschreiben. Da jeder der Funktionswerte der in (22) definierten Inhalts von **küsst** selbst eine Funktion ist, lässt sich die Tabelle zunächst wie folgt vereinfachen:

(30)

$[\![\textbf{küsst}]\!]^{s^*} =$

Eike	$\lambda x.$ ⊢ Eike wird in s^* von x geküsst ⊣
Fritz	$\lambda x.$ ⊢ Fritz wird in s^* von x geküsst ⊣
Maria	$\lambda x.$ ⊢ Maria wird in s^* von x geküsst ⊣
…	…

Das Ganze ist auch wieder eine Funktion, deren typische Zeile die folgende Gestalt hat:[10]

(31)

…	…
y	$\lambda x.$ ⊢ y wird in s^* von x geküsst ⊣
…	…

Somit lässt sich die gesamte Extension von **küsst** durch *einen einzigen* Lambda-Term darstellen:

(32) $[\![\textbf{küsst}]\!]^{s^*} = \lambda y.\ \lambda x.$ ⊢ y wird in s^* von x geküsst ⊣

An die Stelle der eingeschachtelten Tabellen in (22) treten in (31) die beiden *Lambda-Präfixe*. In ähnlicher Weise lassen sich auch noch tiefer verschachtelte Tabellen wie die in (27) angedeutete auf eine einzige, aus einem Lambda-Term bestehende Zeile reduzieren, wie in einer Übungsaufgabe gezeigt wird.

Lambda-Terme sind (metasprachliche) Ausdrücke zur Bezeichnung von Funktionen. Wie sie zu verstehen sind, halten wir in Form einer *Notationskonvention* fest:

D2.4 Ein Ausdruck der Gestalt '$\lambda x.\ \ldots x \ldots$ ' steht für die Funktion f, die beliebigen Argumenten x den Wert $f(x) = \ldots x \ldots$ zuweist.

D2.4 ist in dem Sinn *schematisch*, als die konkrete Umsetzung der Konvention davon abhängt, worin genau der Teil hinter dem Präfix '$\lambda x.$' – die sog. *Matrix* des Lambda-Terms – besteht. Die Auslassungspunkte sollen andeuten, dass es sich um irgendeine Bezeichnung handelt, die von der im Präfix *gebundenen* Variablen 'x' Gebrauch macht. Natürlich kann diese Variable beliebig oft vorkommen, also einmal, zweimal,… – oder auch gar nicht. (Zu letzterem Fall gibt es eine Übungsaufgabe.) Nach D2.4 stehen also sowohl '$\lambda x.\ 2x$' als auch '$\lambda x.\ x{+}x$' für die Funktion, die jede Zahl verdoppelt.

D2.4 lässt offen, was der Definitionsbereich der von einem Lambda-Term bezeichneten Funktion ist: wofür steht das 'x'? In der Praxis wird das normalerweise aus dem Zusammenhang hervorgehen, in dem der Lambda-Term benutzt wird. In Kapitel 5 werden wir eine etwas genauere Notation einführen, die in dieser Hinsicht Eindeutigkeit schafft.

Die Beschreibung von Funktionen durch Lambda-Terme ist gegenüber der Tabellendarstellung nicht nur platzsparend und übersichtlicher, sie vereinfacht auch die

[10] Man beachte, dass wir für die Extension des Objekts eine andere Variable ('y') benutzen müssen, damit wir nicht mit der für die Subjektextension ('x') in Konflikt geraten.

kompositionelle Bestimmung der Inhalte komplexer Terme durch Funktionalapplikation. Das macht man sich am besten zunächst an einem Beispiel klar. In der weiter oben gegebenen Herleitung (24) der Extension von **Maria küsst Fritz** (in s^*) hatten wir im letzten Schritt die Funktion $[\![\textbf{küsst}]\!]^{s^*}$ auf Fritz und dann das Ergebnis auf Maria angewandt:

(24) …

$\stackrel{(22)}{=}$ $[\![\textbf{küsst}]\!]^{s^*}$(Fritz) (Maria)

$=$ ⊦ Fritz wird in s^* von Maria geküsst ⊣

Bei diesem Übergang hatten wir uns einfach auf die Tabelle (22) verlassen, in der die Extension von **küsst** (in s^*) angegeben ist und nach der dessen Anwendung auf Fritz eine Funktion ergibt, die für Maria den genannten Wahrheitswert liefert. Die kompakte Darstellung durch Lambda-Terme gestattet es nun, die Funktion direkt zu benennen. Die vorletzte Zeile von (24) sieht, wenn man den Lambda-Term aus (32) einsetzt (und ihn der Eindeutigkeit halber mit eckigen Klammern versieht), wie folgt aus:

(24') [λy. λx. ⊦ y wird in s^* von x geküsst ⊣] (Fritz)(Maria)

Die durch den Lambda-Term bezeichnete Funktion wird zunächst auf das Argument Fritz angewandt. Das so erhaltene Zwischenergebnis ist wieder eine Funktion, die sich wieder mit einem Lambda-Term darstellen lässt:

(24") [λy. λx. ⊦ y wird in s^* von x geküsst ⊣] (Fritz)(Maria)

$=$ [λx. ⊦ Fritz wird in s^* von x geküsst ⊣] (Maria)

Schließlich wird diese Funktion auf die Subjekts-Extension angewandt – mit dem bekannten Ergebnis. Insgesamt stellt sich die Ableitung (24) mit Lambda-Termen also wie folgt dar:

(24*) $[\![\textbf{Maria küsst Fritz}]\!]^{s^*}$

$\stackrel{(13)}{=}$ $[\![\textbf{küsst Fritz}]\!]^{s^*}([\![\textbf{Maria}]\!]^{s^*})$

$\stackrel{(5)}{=}$ $[\![\textbf{küsst Fritz}]\!]^{s^*}$(Maria)

$\stackrel{(23)}{=}$ $[\![\textbf{küsst}]\!]^{s^*}([\![\textbf{Fritz}]\!]^{s^*})$ (Maria)

$\stackrel{(5)}{=}$ $[\![\textbf{küsst}]\!]^{s^*}$(Fritz) (Maria)

$\stackrel{(32)}{=}$ [λy. λx. ⊦ y wird in s^* von x geküsst ⊣] (Fritz)(Maria)

$=$ [λx. ⊦ Fritz wird in s^* von x geküsst ⊣] (Maria)

$=$ ⊦ Fritz wird in s^* von Maria geküsst ⊣

Es fällt auf, dass bei den letzten beiden Übergängen jeweils ein Lambda-Präfix abgebaut wurde und zugleich die entsprechende Variable im Rest des Lambda-Terms durch das jeweilige Argument ersetzt wurde. Zunächst verschwindet das 'λy' und zugleich tritt 'Fritz' an die Stelle von 'y'; dann verschwindet das 'λx' und 'Maria' tritt an die Stelle von 'x'.[11] Das ist kein Zufall. Im Lambda-Term vertritt ja die im Präfix aufgeführte Variable gerade ein beliebiges Argument. Wenn also die durch einen Lambda-Term bezeichnete Funktion auf ein spezifisches Argument angewandt wird,

11 Wir setzen die Namen 'Fritz' und 'Maria' in Anführungszeichen, weil es ja nicht die Personen sind, die an die Stelle der Variablen treten; es handelt sich also um eine meta-metasprachliche Betrachtung!

dann lässt sich das Ergebnis so beschreiben, dass die Stelle der Variablen durch eine Bezeichnung des Arguments eingenommen wird; und das Lambda-Präfix verschwindet natürlich, denn das Ergebnis ist ja ein Funktions*wert* – also das, was rechts vom Punkt beschrieben wird. Diese Streichung von Lambda-Präfixen und anschließende Einsetzung von Argumenten wird gemeinhin als *λ-Konversion* bezeichnet.[12] Schematisch (und etwas ungenau) lässt es sich wie folgt festhalten:

λ-Konversion
$[\lambda x. \ldots x \ldots] (a) = \ldots a \ldots$

Eine genauere Formulierung dieses Prinzips werden wir in Kapitel 5 kennen lernen. Die λ-Konversion ist für die semantische Praxis von höchster Bedeutung. Denn sie ermöglicht es, kompositionelle Herleitungen quasi mechanisch zu berechnen. Das vereinfacht vor allem die Überprüfung semantischer Analysen anhand konkreter Beispiele: durch Streichung von Lambda-Präfixen und Einsetzung von Argumenten rechnet man aus, welche Extension eine bestimmte Analyse einem gegebenen komplexen Ausdruck (für eine gegebene Situation) zuweist und vergleicht diese mit dem muttersprachlichen Verständnis des Ausdrucks. Ein Großteil des semantischen Alltags besteht im Konstruieren und Auswerten von Lambda-Termen. Daher das (durchaus ernst gemeinte) autobiografische Bekenntnis der amerikanischen Semantikerin Barbara Partee: *Lambdas changed my life*.

Zwischen den in D2.1, D2.3 und D2.4 eingeführten Notationskonventionen besteht ein gewisser Zusammenhang, der sich in Lambda-Termen für charakteristische Funktionen wie dem in (29) verwendeten Term zeigt:

(33) $\lambda x. \vdash x$ hat in s^* Husten $\dashv$

Der Term in (33) beschreibt die Extension des Prädikats **hat Husten** (in s^*). In (11a) hatten wir gesehen, dass diese Extension die charakteristische Funktion der in (34) gegebenen Menge von Individuen ist:

(34) $\{x \mid x$ hat in s^* Husten$\}$

Der Lambda-Term in (33) bezeichnet also gerade die charakteristische Funktion der in (34) durch Mengenabstraktion bezeichneten Menge; und die dort verwendete Bedingung ist gerade die Matrix des Lambda-Terms. Dieser Zusammenhang ist ganz allgemein: wenn ein Lambda-Term eine charakteristische Funktion bezeichnet, dann lässt sich die durch sie charakterisierte Menge durch Abstraktion mit derselben Variablen und der Matrix als Bedingung definieren:

(35) $\downarrow[\lambda x. \vdash \ldots x \ldots \dashv] = \{x \mid \ldots x \ldots\}$

Der in (35) festgehaltene Zusammenhang zwischen den in D2.1, D2.3 und D2.4 eingeführten Notationen ist leicht einzusehen. Denn nach D2.1 ist ein beliebiges Objekt a genau dann Element der Menge $\{x \mid \ldots x \ldots\}$, wenn $\ldots a \ldots$ gilt. Nach D2.2 ist andererseits a genau dann Element von $\downarrow[\lambda x. \vdash \ldots x \ldots \dashv]$, wenn $[\lambda x. \vdash \ldots x \ldots \dashv](a) = 1$, was angesichts der λ-Konversion nicht mehr und nicht weniger heißt als: $\vdash \ldots a \ldots \dashv = 1$, d.h. $\ldots a \ldots$ gilt. Also gilt für beliebige a: $a \in \{x \mid \ldots x \ldots\}$ gdw. $a \in \downarrow[\lambda x. \vdash \ldots x \ldots \dashv]$ – woraus (35) folgt, wegen des Extensionalitätsprinzips.

[12] Das ist die in der Semantik verbreitetste Bezeichnung. In der Logik (und Informatik) spricht man eher von *β-Konversion* oder – wenn nur die eine Richtung der Umformung gemeint ist – von *β-Reduktion*.

Wenn man einmal den Unterschied zwischen Mengen und ihren charakteristischen Funktionen vernachlässigt, zeigt (35), dass Mengenabstraktionen eine Art notationeller Variante von Lambda-Termen sind. Allerdings ist dabei zu beachten, dass die Gleichung (35) nur für Lambda-Terme gilt, die überhaupt charakteristische Funktionen bezeichnen; für andere macht ja der durch die in D2.2 definierte Pfeil-Notation angedeutete Begriff der charakterisierten Menge keinen Sinn. So lässt sich zwar jede Mengen abstraktion durch einen entsprechenden Lambda-Term ‘simulieren’, aber nicht umge kehrt; denn nicht jeder Lambda-Term bezeichnet eine charakteristische Funktion. So sind die Werte der in (36) durch Lambda-Terme dargestellten Extensionen transitiver und ditransitiver Verben natürlich Funktionen – und keine Wahrheitswerte:

(36a) $[\![\textbf{küsst}]\!]^{s^*} = \lambda y.\ \lambda x.\ \vdash$ in s^* wird y von x geküsst $\dashv$

(b) $[\![\textbf{zeigt}]\!]^{s^*} = \lambda z.\ \lambda y.\ \lambda x.\ \vdash$ in s^* zeigt der x dem z den y $\dashv$

2.6 Kompositionalität der Intensionen

Mit Hilfe der Lamda-Notation lässt sich die am Ende von Abschnitt 2.5 behauptete Kompositionalität der in diesem Abschnitt eingeführten Intensionen leichter nachweisen, was wir jetzt tun werden. Da die Intension gerade die Extension in funktionaler Abhängigkeit von der betrachteten Situation ist, lässt sich zunächst auch stets durch einen Lambda-Term darstellen. Es gilt also für beliebige Ausdrücke A:

(37a) $[\![A]\!] = \lambda s.\ [\![A]\!]^{s}$

Aus (37a) folgt der elementare, aber für das folgende wesentliche Zusammenhang:[13]

(37b) $[\![A]\!](s) = [\![A]\!]^{s}$, für alle Situationen $s \in LR$.

Zunächst machen wir uns klar, wie die in diesem Kapitel betrachteten Intensionen im einzelnen aussehen. Stellvertretend für die oben analysierten Ausdrücke listen wir dazu einige einschlägige Intensionen in dieser Notation auf:

(38a) $[\![\textbf{Olaf}]\!] = \lambda s.$ Olaf

(b) $[\![\textbf{hat Husten}]\!] = \lambda s.\ \lambda x.\ \vdash x$ hat in s Husten $\dashv$

(c) $[\![\textbf{küsst}]\!] = \lambda s.\ \lambda y.\ \lambda x.\ \vdash$ in s wird y von x geküsst $\dashv$

(d) $[\![\textbf{zeigt}]\!] = \lambda s.\ \lambda z.\ \lambda y.\ \lambda x.\ \vdash$ in s zeigt der x dem z den y $\dashv$

Im Fall von Eigennamen handelt es sich – das hatte der erste Abschnitt ergeben – um konstante Funktionen. Das sieht man deutlich am Lambda-Term (38a), in dessen Matrix die gebundene Variable ‘x’ gar nicht vorkommt – weswegen der Wert auch nicht von dem durch sie bezeichneten Argument abhängen kann. Bei Prädikaten hingegen variiert die Extension in aller Regel über den Logischen Raum hinweg: wer Husten hat, hängt von den Umständen ab, also der betrachteten Situation, und somit charakterisieren die Extensionen des Prädikats **hat Husten** in verschiedenen Situationen oft (wenn auch natürlich nicht immer) verschiedene Mengen von Individuen. Ähnliches gilt für andere Typen von Verben; denn auch wer wen küsst, wer wem was zeigt etc. hängt von der betrachteten Situation ab.

[13] (37a) und (37b) sind tatsächlich logisch äquivalent; denn für jede Situation $s^* \in LR$ gilt aufgund der λ-Konversion): $[\lambda s.\ [\![A]\!]^{s}](s^*) = [\![A]\!]^{s^*}$. (37b) besagt also, dass $[\![A]\!]$ und $[\lambda s.\ [\![A]\!]^{s}]$ auf allen Argumenten $s \in LR$ übereinstimmen und somit (aufgrund des Extensionalitätsprinzips) dieselbe Funktion sind – wie in (37a) behauptet.

An einem Beispiel kann man sich nun klarmachen, wie die in (38) gegebenen *Intensionen* allein aufgrund der oben gegebenen kompositionellen Kombinationen der entsprechenden *Extensionen* ebenfalls die Intensionen der komplexen Ausdrücke determinieren, in denen sie vorkommen. Betrachten wir dazu den Satz:

(39) **Olaf küsst Maria.**

Die Intension von (39) ist eine Funktion, die jeder Situation $s \in LR$ die Extension von (39) in s zuordnet. Letztere lässt sich wiederum aufgrund der in Abschnitt 2.2 festgehaltenen allgemeinen Kompositionsregel (13) ermitteln:

(13) *Kompositionelle Bestimmung der Extension von Subjekt-Prädikationen*
Wenn S ein Satz mit einem Prädikat P und einem Eigennamen N als Subjekt ist, dann gilt für alle $s \in LR$:

$$[\![S]\!]^s = [\![P]\!]^s([\![N]\!]^s).$$

Aus (13) und (37a) ergibt sich:

(40) $[\![\textbf{Olaf küsst Maria}]\!]$

$= \quad \lambda s.\, [\![\textbf{Olaf küsst Maria}]\!]^s$

$= \quad \lambda s.\, [\![\textbf{küsst Maria}]\!]^s([\![\textbf{Olaf}]\!]^s)$

Der in der letzten Zeile genannten Extensionen des Prädikats (für beliebige Situationen s) lassen sich wiederum aus den Extensionen des Verbs und des Objekts ermitteln, und zwar nach der Kompositionsregel (23) aus Abschnitt 2.4:

(23) *Kompositionelle Bestimmung der Extension von Direkten-Objekts-Prädikationen*
Wenn P ein Prädikat bestehend aus einem transitiven Verb V und einem Eigennamen N als direktem Objekt ist, dann gilt für alle $s \in LR$:

$$[\![P]\!]^s = [\![V]\!]^s([\![N]\!]^s).$$

Mit (23) lässt sich die Gleichungskette in (40) verlängern:

(40^+) $[\![\textbf{Olaf küsst Maria}]\!]$

$= \quad \ldots$

$= \quad \lambda s.\, [\![\textbf{küsst}]\!]^s([\![\textbf{Maria}]\!]^s)([\![\textbf{Olaf}]\!]^s)$

$= \quad \lambda s.\, [\![\textbf{küsst}]\!](s)([\![\textbf{Maria}]\!](s))([\![\textbf{Olaf}]\!](s))$

Der letzte Übergang basiert auf (37b). Jetzt lassen sich die Gleichungen in (38) anwenden, wobei wir die (ohnehin willkürlich benannten) Variablen der Deutlichkeit halber umbenennen und aus demselben Grunde ein paar Klammern einfügen:

(40^{++}) $[\![\textbf{Olaf küsst Maria}]\!]$

$= \quad \ldots$

$= \quad \lambda s.\, [\lambda t.\, \lambda y.\, \lambda x.\, \vdash \text{in } t \text{ wird } y \text{ von } x \text{ geküsst} \dashv](s)([\lambda u.\, \text{Maria}](s))([\lambda v.\, \text{Olaf}](s))$

Die verwirrend vielen Lambdas in (40^{++}) lassen sich nun durch eine Reihe von Lambda-Konversionen weitestgehend eliminieren: bei Konversion des mit 'λt' präfigierten Terms wird zunächst das 't' durch das Argument 's' ersetzt, wohingegen bei den anderen beiden, mit 'λu' und 'λv' präfigierten Termen lediglich die (konstante) Matrix – 'Maria' bzw. 'Olaf' unverändert übrigbleibt; denn die Variablen müssen nicht ersetzt werden, da sie gar nicht vorkommen:

(40*) $[\![$**Olaf küsst Maria**$]\!]$

= …

= $\lambda s.\, [\lambda y.\, \lambda x.\, \vdash$ in s wird y von x geküsst $\dashv](\text{Maria})(\text{Olaf})$

Jezt kann der mit 'λy' beginnende Lambda-Term mit dem Argument 'Maria' konvertiert werden:

(41) $[\![$**Olaf küsst Maria**$]\!]$

= …

= $\lambda s.\, [\lambda x.\, \vdash$ in s wird Maria von x geküsst $\dashv](\text{Olaf})$

= $\lambda s.\, \vdash$ in s wird Maria von Olaf geküsst $\dashv$

Beim zweiten Übergang in (41) wurde der λx'-Term konvertiert. Das Ergebnis ist eine Beschreibung der Intension des gesamten Satzes, die sich korrekterweise als die charakteristische Funktion der Menge der Situationen entpuppt, in denen Maria von Olaf geküsst wird.

Die Herleitung von (41) basiert allein auf den Gleichungen in (38) und den einschlägigen Kompositionsregeln (13) und (23) für die Extensionen. Unter der (vereinfachenden) Annahme, dass es sich bei den in (38) analysierten Ausdrücken um lexikalische Ausdrücke handelt, kann man davon ausgehen, dass die in den Gleichungen enthaltene Information Teil des (deutschen) Lexikons ist und als solche den kompetenten SprecherInnen implizit bekannt.[14] Damit haben wir am Beispiel gesehen, dass es für die systematische Bestimmung der Intension des gesamten Satzes ausreicht zu wissen, wie sich Extensionen kompositionell ergeben. Die SprecherInnen, die ja die Intensionen – aber nicht unbedingt die Extensionen – aller Ausdrücke kennen sollten, können diese damit allein anhand der (größtenteils unsystematischen) lexikalischen Intensionen und der extensionalen Kombinationsregeln bestimmen. Dieser Zusammenhang gilt nicht nur für die hier betrachteten Prädikations-Konstruktionen, sondern lässt sich auf alle Konstruktionen nachweisen, bei denen sich die Extensionen kompositionell ermitteln lassen. Wir werden ihn im Folgenden nicht mehr eigens erwähnen, sondern uns immer mit den extensionalen Kompositionsprinzipien begnügen, darauf bauend, dass die – für die Erklärung des systematischen Sprachverständnisses wesentliche – Kompositionalität der Intensionen aus ihr folgt.

[14] Von den vier Gleichungen in (38) ist nur (38a) eindeutig lexikalisch, dabei allerdings nur Teil der Ideolekte solcher Sprecher, die den Eigennamen **Olaf** in der hier unterstellten Lesart verwenden. (38b–d) sind schon aufgrund der Flexionsmorphologie nicht lexikalisch, was wir hier vernachlässigen.

A1 Zeigen Sie, dass es sich bei der im vorangehenden Kapitel gegebenen Analyse der Konjunktionen **und** und **oder** um eine Variante des in (15) gegebenen Abstraktionserfahrens zur Ermittlung unbekannter Extensionen handelt.

A2 Führen Sie die Listennotation für Mengen auf die Mengenabstraktion zurück, indem Sie zeigen, dass es für jede Listendarstellung einer Menge *M* eine Darstellung von *M* mit Hilfe der Mengenabstraktion (aber ohne Listendarstellung) gibt.

A3 Bestimmen Sie den Wahrheitswert von **Fritz zeigt Eike Rom** im Stil von (41). Geben Sie dafür auch (im Stil von (24*)) an, wie sich die Extensionen von Prädikaten mit direkten und indirekten Objekten kompositionell ermitteln.

3. *Quantifikation*

3.1 Quantifizierende Nominalphrasen

Im vorangehenden Kapitel hatten wir nur Sätze betrachtet, an deren Subjektstelle Eigennamen stehen. Jetzt wenden wir uns auf dem Hintergrund der dort gewonnenen Erkenntnisse der Deutung anderer Subjekte zu.

(1) **Niemand hustet.**

Es ist klar, dass **niemand** kein Eigenname ist und sich sowieso nicht auf ein einzelnes Individuum bezieht. Die oben angegebene Semantik lässt sich also nicht auf diesen Typ von Nominal übertragen. Stattdessen werden wir versuchen, seine Extension nach dem Abstraktionsverfahren zu konstruieren. Zunächst überzeugen wir uns davon, dass die Voraussetzungen dafür erfüllt sind: zum Einen kennen wir die Extension des gesamten Satzes – das ist ein Wahrheitswert; zum Anderen kennen wir auch die Extension der anderen Teilkonstituente, denn Prädikatsextensionen haben wir ja gerade erst ermittelt: die Extension von **hustet** ist danach eine Funktion, die Individuen Wahrheitswerte zuweist – also die charakteristische Funktion einer Menge von Individuen. Nach dem Abstraktionsverfahren sollte das eigentlich reichen, um die Extension von **niemand** zu identifizieren. Wir müssen dazu nur beliebige Varianten von (1) betrachten, die sich allein durch ihre Prädikate voneinander unterscheiden, und dann die Extensionen der letzteren mit den entsprechenden resultierendenWahrheitswerten paaren:

(1') **Niemand schläft.**
(1") **Niemand ist eine Insel.**

Die Prädikatsextensionen lassen sich wieder durch Lambda-Terme angeben:

(2) $[\![\textbf{hustet}]\!]^{s^*} = \lambda x.\ \vdash x \text{ hustet in } s^* \dashv$

(2') $[\![\textbf{schläft}]\!]^{s^*} = \lambda x.\ \vdash x \text{ schläft in } s^* \dashv$

(2") $[\![\textbf{ist eine Insel}]\!]^{s^*} = \lambda x.\ \vdash x \text{ ist eine Insel in } s^* \dashv$

Die Gleichungen (2) – (2") gelten für beliebige mögliche Situationen $s^* \in LR$. Um die Interaktion der verschiedenen Extensionen anschaulicher darzustellen, geben wir uns eine spezifische Situation s^* vor – einen Tag am Strand von Palma mit der Familie Müller: alle sind gesund, die Eltern Horst und Gaby schlafen, während die Kinder Max und Susi mit der Konstruktion einer Sandburg beschäftigt sind. Nehmen wir an, dass die in (2) definierte Funktion dann für jedes Individuum in s^* – die Mitglieder der Familie Müller, die anderen Strandgäste, ihre Strandkörbe, die Sandkörner etc. pp. – den Wert 0 liefert, weil alle so gesund sind. Der Wert der in (2') definierten Extension von **schläft** ist dagegen für mindestens zwei Argumente – Horst und Gaby Müller – gleich 1; der Einfachheit halber nehmen wir an, dass die beiden auch die einzigen Schlafenden in s^* sind. Mallorca schließlich ist die einzige Insel weit und breit – und damit das einzige Objekt, für das der Wert der in (2") gegebene Extension der Wahrheitswert 1 ist. Unter diesen Voraussetzungen über s^* sind die durch (2) – (2") charakterisierten Mengen:

(3) $\downarrow[\![\textbf{hustet}]\!]^{s^*} = \varnothing$

(3') $\downarrow[\![\textbf{schläft}]\!]^{s^*} = \{\text{Gaby, Horst}\}$

(3") $\downarrow[\![\textbf{ist eine Insel}]\!]^{s^*} = \{\text{Mallorca}\}$

So viel zu den Prädikatsextensionen. Die Satzextensionen, die Wahrheitswerte der Sätze (1) – (1") in derselben Situation s^*, sind offenkundig:

(4) $\llbracket (1) \rrbracket^{s*} = \llbracket \textbf{Niemand hustet} \rrbracket^{s*} = 1$

(4') $\llbracket (1') \rrbracket^{s*} = \llbracket \textbf{Niemand schläft} \rrbracket^{s*} = 0$

(4") $\llbracket (1'') \rrbracket^{s*} = \llbracket \textbf{Niemand ist eine Insel} \rrbracket^{s*} = 1$

Durch Paarung der Prädikatsextension mit den entsprechenden Satzextensionen erhalten wir die folgende Aufstellung, die nach dem Abstraktionsverfahren die Extension des Subjekts darstellen sollte:

(5) $\llbracket \textbf{niemand} \rrbracket^{s*} =$

$\lambda x. \vdash x$ hustet in $s^* \dashv$ [= $\llbracket \textbf{hustet} \rrbracket^{s*}$]	1 [= $\lVert (1) \rVert^{s*}$]
$\lambda x. \vdash x$ schläft in $s^* \dashv$ [= $\llbracket \textbf{schläft} \rrbracket^{s*}$]	0 [= $\lVert (1') \rVert^{s*}$]
$\lambda x. \vdash$ in s^* ist x eine Insel $\dashv$ [= $\llbracket \textbf{ist eine Insel} \rrbracket^{s*}$]	1 [= $\lVert (1'') \rVert^{s*}$]
...	...

Das Prinzip, nach dem die Tabelle in (8) aufgebaut wurde, wird spätestens klar, wenn man sich die durch die jeweilige Prädikatsextension charakterisierte Menge (4) – (4") ansieht: ein Satz mit **niemand** in Subjektposition ist gerade dann wahr, wenn diese Menge keine Person enthält.[1] Wenn also X eine Prädikatsextension und somit die charakteristische Funktion der Menge $\downarrow X$ ist, dann weist $\llbracket \textbf{niemand} \rrbracket^{s*}$ dieser Extension X gerade dann den Wahrheitswert 1 zu, wenn sich die Menge $\downarrow X$ nicht mit der Menge Per_{s*} der Personen in s^* überlappt:

(6) $\llbracket \textbf{niemand} \rrbracket^{s*}(X) = 1$ gdw. $\downarrow X \cap Per_{s*} = \varnothing$

Mit der Lambda-Notation lässt sich die für beliebige Prädikatsextensionen X und Situationen s^* geltende Gleichung (6) wie folgt umformulieren:[2]

(7) $\llbracket \textbf{niemand} \rrbracket^{s*} = \lambda X. \vdash \downarrow X \cap Per_{s*} = \varnothing \dashv$

Da die Extension von **niemand** nach dem Abstraktionsverfahren konstruiert wurde, ist die Kompositionalität der Extensionen wieder garantiert: der Wahrheitswert eines mit einem quantifizierenden Nominal an Subjektstelle gebildeten Satzes S ergibt sich durch Anwendung der Extension des Subjekts Q auf die des Prädikats P, d.h. per Funktionalapplikation:

(8) *Kompositionelle Bestimmung der Extension von Subjekt-Quantifikationen*
Wenn S ein Satz mit einem Prädikat P und einem quantifizierenden Nominal Q als Subjekt ist, dann gilt für alle $s \in LR$:
$$\llbracket S \rrbracket^{s} = \llbracket Q \rrbracket^{s}(\llbracket P \rrbracket^{s}).$$

Man beachte, dass sich in (8) gegenüber der Extensionsbestimmung bei Prädikationen – im vorangehenden Kapitel unter (13) zu finden – die Richtung der Funktionalapplikation verkehrt hat; denn dort war es die Prädikatsextension, die auf die des Subjekts angewandt wurde, während es bei der Quantifikation umgekehrt ist. Dieser Unterschied ist in dem Sinne grammatisch bedingt, als wir (wie auch viele Syntaktiker) davon ausgehen, dass es sich bei Prädikation und Quantifikation um verschiedene

1 Möglicherweise sind auch Haustiere in dem Sinne Personen, als (1') als falsch gelten könnte, wenn einzig der Hund schläft; möglicherweise liegt in dem Fall auch eine pragmatisch zu erklärende Bedeutungsverschiebung vor. Wir lassen diese interessante Frage offen.

2 Es sei daran erinnert, dass diese in D2.3 eingeführte Notation offen lässst, was der Definitionsbereich einer durch einen Lambda-Term bezeichneten Funktion ist. Dass das 'X' in diesem Fall für Prädikatsextensionen steht, muss implizit mitverstanden werden.

Konstruktionen handelt. Am Ende des Kapitels werden wir allerdings eine alternative Analyse kennenlernen, die ohne den besagten Konstruktionsunterschied auskommt.

Mit (8) steht nun auch die Intension von **niemand** fest; denn (7) gilt offenbar unabhängig von der gerade betrachteten speziellen Situation s^*:

(9) $[\![\textbf{niemand}]\!] = \lambda s.\ \lambda X.\ \vdash {\downarrow} X \cap Per_s = \varnothing \dashv$

Es gibt eine ganze Reihe von Nominalphrasen, deren semantische Extensionen und Intensionen auf ähnliche Weise konstruierbar sind wie der von **niemand**. Wir begnügen uns mit einem einzigen Beispiel und überlassen weitere Fälle einer Übungsaufgabe sowie späteren Abschnitten:

(10) **Zwei Personen husten.**

Genau wie im Fall von (1) konzentrieren wir uns bei der Analyse des Subjekts von (10) zunächst auf die Extension. Für die weiter oben betrachtete Urlaubs-Situation s^* ergibt sich – in Analogie zu (5) – die folgende Abhängigkeit des Wahrheitswerts von der Prädikatsextension:

(11) $[\![\textbf{zwei Personen}]\!]^{s^*}$ =

$[\![\textbf{husten}]\!]^{s^*}$	0
$[\![\textbf{schlafen}]\!]^{s^*}$	1
$[\![\textbf{sind eine Insel}]\!]^{s^*}$	0
…	…

In (11) sind die zu **husten** alternativen Prädikate aus morphosyntaktischen Gründen in ihrer Pluralform aufgelistet; wir gehen (bis auf Weiteres) davon aus, dass dies keinen Einfluss auf ihre Extension hat: $[\![\textbf{husten}]\!]^{s^*} = [\![\textbf{hustet}]\!]^{s^*}$ etc. Ähnlich wie im Fall von **niemand** scheint das Strickmuster hinter (11) leicht erkennbar, wenn man sich vor Augen hält, welche Menge jeweils durch die Prädikatsextension charakterisiert wird: ${\downarrow}[\![\textbf{schlafen}]\!]^{s^*}$ enthält zwei Personen, die anderen Mengen dagegen sind personenfrei. In erster Näherung ließe sich also die Extension von **zwei Personen** folgendermaßen charakterisieren:

(12) $[\![\textbf{zwei Personen}]\!]^{s^*} = \lambda X.\ \vdash {\downarrow} X \cap Per_{s^*}$ enthält zwei Elemente $\dashv$

Die Formulierung (12) ist insofern unklar, als sie offen lässt, was passiert, wenn die (als Menge aufgefasste) Extension des Prädikats *mehr als zwei* Personen enthält. Enthält sie dann insbesondere zwei Personen, oder enthält sie dann keine zwei Personen? Heißt ‘zwei’ in (12) so viel wie ‘mindestens zwei’ oder heißt es ‘genau zwei’? Im ersten Fall ist (13b) die adäquate Präzisierung von (12), andernfalls ist es (13a):

(13a) $[\![\textbf{zwei Personen}]\!]^{s^*} = \lambda X.\ \vdash \overline{\overline{{\downarrow} X \cap Per_{s^*}}} = 2 \dashv$

(b) $[\![\textbf{zwei Personen}]\!]^{s^*} = \lambda X.\ \vdash \overline{\overline{{\downarrow} X \cap Per_{s^*}}} \geq 2 \dashv$

Die Notation ‘$\overline{\overline{M}}$’ steht – wie ab jetzt immer – für die *Kardinalität* der Menge M, d.h. die Anzahl ihrer Elemente.[3] Was also ist die richtige Analyse der Nominalphrase **zwei**

3 Das gilt nur für endliche Mengen. Der mengentheoretische Begriff der *Kardinalität* ist insofern allgemeiner als der der *Anzahl der Elemente*, als er auch sinnvoll auf unendliche Mengen angewandt werden kann, ja sogar für diese entwickelt wurde. Auf den Kardinalitätsbegriff für unendliche Mengen können wir hier nicht eingehen. Interessierte konsultieren dafür ein

Personen? Die adäquate Antwort auf diese Frage sollte den tatsächlichen Wahrheitswerten der entsprechenden Sätze gerecht werden. Wenn etwa in der betreffenden Situation s^* die Familie Müller die einzigen Deutschen weit und breit sind, ist dann (14) wahr oder nicht?

(14) **Zwei Personen sind Deutsche.**

Als Teil-Antwort auf die Frage, wie viele Personen am Strand welche Nationalität haben, ist (14) falsch – was für die Deutung (13a) spricht. Andererseits würde etwa ein Österreicher, der gerade Horst und Gaby kennen gelernt, ansonsten aber nur Engländer am Strand gesehen hat, nicht unbedingt der Lüge bezichtigt, wenn er auf die Frage, ob es überhaupt Deutsche am Strand gibt, mit (14) antwortete. Dieser Unterschied in der Bewertung könnte ein Hinweis auf eine Ambiguität der Nominalphrase **zwei Personen** sein; es könnte sich aber ebenso um eine Folge pragmatischer Faktoren handeln. Tatsächlich ist diese Frage in der Semantik nicht vollständig geklärt. Zwar tendiert (wohl) die Mehrheit der SemantikerInnen derzeit zu einer pragmatischen Lösung unter Zugrundelegung einer wörtlichen Lesart (13b); aber es werden auch andere Analysen vertreten, nach denen etwa die Lesart (13a) zugrunde liegt und sich andere Interpretationen entweder pragmatisch oder aufgrund struktureller Ambiguitäten ergeben. Wir würden die Frage hier gern offen lassen, werden uns aber zumindestens provisorisch für eine der Lösungen entscheiden, indem wir von einer Ambiguität im Zahlwort **zwei** ausgehen; wir kommen darauf im nächsten Abschnitt zurück.

Aus den beiden in (13) angegebenen alternativen Extensionen lassen sich wieder entsprechende Intensionen gewinnen, indem man einfach von der gegebenen Situation s abstrahiert und zu beliebigen Situationen $s \in LR$ übergeht:

(15a) $[\![\textbf{zwei Personen}]\!] = \lambda s.\, \lambda X.\, \vdash \overline{\overline{\downarrow X \cap Per_s}} = 2 \dashv$

(b) $[\![\textbf{zwei Personen}]\!] = \lambda s.\, \lambda X.\, \vdash \overline{\overline{\downarrow X \cap Per_s}} \geq 2 \dashv$

3.2 Determinatoren

Anders als **zwei Personen** bildet die quantifizierende Nominalphrase **niemand** insofern eine Ausnahme, als sie aus einem einzigen Wort besteht[4] und sich nicht aus einem *Determinator* (oder Artikel) und einem (möglicherweise erweiterten) Substantiv zusammensetzt: **zwei** + **Personen**, **eine** + **Person**, **jede** + **Person**, **keine** + **Person**, **die meisten** + **Personen** etc.[5] Wir werden nun solche 'normalen' Nominale betrachten und sie per Abstraktionsverfahren in ihre Bestandteile zerlegen. Zunächst müssen jedoch wir feststellen, dass sich diese Methode nicht unmittelbar anwenden lässt. Zwar kennen wir z.B. die Extension des (Gesamt-) Ausdrucks **keine Person** in einer gegebenen Situation $s^* \in LR$ – nämlich $[\![\textbf{niemand}]\!]^{s^*}$ – aber weder die Extension des Determinators **kein** noch die des Substantivs **Person** sind uns bisher untergekommen:

gängiges Lehrbuch der Mengenlehre.

4 Tatsächlich spricht einiges dafür, dass **niemand** kein unstrukturierter Ausdruck ist, sondern aus drei Bestandteilen besteht, die den Teilen der groben Paraphrase **nicht eine Person** entsprechen. Evidenzen für diese *lexikalische Zerlegung* von **niemand** werden wir in den Kapiteln 5 und 6 kennen lernen; in der Zwischenzeit unterstellen wir, dass es sich um ein 'monolithisches' Wort handelt.

5 Wir unterstellen diese Klammerung, weil sich die Struktur '**die** + (**meisten** + **Personen**)' nicht nach der in diesem Kapitel eingeschlagenen Strategie interpretieren lässt.

(16)

$$[\![\textbf{keine Person}]\!]^{s*}$$
$$= [\![\textbf{niemand}]\!]^{s*}$$

$[\![\textbf{keine}]\!]^{s*} = \boldsymbol{?}_1$ $[\![\textbf{Person}]\!]^{s*} = \boldsymbol{?}_2$

Die in (16) dargestellte Situation ist ähnlich wie die Ausgangslage im vorangehenden Kapitel, als es darum ging, in Prädikationen den Wahrheitswert aus den Extensionen von Subjekt und Prädikat zusammenzusetzen. Und wir werden uns auch auf ähnliche Weise behelfen, indem wir durch Vergleich mit Ausdrucksalternativen den Beitrag ermitteln, den das Substantiv zur Extension des gesamten Nominals leistet:

(17a) **Keine Person schläft.**
(b) **Kein Kind schläft.**
(c) **Keine Frau schläft.**

Ähnliche Betrachtungen wie die zur Eingangssituation $s*$ mit Familie Müller zeigen, dass die Rolle, die Per_{s*} in der Extension von **niemand** spielt, bei den Subjekten von (17b) und (17c) von den Mengen Kin_{s*} und Fra_{s*} der Kinder bzw. Frauen in $s*$ gespielt wird. So ist z.B. (17b) wahr in $s*$, weil ja nur Herr und Frau Müller schlafen und sich daher die Menge der Kinder nicht mit der (als Menge aufgefassten) Extension des Prädikats überlappt; und da Frau Müller Element des Schnitts von Fra_{s*} mit der (als Menge aufgefassten) Prädikatsextension ist, ist (17c) falsch in $s*$. Wir schließen daraus:

(18a) $[\![\textbf{keine Person}]\!]^{s*} = \lambda X. \vdash {\downarrow}X \cap Per_{s*} = \varnothing \dashv$

(b) $[\![\textbf{kein Kind}]\!]^{s*} = \lambda X. \vdash {\downarrow}X \cap Kin_{s*} = \varnothing \dashv$

(c) $[\![\textbf{keine Frau}]\!]^{s*} = \lambda X. \vdash {\downarrow}X \cap Fra_{s*} = \varnothing \dashv$

Der Beitrag, den ein Substantiv N zur Extension einer quantifizierenden (Subjekts-) Nominalphrase der Gestalt '**kein** *N*' leistet, besteht offenbar in einer Menge von Individuen, die von der (als Menge aufgefassten) Prädikatsextension disjunkt sein muss, damit der gesamte Satz wahr ist. Da die Extensionen von Substantiv und Prädikat jeweils eine Menge von Individuen zur Extension des Gesamtsatzes beitragen, liegt es nahe, sie aneinander anzugleichen:

(19a) $[\![\textbf{Person}]\!]^{s*} = \lambda x. \vdash x \in Per_{s*} \dashv$ $[\ = [\![\textbf{ist eine Person}]\!]^{s*}\ ]$

(b) $[\![\textbf{Kind}]\!]^{s*} = \lambda x. \vdash x \in Kin_{s*} \dashv$ $[\ = [\![\textbf{ist ein Kind}]\!]^{s*}\ ]$

(c) $[\![\textbf{Frau}]\!]^{s*} = \lambda x. \vdash x \in Fra_{s*} \dashv$ $[\ = [\![\textbf{ist eine Frau}]\!]^{s*}\ ]$

Da nach (19a) für jedes Individuum u $[\![\textbf{Person}]\!]^{s*}(u) = 1$ gdw. $u \in Per_{s*}$ gilt, charakterisiert die Extension von **Person** (in $s*$) die Menge Per_{s*} der Personen (in $s*$):

	${\downarrow}[\![\textbf{Person}]\!]^{s*}$	
=	${\downarrow}\, \lambda x. \vdash x \in Per_{s*} \dashv$	nach (19a)
=	$\{x \mid x \in Per_{s*}\}$	mit (35), Kap. 2
=	Per_{s*}	Komprehensionsprinzip

Entsprechendes gilt für die anderen beiden Gleichungen in (19) und die Mengen Kin_{s^*} und Fra_{s^*}. Wir hätten ebensogut diese Mengen selbst als Substantiv-Extensionen nehmen können, aber angesichts der Eins-zu-Eins-Beziehung zwischen Mengen und ihren charakteristischen Funktionen bevorzugen wir den in (19) festgehaltenen Parallelismus zwischen Substantiv- und Prädikatsextensionen.

Natürlich lassen sich die Gleichungen in (19) auch ohne Bezug auf die charakterisierten Mengen formulieren:

(20a) $[\![\mathbf{Person}]\!]^{s^*} = \lambda x.\vdash x$ ist eine Person in $s^* \dashv$

(b) $[\![\mathbf{Kind}]\!]^{s^*} = \lambda x.\vdash x$ ist ein Kind in $s^* \dashv$

(c) $[\![\mathbf{Frau}]\!]^{s^*} = \lambda x.\vdash x$ ist eine Frau in $s^* \dashv$

(20a) basiert darauf, dass Per_{s^*} gerade die Menge der Personen in s^* ist, dass also (ein beliebiges) x genau dann eine Person ist, wenn gilt: $x \in Per_{s^*}$.

Da die Gleichungen (19) offenbar nicht von den Besonderheiten der Situation s^* abhängen, übertragen sie sich auf beliebige $s \in LR$ gilt; damit liegen auch die Intensionen dieser Substantive fest:

(21a) $[\![\mathbf{Person}]\!] = \lambda s.\ \lambda x.\vdash x \in Per_s \dashv$ [$= \lambda s.\ \lambda x.\vdash x$ ist eine Person in $s \dashv$]

(b) $[\![\mathbf{Kind}]\!] = \lambda s.\ \lambda x.\vdash x \in Kin_s \dashv$ [$= \lambda s.\ \lambda x.\vdash x$ ist ein Kind in $s \dashv$]

(c) $[\![\mathbf{Frau}]\!] = \lambda s.\ \lambda x.\vdash x \in Fra_s \dashv$ [$= \lambda s.\ \lambda x.\vdash x$ ist eine Frau in $s \dashv$]

Nach (19) und (21) hat also ein Substantiv wie **Person** dieselbe Extension und Intension wie das Prädikat **ist eine Person**. Diese semantische Parallelisierung von Substantiven und Prädikaten hat eine lange, mindestens auf Aristoteles zurückgehende Tradition, lässt sich aber nach neueren semantischen Erkenntnissen wohl nicht aufrecht erhalten. Wir werden sie hier dennoch anwenden, weil sie für den gegenwärtigen Zweck – die Analyse quantifizierender Nominalphrasen – ausreicht und wir dadurch unnötige Komplikationen vermeiden. Man beachte allerdings, dass sich nicht alle Substantive in dieser Weise deuten lasssen, sondern nur solche, die sich durch einen Determinator zu einem vollen Nominal ergänzen lassen.[6] Solche Substantive werden auch als *Sortale* bezeichnet. (21) ist also als Schema für die Intensionsbestimmung sortaler Substantive zu verstehen. Mit diesem Schema hat sich die Lage gegenüber der in (16) dargestellten Situation entscheidend verbessert:

(22)

$[\![\mathbf{keine\ Person}]\!]^{s^*}$
$= [\![\mathbf{niemand}]\!]^{s^*}$

$[\![\mathbf{keine}]\!]^{s^*}$ $= \mathbf{?}_1$ $\qquad$ $[\![\mathbf{Person}]\!]^{s^*}$ $= \lambda x.\vdash x \in Per_{s^*} \dashv$

6 Ausgeschlossen werden damit so genannte *Massennomina* wie **Milch**, die (in der Regel) ohne Determinator auskommen (und auch keinen Plural bilden) sowie so genannte *relationale* Nomina (wie **Oberfläche**), die einer (manchmal allerdings impliziten) Ergänzung (**... des Tischs**) bedürfen. Man beachte, dass **Kind** und **Frau** relationale Lesarten besitzen – wenn sie i.S.v. *direkter Nachfahre* bzw. *Gattin* verwendet werden – die wir hier allerdings außer Acht lassen.

(22) beschreibt eine typische Ausgangslage für die Anwendung des Abstraktionsverfahrens, nach dem die gesuchte Extensions von **kein**[**e**] eine Funktion ist, die jeder Substantivextension eine entsprechenden Quantorenextension zuweist. Aus den Beobachtungen in (18) und (19) ergibt sich zunächst die folgende Tabelle:[7]

(23)

$[\![\textbf{kein-}]\!]^{s^*} =$

$\lambda x.\vdash x \in Per_{s^*} \dashv$	$\lambda X.\vdash \downarrow X \cap Per_{s^*} = \varnothing \dashv$
$\lambda x.\vdash x \in Kin_{s^*} \dashv$	$\lambda X.\vdash \downarrow X \cap Kin_{s^*} = \varnothing \dashv$
$\lambda x.\vdash x \in Fra_{s^*} \dashv$	$\lambda X.\vdash \downarrow X \cap Fra_{s^*} = \varnothing \dashv$
…	…

Die linke Spalte in der Tabelle in (23) enthält die Extensionen unserer drei Beispiel-Substantive nach (19), in der rechten werden ihnen die entsprechenden Quantorenextensionen nach (18) zugewiesen. Da die rechts genannten Mengen Per_{s^*}, Kin_{s^*} und Fra_{s^*} jeweils die durch die links stehenden Substantivextensionen charakterisierten Mengen sind, lassen sich die Werte in der rechte Spalte in Abhängigkeit von den jeweiligen Argumenten in der linken Spalte darstellen:

(24)

$[\![\textbf{kein-}]\!]^{s^*} =$

$[\![\textbf{Person}]\!]^{s^*}$	$\lambda X.\vdash \downarrow X \cap \downarrow[\![\textbf{Person}]\!]^{s^*} = \varnothing \dashv$
$[\![\textbf{Kind}]\!]^{s^*}$	$\lambda X.\vdash \downarrow X \cap \downarrow[\![\textbf{Kind}]\!]^{s^*} = \varnothing \dashv$
$[\![\textbf{Frau}]\!]^{s^*}$	$\lambda X.\vdash \downarrow X \cap \downarrow[\![\textbf{Frau}]\!]^{s^*} = \varnothing \dashv$
…	…
Y	$\lambda X.\vdash \downarrow X \cap \downarrow Y = \varnothing \dashv$
…	…

Gegenüber der in (23) gegebenen Tabelle ist die in (24) um eine typische Zeile erweitert, die zeigt wie sich eine beliebige Substantivextension Y auf die Extension des gesamten quantifizerenden Nominals auswirkt. Ausgehend von dieser typischen Zeile kann jetzt die Extension des Determinators **kein-** zu einem Lambda-Term zusammengefassst werden:

(25) $[\![\textbf{kein-}]\!]^{s^*} = \lambda Y.\,\lambda X.\vdash \downarrow X \cap \downarrow Y = \varnothing \dashv$

Die Formel mag kompliziert aussehen, bringt aber lediglich zum Ausdruck, dass der Beitrag, den der Determinator **kein-** zur Satzextension leistet, darin besteht, dass er nach sukzessiver Anwendung auf die Extensionen von Substantiv (Y) und Prädikat (X) diese zueinander in Beziehung setzt – und diese Beziehung ist die Disjunktheit (der charakterisierten Mengen).

Nach diesem Vorbild lassen sich jetzt die Extensionen anderer Determinatoren herleiten. Voraussetzung ist dabei jeweils, dass die Extensionen der durch sie eingeleiteten quantifizierenden Nominalphrasen bereits bekannt sind. Beginnen wir mit:

(26) **<u>Jede</u> Seminarteilnehmerin hat das Skript gelesen.**

Die Extension des Subjekts von (26) ist mit den Methoden des vorangehenden Abschnitts rasch ermittelt. Wenn wir die Menge der Seminarteilnehmerinnen in einer Situation s^* als 'Sem_{s^*}' bezeichnen, trifft (26) auf s^* zu, wenn jedes Element dieser Menge

[7] Der Bindestrich in '**kein**-' soll nur darauf hinweisen, dass es nicht um eine einzelne Wortform geht, sondern um das Lexem mit all seinen Formen: **kein** in **kein Mensch** hat dieselbe Bedeutung (Intension) wie **keine** in **keine Person** etc.

Element ist der Extension $\llbracket\textbf{hat das Skript gelesen}\rrbracket^{s*}$ des Prädikats (als Menge aufgefasst). Durch Variation des Prädikats stellt man wieder fest, dass ganz allgemein ein Satz mit **jede Seminarteilnehmerin** als Subjekt auf die Situationen s^* zutrifft, in denen jedes Element von Sem_{s^*} in der (als Menge aufgefassten) Prädikatsextension auftaucht. Mengentheoretisch gesprochen muss also, damit ein solcher Satz auf s^* zutrifft, Sem_{s^*} eine *Teilmenge* der durch die Prädikatsextension charakterisierten Menge sein. Analog zu den in (18) gegebenen Gleichungen für quantifizierende Nominalphrasen der Form '**kein** *N*' gelangen wir auf diese Weise zu der folgenden Analyse:

(27) $\llbracket\textbf{jede Seminarteilnehmerin}\rrbracket^{s*} = \lambda X.\vdash Sem_{s^*} \subseteq {\downarrow}X \dashv$

Unter Zugrundelegung der in (19) bzw. (20) exemplifizierten Extensionen sortaler Substantive lässt sich dann wieder der Beitrag, den der Determinator **jed-** zu der in (27) bestimmten Quantorenextension leistet, per Abstraktionsverfahren bestimmen – und zwar ganz analog zu (24):

(28)

$\llbracket\textbf{jed-}\rrbracket^{s*}$ =

$\llbracket\textbf{Person}\rrbracket^{s*}$	$\lambda X.\vdash {\downarrow}\llbracket\textbf{Person}\rrbracket^{s*} \subseteq {\downarrow}X \dashv$
$\llbracket\textbf{Kind}\rrbracket^{s*}$	$\lambda X.\vdash {\downarrow}\llbracket\textbf{Kind}\rrbracket^{s*} \subseteq {\downarrow}X \dashv$
$\llbracket\textbf{Frau}\rrbracket^{s*}$	$\lambda X.\vdash {\downarrow}\llbracket\textbf{Frau}\rrbracket^{s*} \subseteq {\downarrow}X \dashv$
$\llbracket\textbf{Seminarteilehmerin}\rrbracket^{s*}$	$\lambda X.\vdash {\downarrow}\llbracket\textbf{Seminarteilehmerin}\rrbracket^{s*} \subseteq {\downarrow}X \dashv$
…	…
Y	$\lambda X.\vdash {\downarrow}Y \subseteq {\downarrow}X \dashv$
…	…

Schließlich isolieren wir wieder die typische Zeile der Tabelle (28), um die Extension von **jed-** mit einem Lambda-Term darzustellen – analog zu (25):

(29) $\llbracket\textbf{jed-}\rrbracket^{s*} = \lambda Y.\,\lambda X.\vdash {\downarrow}Y \subseteq {\downarrow}X \dashv$

Nach (29) spielt die Teilmengenbeziehung bei **jed-** dieselbe Rolle wie die Disjunktheit bei **kein**-: erscheint die betreffende quantifizierende Nominalphrase in der Subjektposition, stellt der Determinator die entsprechende Beziehung zwischen den (als Mengen aufgefassten) Extensionen von Substantiv und Prädikat her.

Auch der Extension des unbestimmten Artikels liegt ein einfaches Verhältnis zwischen Mengen zugrunde.

(30) **Ein Kind schläft.**

Zunächst kann man (30) allerdings auf verschiedene Weisen verstehen.

(i) Zum einen kann gemeint sein, dass Kinder im Allgemeinen schlafen – z.B. wenn (30) als Antwort auf die Frage **Was macht ein Kind in der Nacht?** verwendet wird.
(ii) Nach einer weiteren, näherliegenden Art, (30) zu verstehen, ist der Satz falsch von einer Situation, in der zwei oder mehr Kinder schlafen. So versteht man den Satz, wenn mit ihm die Frage **Wie viele Kinder schlafen?** beantwortet wird.
(iii) Schließlich kann (30) einfach das Gegenteil von **Kein Kind schläft** zum Ausdruck bringen, z.B. wenn man fortfährt mit: **… und vielleicht schlafen alle**.

Bei (i) liegt eine so genannte *generische* Lesart vor, die wir hier außer Acht lassen, weil sie sich mit unserer Deutung quantifizierender Nominalphrasen nicht (oder nur schwer) vereinbaren lässt; wir kommen in Kapitel 10 noch einmal kurz auf sie zurück. Der Unterschied zwischen (ii) und (iii) ist der zwischen Zahlwort und unbestimmten Artikel, wie er im Englischen mit **one** vs. **a**[**n**] ausgedrückt wird. Ob es sich auch im Deutschen um verschiedene Wörter (also Lesarten derselben Oberflächenform) handelt, ist zunächst nicht klar. Die Situation erinnert an die im vorangehenden Abschnitt analysierte Nominalphrase **zwei Personen**: es könnte ja sein, dass die verschiedenen Interpretationen von **ein-** von verschiedenen Verwendungssituationen herrühren. Wir werden dieser Frage hier nicht nachgehen; denn prinzipiell lassen sich beide Verwendungen analog zur Bedeutung von **kein-** beschreiben. Solange auch nur eine von ihnen der wörtlichen Bedeutung von **ein-** entspricht, wird sie wieder per Abstraktionsverfahren erfasst. Im Falle des unbestimmten Artikels ist das besonders einfach; denn er bringt lediglich die Negation der durch **kein-** ausgedrückten Disjunktheit zum Ausdruck:

(31) $[\![\textbf{ein-}_{indef}]\!]^{s^*} = \lambda Y.\, \lambda X.\, \vdash {\downarrow}X \cap {\downarrow}Y \neq \varnothing \dashv$

Im Fall des im Sinne von (ii) interpretierten Zahlworts **ein-** wird offenbar ebenfalls eine Aussage über das Verhältnis von Substantiv- und Prädikatsextension gemacht: (30) ist in diesem Sinn von einer Situation s^* wahr, wenn der Schnitt der (als Menge aufgefassten) Extension von **Kind** in s^* – ${\downarrow}[\![\textbf{Kind}]\!]^{s^*}$ – mit der Extension von **schläft** in s^* – ${\downarrow}[\![\textbf{schläft}]\!]^{s^*}$ – gerade 1 Element – nicht mehr und nicht weniger – enthält. Das schließt natürlich weder aus, dass es noch weitere Kinder gibt, noch dass außer diesem einen Kind noch irgendwelche anderen Individuen schlafen. Für den allgemeinen Fall ergibt sich aus dieser Überlegung die folgende Analyse des Zahlwortes (oder *Numerale*) **ein-**:

(32_1) $[\![\textbf{ein-}_{Num}]\!]^{s^*} = \lambda Y.\, \lambda X.\, \vdash \overline{\overline{{\downarrow}X \cap {\downarrow}Y}} = 1 \dashv$

Wir werden, wie gesagt, offen lassen, ob der Unterschied zwischen (31) und (32_1) in der Semantik verankert ist oder ob es sich um einen Gebrauchsunterschied handelt. Des Weiteren werden wir uns im Folgenden, soweit nichts Gegenteiliges gesagt wird, mit '**ein-**' ohne Index auf den nach (31) analysierten unbestimmten Artikel beziehen.

Die anderen Numeralia lassen sich jetzt auch im Stil von (32_1) analysieren:

(32_2) $[\![\textbf{zwei-}_{Num}]\!]^{s^*} = \lambda Y.\, \lambda X.\, \vdash \overline{\overline{{\downarrow}X \cap {\downarrow}Y}} = 2 \dashv$

(32_3) $[\![\textbf{drei-}_{Num}]\!]^{s^*} = \lambda Y.\, \lambda X.\, \vdash \overline{\overline{{\downarrow}X \cap {\downarrow}Y}} = 3 \dashv$ etc.

Nach der Analyse (32_2) wird das weiter oben betrachtete quantifizierende Nominal **zwei Personen** im Sinne der Lesart (13a) gedeutet; die alternative Lesart (13b) erhält man offensichtlich durch die lexikalische Deutung in (33_2), die sich ebenfalls auf die anderen Numeralia verallgemeinern lässt:

(13a) $[\![\textbf{zwei Personen}]\!]^{s^*} = \lambda X.\, \vdash \overline{\overline{{\downarrow}X \cap Per_{s^*}}} = 2 \dashv$

(b) $[\![\textbf{zwei Personen}]\!]^{s^*} = \lambda X.\, \vdash \overline{\overline{{\downarrow}X \cap Per_{s^*}}} \geq 2 \dashv$

(33_2) $[\![\textbf{zwei-}_{indef}]\!]^{s^*} = \lambda Y.\, \lambda X.\, \vdash \overline{\overline{{\downarrow}X \cap {\downarrow}Y}} \geq 2 \dashv$

(33_3) $[\![\textbf{drei-}_{indef}]\!]^{s^*} = \lambda Y.\, \lambda X.\, \vdash \overline{\overline{{\downarrow}X \cap {\downarrow}Y}} \geq 3 \dashv$ etc.

Die in (33) gegebenen disambiguierenden Indizes sollen daran erinnern, dass es sich bei den Extensionen um Analoga zur Extension (31) des unbestimmten (indefiniten) Artikels handelt. (Inwiefern? ☛ Übungsaufgabe!) Wir werden es, wie schon weiter oben erwähnt, bei dieser Annahme einer lexikalischen Ambiguität belassen, ohne dabei zu vergessen, dass dieser Entscheidung etwas Willkürliches anhaftet.

Auch in (34) wird die Substantivextension zur Prädikatsextension in Beziehung gesetzt:

(34) **Die meisten Kinder schlafen.**

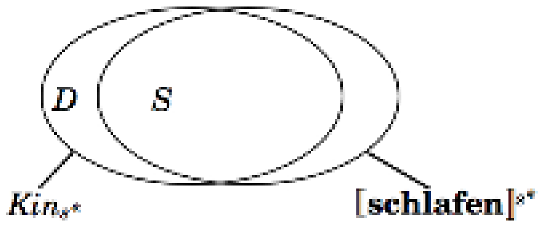
Unter der Annahme, dass die Pluralform **Kinder** bedeutungsgleich ist mit der Singularform **Kind**[8], lassen sich die in (34) geschilderten Situationen als diejenigen beschreiben, in denen es mehr schlafende Kinder gibt als wache. Die schlafenden Kinder bilden die Schnittmenge ***S*** aus der (als Menge aufgefassten) Extension von **Kind** und der von **schläft**; die wachen Kinder bilden die *Differenz* ***D*** aus diesen Mengen, also die Extension von **Kind** ohne ('\ ') den Schnitt mit der von **schläft**:[9] Die Schnittmenge *S* muss offenbar, damit (34) auf eine gegebene Situation s^* zutrifft, mehr Elemente enthalten als ***D***, d.h. die Kardinalität von ***S*** muss größer sein als die von ***D***:

(35) $\overline{\overline{\boldsymbol{S}}} > \overline{\overline{\boldsymbol{D}}}$

d.h.: $\overline{\overline{Kin_{s^*} \cap [\![\mathbf{schlafen}]\!]^{s^*}}} > \overline{\overline{Kin_s \setminus [\![\mathbf{schlafen}]\!]^{s^*}}}$

– oder graphisch:

(36)



Die einzelnen Flächeninhalte in (36) sollen dabei – ausnahmweise – die Größenverhältnisse zwischen den entsprechenden Mengen widerspiegeln. (36) stellt damit eine typische Situation dar, auf die (34) zutrifft.

Wie zuvor können wir jetzt wieder aus dem konkreten Fall auf den Inhalt des Determinators schließen. Dazu müssen wir nur die in (35) genannten spezifischen Substantiv- und Prädikats-Extensionen durch Variablen für die Argumente ersetzen,

8 Diese Annahme mag befremden: Leistet der Plural nicht seinen Beitrag zur Bedeutung, indem er die Bezugnahme auf mehrere Objekte gestattet? Ganz so einfach verhält sich die Sache nicht. Denn auch das singularische Substantiv **Kind** bezieht sich ja in dem Sinne auf mehrere Individuen, als seine (jeweilige) Extension alle Kinder umfasst; ohne diese Bezugnahme wären Quantifikationen wie **jedes Kind** und **kein Kind** nicht möglich. Andererseits gibt es tatsächlich Verwendungen pluralischer Nominalphrasen, die eine Bezugnahme auf *Gruppen* von Individuen erfordern; ein Beispiel ist die in Kapitel 0 betrachete so genannte *kollektive Prädikation* **Fritz und Eike sind** [**miteinander**] **verheiratet**. In diesen Fällen hat der Plural eine eigenständige Bedeutung. Aber so ein Fall liegt in (34) nicht unbedingt vor; denn der Satz lässt sich – bei entsprechender Klammerung – als normale Quantifikation auffassen. Auf die Semantik des Plurals und die Kollektivität kommen wir in diesem Kurs leider nicht mehr zu sprechen. Interessierten sei deshalb Godehard Links Handbuch-Artikel 'Plural' (in A. v on Stechow, D. Wunderlich (Hrsg.), *Semantik/Semantics*. Berlin 1991, S. 418–440) empfohlen.

9 Die Differenz $A \setminus B$ ist definiert als die Menge der Elemente der Menge A, die nicht zugleich Elemente der Menge B sind: $A \setminus B := \{x \in A \mid x \notin B\}$.

auf die die zu ermittelnde Extension sukzessive angewandt wird. Wir gelangen so zu der folgenden Analyse:

(37) $[\![\textbf{die meisten}]\!]^{s^*} = \lambda Y.\, \lambda X.\, \vdash \overline{\overline{\downarrow Y \cap \downarrow X}} > \overline{\overline{\downarrow Y \setminus \downarrow X}} \dashv$

Wir beenden unseren semantischen Rundgang durch die Landschaft der Determinatoren mit dem bestimmten Artikel **d-** (= **der/die/das**). Ob er sich adäquat im Stil der anderen Determinatoren deuten lässt, ist unter SemantikerInnen heftig umstritten. Klar ist aber, dass sich zumindest bestimmte Verwendungsweisen erfassen lassen. Betrachten wir dazu ein Beispiel:

(38) **Die türkische Kursteilnehmerin sitzt in der zweiten Reihe.**

Auf was für Situationen *s** trifft (38) zu? Zunächst einmal muss es (*b*) in *s** überhaupt eine türkische Kursteilnehmerin geben, die in der zweiten Reihe sitzt. Aber das reicht insofern nicht, als (38) nur schlecht auf Kurse bezogen werden kann, an denen mehrere Türkinnen teilnehmen. Eine weitere Bedingung an *s** ist also, dass es dort (*a*) *genau eine* türkische Kursteilnehmerin gibt. Es gilt also für beliebige Situationen *s**: $[\![(38)]\!]^{s^*} = 1$ gdw. die folgenden beiden Bedingungen erfüllt sind:

(*a*) es gibt genau eine türkische Kursteilnehmerin in *s**;
(*b*) es gibt eine türkische Kursteilnehmerin in *s**, die in *s** in der zweiten Reihe sitzt.

Beide Bedingungen lassen sich wieder als Aussagen über die Extensionen von Substantiv und Prädikat reformulieren, was einer kompositionellen Deutung des bestimmten Artikels entgegenkommt. Denn in (*a*) geht es um die Kardinalität der (als Menge aufgefassten) Extension von **türkische Kursteilnehmerin**; und diese Extension wird in (*b*) mit der des Prädikats in Beziehung gesetzt:

(*a*') $\overline{\overline{\downarrow [\![\textbf{türkische Kursteilnehmerin}]\!]^{s^*}}} = 1;$

(*b*') $\downarrow [\![\textbf{türkische Kursteilnehmerin}]\!]^{s^*} \cap \downarrow [\![\textbf{sitzt in der 2. Reihe}]\!]^{s^*} \neq \emptyset.$

Die beiden Bedingungen erinnern an die alternativen Analysen (31) und (32_1) von **ein-**. Und tatsächlich gibt (*b*') die Wahrheitsbedingung von (39) (für die Situation *s**) an, wenn **eine** i. S. v. (31) als unbestimmter Artikel interpretiert wird:

(39) **Eine türkische Kursteilnehmerin sitzt in der zweiten Reihe.**

Andererseits entspricht (*a*') *nicht* der Lesart von (38), nach der der Determinator des Subjekts das nach (32_1) gedeutete Zahlwort **eine** ist; denn diese hat die folgende Wahrheitsbedingung:

(40) $\overline{\overline{\downarrow [\![\textbf{türkische Kursteilnehmerin}]\!]^{s^*} \cap \downarrow [\![\textbf{sitzt in der 2. Reihe}]\!]^{s^*}}} = 1$

Während (40) nicht ausschließt, dass es mehr als eine türkische Kursteilnehmerin gibt (solange nur eine in der zweiten Reihe sitzt), besagt die in (*a*') gegebene Bedingung, dass es nur eine Kursteilnehmerin Türkin ist (egal wo sie sitzt). Die Wahrheitsbedingungen von (38) fallen daher nicht mit denen von (39) zusammen, in welcher Lesart auch immer der Satz verstanden wird.

Die Bedingungen (*a*') und (*b*') lassen sich auf mehrere äquivalente Weisen angeben. Zum Beispiel lässt sich (*b*') als Bedingung an die Anzahl der Elemente des Schnitts von Substantiv- und Prädikatsextension reformulieren. Alternativ kann man auch (*b*') durch eine Teilmengenbeziehung ersetzen; denn unter der Voraussetzung (a') läuft (b') auf (b'') hinaus, wie in einer Übungsaufgabe nachzuweisen sein wird:

(b'') $\downarrow[\![\textbf{türkische Kursteilnehmerin}]\!]^{s^*} \subseteq \downarrow[\![\textbf{sitzt in der 2. Reihe}]\!]^{s^*}$

Auch die Bedingung (a') lässt sich umformulieren; zum Beispiel kann man sie in zwei Teilbedingungen aufspalten:

(a'1) $\downarrow[\![\textbf{türkische Kursteilnehmerin}]\!]^{s^*} \neq \varnothing$

(a'2) $\overline{\overline{\downarrow[\![\textbf{türkische Kursteilnehmerin}]\!]^{s^*}}} \leq 1$

(a'1) besagt, dass es überhaupt eine türkische Kursteilnehmerin gibt, und garantiert damit, dass die Extension des Substantivs *mindestens* ein Element enthält; (a'2) wiederum besagt, dass diese *höchstens* ein Element enthält. Gemeinsam laufen also diese Bedingungen auf (a) hinaus.

Zusammen genommen sind die Bedingungen (a'1), (a'2) und (b'') als *Russellsche Kennzeichnungstheorie*[10] bekannt. Allgemeiner gesprochen handelt es sich dabei um die folgende semantische Analyse des bestimmten Artikels, die sich wieder in bewährter Manier durch Verallgemeinerung der Beispielsanalyse gewinnen lässt:

(41) $[\![\mathbf{d}\text{-}_{\textit{Russell}}]\!]^{s^*} = \lambda Y.\, \lambda X.\, \vdash \underbrace{\downarrow Y \neq \varnothing}_{\text{(i)}} \;\&\; \underbrace{\overline{\overline{\downarrow Y}} \leq 1}_{\text{(ii)}} \;\&\; \underbrace{\downarrow Y \subseteq \downarrow X}_{\text{(iii)}} \dashv$

Die (a'1) entsprechende Teilbedingung (i) bezeichnet man als *Existenzbedingung*, weil sie ausdrückt, dass es etwas gibt, das in der Extension des Substantivs liegt. Die Verallgemeinerung (ii) von (a'2) heißt *Einzigkeitsbedingung*; denn sie besagt, dass es sich dabei um ein einziges – also: nicht mehr als ein – Individuum handelt. Für (iii) gibt es keine spezielle Bezeichnung.

Wir werden einige Vorzüge dieser auf den ersten Blick übermäßig kompliziert anmutenden Analyse in späteren Kapiteln kennen lernen. Schon jetzt ist aber kritisch einzuwenden, dass (41) unmöglich alle Aspekte der Verwendung des bestimmten Artikels abdecken kann. Die folgenden Beispiele illustrieren das:

(42) **<u>Das Auto</u> war zwischen einer Mauer und einem Porsche eingeklemmt.**

- (42) kann nur auf Situationen zutreffen, in denen es mehr als ein Auto gibt – nämlich einen Porsche und das durch die unterstrichene Kennzeichnung beschriebene Fahrzeug. In der in (41) angegebenen Form ist damit die Einzigkeitsbedingung in diesen Situationen nicht erfüllt. Allenfalls könnte man sagen, dass es sich bei dem gekennzeichneten Auto um das einzige *bereits zur Debatte stehende* Element der Extension von **Auto** handelt. Die Einzigkeitsbedingung muss also hier zu einer *Einschlägigkeitsbedingung* abgeschwächt werden.

(43) **Obwohl Astrid Lindgren gerade in Schweden sehr populär war, hat <u>die Autorin</u> nie den Literaturnobelpreis erhalten.**

- In (43) wird die unterstrichene Kennzeichnung auf den Namen im Nebensatz zurück bezogen oder, wie man in der Semantik sagt:

[10] Nach Bertrand Russell, der in seinem Aufsatz *On Denoting* (1905) diese Theorie einer älteren Fregeschen Analyse entgegengestellt und sie zugleich sprachkritisch auf Werke der zeitgenössischen Philosophie angewandt hat. Russells Analyse hat einen immensen Einfluss auf die Entwicklung der angelsächsischen Philosophie des 20. Jahrhunderts gehabt.

anaphorisch verwendet; sie lässt sich hier ohne großen Bedeutungsunterschied durch das Pronomen **sie** ersetzen. Auch hier ist wieder die Einzigkeitsbedingung verletzt: der (Haupt-) Satz besagt ja nicht, dass es (in der genannten Situation) überhaupt nur eine Autorin gibt.

(44) **<u>Der Tiger</u> ist eine in Asien beheimatete Großkatze.**

- Nach der Russellschen Analyse (41) müsste (44) besagen, dass es überhaupt nur einen Tiger gibt; doch die Einzigkeitsbedingung scheint sich allenfalls auf die gesamte Art *panthera tigris* zu beziehen und nicht auf ihre einzelnen Vertreter. Man spricht hier, wie schon weiter oben in einem ähnlichen Zusammenhang mit Indefinita, von einer *generischen* Verwendung (im weitesten Sinne).

Wir werden in Kapitel 10 auf diese und andere Einwände zur Russellschen Kennzeichnungstheorie zurück kommen, sie aber bis dahin als korrekt unterstellen.

Der Vollständigkeit halber halten wir noch fest, wie sich innerhalb quantifizierender Nominale die Extensionen der Determinatoren mit denen der Substantivextensionen verbinden; da sie per Abstraktion gewonnen wurden, muss dafür wieder die Funktionalapplikation bemüht werden:

(45) *Kompositionelle Bestimmung der Extension quantifizierender Nominale*
Wenn Q ein quantifizierendes Nominal bestehend aus einem Determinator D und einem Substantiv N ist, dann gilt für alle $s \in LR$:

$$\llbracket Q \rrbracket^{s^*} = \llbracket D \rrbracket^{s^*}(\llbracket N \rrbracket^{s^*}).$$

Bisher haben wir uns ausschließlich auf die Extensionen der Determinatoren in einer gegebenen Situation $s^* \in LR$ konzentriert. Wie immer ergeben sich ihre Intensionen, indem wir von die Extension in Abhängigkeit zu einer beliebigen Situation $s \in LR$ setzen:

(46a) $\llbracket \textbf{kein-} \rrbracket = \lambda s.\, \lambda Y.\, \lambda X.\, \vdash {\downarrow}X \cap {\downarrow}Y = \varnothing \dashv$ vgl. (25)

(b) $\llbracket \textbf{jed-} \rrbracket = \lambda s.\, \lambda Y.\, \lambda X.\, \vdash {\downarrow}Y \subseteq {\downarrow}X \dashv$ vgl. (29)

(c) $\llbracket \textbf{ein-}_{indef} \rrbracket = \lambda s.\, \lambda Y.\, \lambda X.\, \vdash {\downarrow}X \cap {\downarrow}Y \neq \varnothing \dashv$ vgl. (31)

(d) $\llbracket \textbf{zwei-}_{indef} \rrbracket = \lambda s.\, \lambda Y.\, \lambda X.\, \vdash \overline{\overline{{\downarrow}X \cap {\downarrow}Y}} \geq 2 \dashv$ vgl. (33_2)

(e) $\llbracket \textbf{drei-}_{indef} \rrbracket = \lambda s.\, \lambda Y.\, \lambda X.\, \vdash \overline{\overline{{\downarrow}X \cap {\downarrow}Y}} \geq 3 \dashv$ vgl. (33_3)

(f) $\llbracket \textbf{ein-}_{Num} \rrbracket = \lambda s.\, \lambda Y.\, \lambda X.\, \vdash \overline{\overline{{\downarrow}X \cap {\downarrow}Y}} = 1 \dashv$ vgl. (32_1)

(g) $\llbracket \textbf{zwei-}_{Num} \rrbracket = \lambda s.\, \lambda Y.\, \lambda X.\, \vdash \overline{\overline{{\downarrow}X \cap {\downarrow}Y}} = 2 \dashv$ vgl. (32_2)

(h) $\llbracket \textbf{drei-}_{Num} \rrbracket = \lambda s.\, \lambda Y.\, \lambda X.\, \vdash \overline{\overline{{\downarrow}X \cap {\downarrow}Y}} = 3 \dashv$ vgl. (32_3)

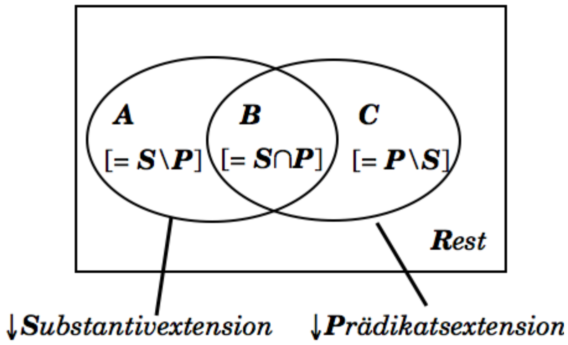
(i) $\llbracket \textbf{die meisten} \rrbracket = \lambda s.\, \lambda Y.\, \lambda X.\, \vdash \overline{\overline{{\downarrow}Y \cap {\downarrow}X}} > \overline{\overline{{\downarrow}Y \setminus {\downarrow}X}} \dashv$ vgl. (37)

(j) $\llbracket \textbf{d-}_{Russell} \rrbracket = \lambda s.\, \lambda Y.\, \lambda X.\, \vdash {\downarrow}Y \neq \varnothing \;\&\; \overline{\overline{{\downarrow}Y}} \leq 1 \;\&\; {\downarrow}Y \subseteq {\downarrow}X \dashv$ vgl. (41)

3.3 Konservativität und Invarianz

Die Analysen in (46) belegen, dass Determinatoren zwischen Substantiv- und Prädikatsextensionen stets einfache, rein mengentheoretisch beschreibbare Beziehungen herstellen, die selbst unabhängig von der betrachteten Situation sind. Insbesondere sind ihre Intensionen starr. Doch die semantischen Gemeinsamkeiten zwischen den Determinatoren gehen noch tiefer. Es lässt sich nämlich feststellen, dass die Beziehungen, die in (46) jeweils zwischen den Extensionen hergestellt werden, nicht beliebiger Art sind, sondern immer bestimmte 'Regionen' betreffen, in die Substantiv- und Prädikatsextensionen den Bereich der Individuen (in einer gegebenen Situation s^*) im Sinne des folgenden Venn-Diagramms zerlegen:

(47)



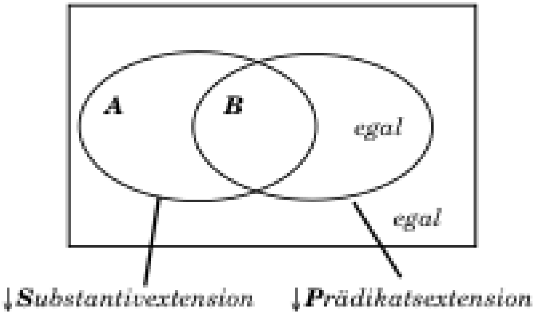
Man beachte, dass die in (47) genannten Teile ***A***, ***B***, ***C*** und ***R*** nicht nur von der betrachteten Situation s^*, sondern auch von der ***S***ubstantiv- und ***P***rädikatsextension abhängen; klarer, aber umständlicher hätten wir also '$\boldsymbol{A}^{s^*}_{\boldsymbol{S,P}}$', '$\boldsymbol{B}^{s^*}_{\boldsymbol{S,P}}$', '$\boldsymbol{C}^{s^*}_{\boldsymbol{S,P}}$' bzw. '$\boldsymbol{R}^{s^*}_{\boldsymbol{S,P}}$' schreiben können.

Es fällt auf, dass alle in (46) genannten Extensionsverhältnisse immer nur die Differenz ***A*** und/oder den Schnitt ***B*** betreffen: die Extensionvon **kein-** besagt, dass ***B*** leer ist, die von **jed-**, dass ***A*** leer ist, die von **die meisten**, dass ***B*** mehr Elemente enthält als ***A*** etc.:

(48a)	$\boldsymbol{B} = \emptyset$	**kein-**
(b)	$\boldsymbol{A} = \emptyset$	**jed-**
(c)	$\boldsymbol{B} \neq \emptyset$	**ein-**$_{indef}$
(d)	$\overline{\overline{\boldsymbol{B}}} \geq 2$	**zwei**$_{indef}$
(e)	$\overline{\overline{\boldsymbol{B}}} \geq 3$	**drei**$_{indef}$
(f)	$\overline{\overline{\boldsymbol{B}}} = 1$	**ein-**$_{Num}$
(g)	$\overline{\overline{\boldsymbol{B}}} = 2$	**zwei**$_{Num}$
(h)	$\overline{\overline{\boldsymbol{B}}} = 3$	**drei-**$_{Num}$
(i)	$\overline{\overline{\boldsymbol{B}}} > \overline{\overline{\boldsymbol{A}}}$	**die meisten**
(j)	$\overline{\overline{\boldsymbol{A}}} = 0 < \overline{\overline{\boldsymbol{B}}} = 1$	**d-**$_{Russell}$

Es scheint, als spielten bei der Quantifikation weder die Objekte in ***C*** noch die im Rest ***R*** eine Rolle. Die Extensionen der Determinatoren interessieren sich sozusagen nur für zwei der vier Regionen:

(47⁻)



Determinatoren, deren Extensionen Beziehungen zwischen den in (47⁻) dargestellten Extensionen ausdrücken, nennt man *konservativ*. Bei einem konservativen Determinator spielen für die Bestimmung des Wahrheitswerts immer nur der Schnitt ***B*** und die Differenz ***A*** eine Rolle. Wenn also eine Substantiv- und eine Prädikatsextension (jeweils als Mengen aufgefaßt) ***S*** und ***P*** dieselbe Differenz und denselben Schnitt haben wie eine andere Substantivextension ***S'*** mit einer anderen Prädikatsextension ***P'***, dann macht es für einen konservativen Determinator keinen Unterschied, mit welcher von den beiden Substantiv-/Prädikats-Kombinationen er kombiniert wird. Die allgemeine Definition der Konservativität von Determinatorenextensionen ergibt sich damit wie folgt:

D3.1 Ein Determinator D ist *konservativ*, wenn für alle Situationen s und alle Prädikatsextensionen X, X', Y und Y' gilt:

wenn: $\downarrow Y \setminus \downarrow X = \downarrow Y' \setminus \downarrow X'$ und $\downarrow Y \cap \downarrow X = \downarrow Y' \cap \downarrow X'$,

dann auch: $[\![D]\!]^s(Y)(X) = [\![D]\!]^s(Y')(X')$.

In D3.1 wird statt von Mengen ***S***, ***S'***, ***P*** und ***P'*** von charakteristischen Funktionen Y, Y', X und X' als von *Prädikatsextensionen* gesprochen. Das ist insofern legitim, als ja die Extension eines Substantivs N immer auch die Extension eines entsprechenden Prädikats der Gestalt **ist ein(e)** N ist. D3.1 betrifft also die charakteristischen Funktionen beliebiger Mengen von Individuen.

Intuitiv gesprochen macht ein konservativer Determinator eine Aussage über das Verhältnis zwischen Substantiv- und Prädikatsextension, soweit letztere überhaupt von ersterer betroffen ist: es werden nur diejenigen Objekte in der Prädikatsextension betrachtet, die sich auch in der Extension des Substantivs befinden. Das Substantiv steckt mit seiner Extension sozusagen den Rahmen ab, innerhalb dessen die Prädikatsextension betrachtet wird. Das erklärt auch, warum bei konservativen Determinatoren D Aussagen der Form (a) – mit Substantiv N und Prädikat V – sich stets reformulieren lassen durch (b):

(a) $D\,N\,V$
(b) $D\,N$ **ist ein(e)** N **und** V

In (a) stellt der Determinator einen Zusammenhang zwischen der (als Menge aufgefassten) Substantivextension $\downarrow Y$ und der (…) Prädikatsextension $\downarrow X$ her; in (b) drückt er denselben Zusammenhang zwischen $\downarrow Y$ und $\downarrow Y \cap \downarrow X$ (= ***B***) aus. Wenn er aber konservativ ist, sollte dies auf dasselbe hinauslaufen; denn dann kann er ohnehin nur über den Teil der Prädikatsextension ***P*** eine Aussage machen, der sich mit der Substantivextension ***S*** überlappt – also über die Schnittmenge ***B***. Und in der Tat bedeutet **Kein Kind schläft** dasselbe wie **Kein Kind ist ein Kind und schläft**; **Jede Frau liebt einen Mann** heißt: **Jede Frau ist eine Frau und liebt einen Mann**; etc. Damit kann ein (hypothetischer) Determinator, bei dem (a) und (b) verschiedene Wahrheitsbedingungen haben, nicht konservativ sein. Umgekehrt ist jeder Determinator konservativ, bei dem (a) und (b) zusammenfallen. Wir erhalten somit den folgenden:[11]

Konservativitätstest
Ein Determinator D ist genau dann konservativ, wenn für alle Situationen s und alle Prädikatsextensionen Y und X gilt:

$$[\![D]\!]^{s}(Y)(X) = [\![D]\!]^{s}(Y)(Y \sqcap X),$$

wobei $Y * X$ die charakteristische Funktion von $\downarrow Y \cap \downarrow X$ ist, also $\lambda x. \vdash x \in \downarrow X \cap \downarrow Y \dashv$.

Die Bezeichunung des obigen Zusammenhangs rührt daher, dass er gestattet, auf relativ leichte Weise zu überprüfen, ob ein Determinator konservativ ist: man muss nur für die entsprechenden Sätze (a) und (b) überprüfen, ob sie dasselbe besagen. Wie die oben angesprochenen Beispiele belegen, ist die in der Regel sehr einfach – jedenfalls einfacher als eine Überprüfung der Konservativität anhand der in D3.1 gegebenen Bedingung. Dass auch die oben herausgearbeiteten Extensionen dem Konservativitätstest genügen, machen wir uns am Beispiel einer umständlichen, aber leicht nachvollziehbaren Gleichungskette für den Determinator **kein-** klar:

$$\begin{array}{lll}
 & [\![\mathbf{kein}]\!]^{s^*}(Y)(Y \sqcap X) & \\
= & [\lambda Y.\, \lambda X. \vdash \downarrow X \cap \downarrow Y = \varnothing \dashv](Y)(Y \sqcap X) & \text{nach (25)} \\
= & \vdash \downarrow(Y \sqcap X) \cap \downarrow Y = \varnothing \dashv & \lambda\text{-Konversion} \\
= & \vdash \downarrow[\lambda x. \vdash x \in \downarrow X \cap \downarrow Y \dashv] \cap \downarrow Y = \varnothing \dashv & \text{Def. `*'} \\
= & \vdash \{x \mid x \in \downarrow X \cap \downarrow Y\} \cap \downarrow Y = \varnothing \dashv & \text{mit (35), Kap. 2} \\
= & \vdash (\downarrow X \cap \downarrow Y) \cap \downarrow Y = \varnothing \dashv & \text{Komprehensionsprinzip} \\
= & \vdash \downarrow X \cap \downarrow Y = \varnothing \dashv & \text{Mengenlehre[12]} \\
= & [\lambda Y.\, \lambda X. \vdash \downarrow X \cap \downarrow Y = \varnothing \dashv](Y)(X) & \lambda\text{-Konversion} \\
= & [\![\mathbf{kein}]\!]^{s^*}(Y)(X) & \text{nach (25)}
\end{array}$$

Die Liste der Bedingungen in (48) legt den Verdacht nahe, dass alle Determinatoren konservativ sind. Das ist in der Tat so – und zwar nicht nur im Deutschen: Determinatoren sind wohl in allen Sprachen konservativ. Dabei könnte man sich leicht vorstellen, wie ein nicht-konservativer Determinator auszusehen hätte. Hier ist ein vermeintliches Gegenbeispiel zur universellen Konservativität:

(49) **Nur Pferde können im Stehen schlafen.**

---

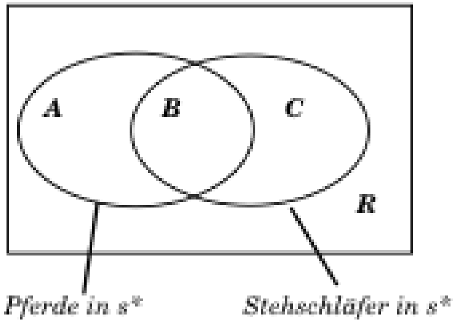
11 In der Literatur muss die im Konservativitätstest gegebene Charakterisierung oft als Definition herhalten, aus der sich dann die Äquivalenz in D3.1 geschlossen wird. Der Nachweis der Äquivalenz der beiden Bedingungen geschieht in einer Übungsaufgabe.

12 Letztlich basiert dieser Übergang auf der Aussagenlogik und der Definition des mengentheoretischen Schnitts:

$$\begin{array}{lll}
 & A \cap B & \\
= & \{x \mid x \in A \;\&\; x \in B\} & \text{Def. `}\cap\text{'} \\
= & \{x \mid x \in A \;\&\; x \in B \;\&\; x \in B\} & \text{Aussagenlogik} \\
= & \{x \mid x \in \{x \mid x \in A \;\&\; x \in B\} \;\&\; x \in B\} & \text{Komprehensionsprinzip} \\
= & \{x \mid x \in A \;\&\; x \in B\} \cap B & \text{Def. `}\cap\text{'} \\
= & (A \cap B) \cap B & \text{Def. `}\cap\text{'}
\end{array}$$

(49) trifft auf eine Situation s^* zu, wenn es keine Individuen gibt, die im Stehen schlafen können, ohne Pferde zu sein:

(50)



Die Prädikatsextension muss m.a.W. eine Teilmenge der Extension des Substantivs sein. Daraus ergibt sich eine zur Extension (29) von **jed-** spiegelbildliche Analyse:

(51) $[\![\textbf{nur}]\!]^{s^*} = \lambda Y.\, \lambda X.\, \vdash \downarrow X \subseteq \downarrow Y \dashv$

Nach dieser Analyse ist **nur** nicht konservativ; denn die (51) entsprechende Bedingung an die Regionen in der Unterteilung (50) betrifft weder ***A*** noch ***B***, sondern lautet:

(52) $\boldsymbol{C} = \varnothing$ **nur**

Der eben angegebene Konservativitätstest bestätigt diesen Befund: wenn etwa neben den Pferden auch die Esel im Stehen schliefen, wäre (49) falsch, aber die entsprechende Reformulierung (53) träfe dennoch zu:

(53) **Nur Pferde sind Pferde und können im Stehen schlafen.**

Ist damit **nur** ein nicht-konservativer Determinator? Nein – denn aus morphosyntaktischer Sicht spricht nichts dafür, dass es sich bei **nur** überhaupt um einen Determinator handelt – selbst wenn es bei oberflächlicher Betrachtung von Beispielen wie (53) den Anschein haben könnte:

> **nur** weist nicht die für deutsche Determinatoren übliche Kongruenzmorphologie auf: **viele Kinder** vs. **vielen Kindern**, aber **nur Kinder/n**;
> **nur** verbindet sich mit Konstituenten aller möglichen Kategorien, nicht nur mit Substantiven; **nur schlafen**, **nur der König**, … ;
> insbesondere lässt sich die Konstruktion in (49) auch als Modifikation des pluralischen Indefinitums **Pferde** (und nicht nur des oberflächengleichen Substantivs **Pferde**) auffassen;
> auch in nominalen Verbindungen wie (49) ist **nur** – im Gegensatz zu allen anderen Determinatoren – anfällig für Betonungsunterschiede:[13] **Maria isst nur *Erdbeeren* mit Schlagsahne** bedeutet nicht dasselbe wie **Maria isst nur Erdbeeren mit *Schlagsahne***.

Da außerdem **nur** der einzige nicht-konservative Determinator wäre, bestätigt die quantorensemantische Analyse diesen morphosyntaktischen Befund. Wir halten fest:[14]

13 Betonungsunterschiede spielen auch sonst eine Rolle für die Bedeutung, aber in Verbindung mit Ausdrücken wie **nur** wirken sie sich auf die Wahrheitsbedingungen aus. Dieses – übrigens in der Semantik sehr gut untersuchte – Phänomen bezeichnet man als *Fokussensitivität*.

14 Die Bedingung gilt seit dem äußerst einflussreichen Aufsatz ‘Generalized Quantifiers and Natural Language’ (1981) als wahrscheinlich universell gültige semantische Beschränkung.

Konservativitätsbedingung … nach Barwise & Cooper (1981)
Determinatoren sind immer konservativ.

Neben der Konservativität gibt es eine weitere Gemeinsamkeit zwischen den in (48) aufgelisteten Bedingungen, die die einzelnen Determinatoren an Substantiv- und Prädikatsextension stellen. Denn es handelt sich in allen Fällen um Beziehungen, die sich an der *Anzahl* der Elemente der Mengen ***A*** und ***B*** festmachen lassen. So liegt die nach (48a) durch **kein** ausgedrückte Disjunktheit gerade dann vor, wenn der Schnitt null Elemente enthält, wenn also gilt: $\overline{\overline{\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B}}} = 0$. Entsprechend besagt die Überlappung in (48c), dass $\overline{\overline{\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B}}} \neq 0$ usw. Wenn wir die Kardinalität von ***A*** und ***B*** mit '*a*' bzw. '*b*' bezeichnen, lassen sich die Bedingungen in (48) durch die folgenden Zahlenverhältnisse erfassen:

(54a)	$b = 0$	**kein-**
(b)	$a = 0$	**jed-**
(c)	$b \neq 0$	**ein-**$_{indef}$
(d)	$b \geq 2$	**zwei**$_{indef}$
(e)	$b \geq 3$	**drei**$_{indef}$
(f)	$b = 1$	**ein-**$_{Num}$
(g)	$b = 2$	**zwei**$_{Num}$
(h)	$b = 1$	**drei-**$_{Num}$
(i)	$b > a$	**die meisten**
(j)	$a = 0 < b = 1$	**d-**$_{Russell}$

Determinatoren, deren Extensionen sich im Stil von (54) auf reine Zahlenverhältnisse zwischen Extensionen zurückführen lassen, verdienen eine eigene Bezeichnung:

D3.2 Ein Determinator *D* ist *invariant*, wenn für alle Situationen *s* und alle Prädikatsextensionen *X*, *X*', *Y* und *Y*' gilt:

wenn: $\overline{\overline{{\downarrow}Y \setminus {\downarrow}X}} = \overline{\overline{{\downarrow}Y' \setminus {\downarrow}X'}}$, $\overline{\overline{{\downarrow}Y \cap {\downarrow}X}} = \overline{\overline{{\downarrow}Y' \cap {\downarrow}X'}}$,
und $\overline{\overline{U \setminus ({\downarrow}X \cup {\downarrow}Y)}} = \overline{\overline{U \setminus ({\downarrow}X' \cup {\downarrow}Y')}}$,

dann ist: $[\![D]\!]^s(Y)(X) = [\![D]\!]^s(Y')(X')$.

Die bisherigen Analysen legen nahe, dass *alle* Determinatoren invariant sind. Doch es gibt bemerkenswerte Ausnahmen:

(55) **Peters Auto ist grün.**

Der possessive Genitiv **Peters** erfüllt in (55) die Funktion eines Determinators; und er lässt sich im Sinne der Paraphrase (56) mit einer Variante der Russellschen Kennzeichnungstheorie analysieren:

(56) **Das Auto, das Peter gehört, ist grün.**

Nach der Russellschen Analyse besagt (56), dass (i) Peter mindestens ein Auto besitzt, (ii) höchstens ein Auto besitzt, und (iii) jedes Auto, das Peter besitzt, grün ist. Für das Subjekt von (55) und (56) ergibt sich demnach die folgende Extension:

(57) $\llbracket \textbf{Peters Auto} \rrbracket^{s^*} = \llbracket \textbf{das Auto, das Peter gehört} \rrbracket^{s^*}$

$$
\begin{array}{lll}
= & \lambda X. \vdash \ \downarrow\llbracket \textbf{Auto, das Peter gehört} \rrbracket^{s^*} \neq \emptyset & \text{(i)} \\
 & \& \ \overline{\overline{\downarrow\llbracket \textbf{Auto, das Peter gehört} \rrbracket^{s^*}}} \leq 1 & \text{(ii)} \\
 & \& \ \downarrow\llbracket \textbf{Auto, das Peter gehört} \rrbracket^{s^*} \subseteq X \ \dashv & \text{(iii)} \\
= & \lambda X. \vdash \ \downarrow\llbracket \textbf{Auto} \rrbracket^{s^*} \cap PB_{s^*} \neq \emptyset & \text{(i)} \\
 & \& \ \overline{\overline{\downarrow\llbracket \textbf{Auto} \rrbracket^{s^*} \cap PB_{s^*}}} \leq 1 & \text{(ii)} \\
 & \& \ \downarrow\llbracket \textbf{Auto} \rrbracket^{s^*} \cap PB_{s^*} \subseteq X \ \dashv & \text{(iii)}
\end{array}
$$

Dabei steht 'PB_{s^*}' für die Objekte, die Peter in der jeweiligen Situation s^* besitzt; denn offenbar ergibt sich die Extension von **Auto, das Peter besitzt** durch Schnittbildung der (als Menge aufgefassten) Extension von **Auto** mit Peters Besitztümern.[15] Während sich aber die Extension (57) im Fall des Subjeks von (56) durch Kombination des Russellschen Artikels mit dem (erweiterten) Substantiv **Auto, das Peter gehört** ergibt, muss für das Subjekt von (55) für dasselbe Resultat die (noch zu ermittelnde) Extension von **Peters** mit $\llbracket \textbf{Auto} \rrbracket^{s^*}$ kombiniert werden. Ein kurzer Vergleich mit einschlägigen Ausdrucksvarianten führt in gewohnter Manier auf die gesuchte Extension des Possessivums:[16]

(58) $\llbracket \textbf{Peters Auto} \rrbracket^{s^*}$

$$= \quad \lambda X. \vdash \downarrow\llbracket \textbf{Auto} \rrbracket^{s^*} \cap PB_{s^*} \neq \emptyset \ \& \ \overline{\overline{\downarrow\llbracket \textbf{Auto} \rrbracket^{s^*} \cap PB_{s^*}}} \leq 1 \ \& \downarrow\llbracket \textbf{Auto} \rrbracket^{s^*} \cap PB_{s^*} \subseteq X \dashv$$

(58') $\llbracket \textbf{Peters Fahrrad} \rrbracket^{s^*}$

$$= \quad \lambda X. \vdash \downarrow\llbracket \textbf{Fahrrad} \rrbracket^{s^*} \cap PB_{s^*} \neq \emptyset \ \& \ \overline{\overline{\downarrow\llbracket \textbf{Fahrrad} \rrbracket^{s^*} \cap PB_{s^*}}} \leq 1 \ \& \downarrow\llbracket \textbf{Fahrrad} \rrbracket^{s^*} \cap PB_{s^*} \subseteq X \dashv$$

(58") $\llbracket \textbf{Peters Haus} \rrbracket^{s^*}$

$$= \quad \lambda X. \vdash \downarrow\llbracket \textbf{Haus} \rrbracket^{s^*} \cap PB_{s^*} \neq \emptyset \ \& \ \overline{\overline{\downarrow\llbracket \textbf{Haus} \rrbracket^{s^*} \cap PB_{s^*}}} \leq 1 \ \& \downarrow\llbracket \textbf{Haus} \rrbracket^{s^*} \cap PB_{s^*} \subseteq X \dashv$$

Durch Abstraktion von der jeweiligen Substantivbedeutung gelangen wir zu der folgenden Analyse des Possessivs:

(59) $\llbracket \textbf{Peters} \rrbracket^{s^*} = \lambda Y. \lambda X. \vdash \downarrow Y \cap PB_{s^*} \neq \emptyset \ \& \ \overline{\overline{\downarrow Y \cap PB_{s^*}}} \leq 1 \ \& \downarrow Y \cap PB_{s^*} \subseteq X \dashv$

Man beachte, dass **Peters** nach (58) konservativ ist; denn in der folgenden Reformulierung spielen die Mengen $\boldsymbol{C}$ und $\boldsymbol{R}$ i. S. v. (47) keine Rolle:

(60) $\overline{\overline{\boldsymbol{A} \cap PB_s}} = 0 < \overline{\overline{\boldsymbol{B} \cap PB_s}} = 1$ **Peters**

15 Die genaue kompositionelle Herleitung wird uns in Kapitel 6 im Rahmen der Relativsatz-Semantik beschäftigen.

16 Aus Einfachheitsgründen vernachlässigen wir zwei Subtilitäten. Zum Einen kann der possessive Genitiv eine andere Beziehung als *Besitz* anzeigen: **Peters Haus** kann z.B. auch das Haus sein, das Peter bewohnt. Zum Anderen kann die einschlägige Beziehung auch durch das Substantiv selbst ausgedrückt werden – wie in **Peters Vater**, wo sich keine angemessene Paraphrase der Art **der Vater, der** [**zu**] **Peter gehört** finden lässt. Auch auf diese Komplikationen kommen wir in Kapitel 6 zurück.

(60) genügt der Konservativitätsbedingung, obwohl hier neben den Extensionen ***A*** und ***B*** auch noch die jeweiligen Besitzverhältnisse eingehen; doch diese werden weder vom Substantiv noch vom Prädikat beigetragen, sondern sind – wie die Existenz- und Einzigkeitsbedingung – Bestandteil der Bedeutung des Possessivs selbst. Bemerkenswert an (59) bzw. (60) ist, dass diese Bedingungen in dem Sinn über ein reines Zahlenverhältnis zwischen Substantiv- und Prädikatsextension hinausgehen, als der Wahrheitswert nicht allein von den Kardinalitäten (a, b, c, r) der in (47) angeführten Abschnitte des Bereichs der Individuen (***A***, ***B***, ***C***, ***R***) abhängt. Wenn es (in einer gegebenen Situation) genauso viele Fahrräder wie Autos gibt und genauso viele Rennräder wie grüne Autos, wären die Werte für a, b, c und r für das Verhältnis von ***S***ubstantiv- und ***P***rädikatsextension für (55) dieselben wie für (61); aber die Wahrheitswerte müssen nicht gleich sein, denn Peters Auto könnte unter diesen Umständen grün sein, ohne dass er ein Rennrad besitzt:

(61) **Peters Fahrrad ist ein Rennrad.**

Da die Kardinalitäten a, b, c, r nicht den Wahrheitswert von Sätzen wie (55) und (61) determinieren, erweist sich der Determinator **Peters** – im Gegensatz zu den anderen hier betrachteten Determinatoren – als nicht invariant. Dennoch ist die (54) zugrundeliegende Gemeinsamkeit zwischen den Determinatoren wohl kein Zufall. Denn während das Possessiv **Peters** das Ergebnis eines grammatischen Prozesses ist, handelt es sich – mit der möglichen Ausnahme von **die meisten** – bei diesen um *lexikalische* Determinatoren. Und diese scheinen nicht nur im Deutschen, sondern universell, invariant zu sein. Wir halten fest:[17]

> *Logizitätsbedingung*
> Lexikalische Determinatoren sind stets invariant.

3.4 Quantifizierende Objekte

Wie Eigennamen kommen auch quantifizierende Nominalphrasen nicht nur an Subjektstelle vor. Doch anders als bei ersteren überträgt sich die Deutung der letzteren nicht ohne weiteres von der Subjektauf die Objektposition. In Abschnitt 2.4 hatten wir bei der Interpretation des Prädikats **küsst Eike** den Eigennamen interpretiert, als stünde er an Subjektstelle, und daraufhin die Extension des transitiven Verbs per Abstraktion gewonnen. Die Ausgangssituation war also:

(62)

$$\begin{array}{ccc} & [\![\textbf{küsst Eike}]\!]^{s^*} \checkmark & \\ \diagup & & \diagdown \\ [\![\textbf{küsst}]\!]^{s^*}\ \textbf{?} & & [\![\textbf{Eike}]\!]^{s^*} \checkmark \end{array}$$

Dieses Vorgehen verbietet sich für die Analyse eines Prädikats wie **küsst niemanden**; denn die Ausgangslage ist eine andere. Inzwischen kennen wir ja – gerade durch die Auflösung von (62) – die Extension (wie die Intension) des transitiven Verbs. Wenn wir wieder davon ausgehen, dass für die Extension der Nominalphrase **niemand** ihre Rolle als Subjekt oder Objekt keinen Unterschied macht, lässt sich das Abstraktionsverfahren nicht anwenden:

[17] Die Hypothese, dass es sich bei auch bei dieser Bedingung um eine universelle Beschränkung handelt, geht auf den Aufsatz ‘A Semantic Characterization of Natural Language Determiners’ (1986) von Edward Keenan und Jonathan Stavi zurück. Die Autoren sprechen von *Logizität* statt (wie sonst üblich) von (Permutations-) Invarianz; beide Termini bezeichnen eine allgemeinere Eigenschaft von Extensionen, die wir im übernächsten Kapitel kennenlernen werden.

(63)

$$[\![\textbf{küsst niemanden}]\!]^{s^*} ✓$$

$$[\![\textbf{küsst}]\!]^{s^*} ✓ \qquad [\![\textbf{niemanden}]\!]^{s^*} ✓$$

(63) zeigt, dass bei quantifizierenden Nominalphrasen im Objekt die zu kombinierenden Extensionen ebenso bekannt sind wie das Resultat der Kombination. Was wir dagegen nicht kennen, ist die Kombination selbst, also die Operation, die Verb- und Objektextension miteinander zur Prädikatsextension verschmilzt. Die bisher immer verwendete Funktionalapplikation tut es hier offenbar nicht, wie schon ein flüchtiger Blick auf die zu kombinierenden Extensionen zeigt:

(64a) $[\![\textbf{küsst}]\!]^{s^*} = \lambda y.\ \lambda x.\ \vdash x$ küsst y in $s^* \dashv$

(b) $[\![\textbf{niemand}]\!]^{s^*} = \lambda X.\ \vdash \downarrow X \cap Per_{s^*} = \varnothing \dashv$

Um sich per Applikation kombinieren zu lassen, müssten die beiden Extensionen in dem Sinn zueinander passen, dass die eine als Argument der anderen fungieren kann. Doch einerseits lässt sich die in (64a) angegebene Extension des Verbs nur auf Individuen anwenden, nicht auf einen Quantorenextensionen wie $[\![\textbf{niemand}]\!]^{s^*}$. Andererseits erwartet letzere als Argument eine Prädikatsextension, also die charakteristische Funktion einer Menge von Individuen, deren Wertebereich also {0,1} ist; aber die Werte von $[\![\textbf{küsst}]\!]^{s^*}$ sind keine Wahrheitswerte, sondern vielmehr selber Prädikatsextensionen. Die Funktionalapplikation scheidet damit in (63) als Extensionskombination aus. Gesucht ist stattdessen eine Kombination $\oplus$, die Folgendes leistet:

(65) $[\![\textbf{küsst niemanden}]\!]^{s^*}$

= $\lambda x.\ \vdash x$ küsst niemanden in $s^* \dashv$

= $\underline{[\lambda y.\ \lambda x.\ \vdash \text{in } s^* \text{ wird } y \text{ von } x \text{ geküsst} \dashv]} \oplus \underline{\underline{[\lambda X.\ \vdash \downarrow X \cap Per_{s^*} = \varnothing \dashv]}}$

= $\underline{[\![\textbf{küsst}]\!]^{s^*}} \oplus \underline{\underline{[\![\textbf{niemand}]\!]^{s^*}}}$ – nach <u>(36a) aus 2.5</u> & (7) aus 3.1

Das Problem ist, die Prädikatsextension in der zweiten Zeile von (65) so zu darzustellen, dass klar wird, wie sie sich aus den beiden in der dritten Zeile kombinierten Extensionen ergibt. Dazu werden wir die zweite Zeile so lange umformulieren, bis die beiden Extensionen als eigene Bestandteile isoliert sind. Ist das erst einmal geschafft, lässt sich das Ergebnis auf beliebige quantifizierende Objekte verallgemeinern.

Zunächst kann man feststellen, dass sich die Prädikatsextension (65) mit Hilfe einer Disjunktheitsbedingung beschreiben lässt, wie sie in der Darstellung (7) der Extension des Objekts vorkommt; denn dass (in s^*) ein Individuum x niemanden küsst, heißt ja gerade, dass sich die Menge der Personen (in s^*) nicht mit der Menge der von x (in s^*) Geküssten überlappt, deren charakteristische Funktion wir einmal durch '$K^x_{s^*}$' bezeichnen:

(66) $\lambda x.\ \vdash x$ küsst niemanden in $s^* \dashv$

= $\lambda x.\ \vdash \downarrow K^x_{s^*} \cap Per_{s^*} = \varnothing \dashv$

Diese Darstellung der Prädikatsextension erinnert an die Analyse von Sätzen mit quantifizierenden *Subjekten*, wie wir sie in Abschnitt 3.1 entwickelt haben:

(67) $[\![$**Niemand wird von Fritz geküsst**$]\!]^{s*}$

=	$[\![$**niemand**$]\!]^{s*}$ ($[\![$**wird von Fritz geküsst**$]\!]^{s*}$)	nach (8)
=	$[\lambda X.\vdash \downarrow X \cap Per_{s*} = \varnothing \dashv]\ (K_{s*}^{\text{Fritz}})$	mit (7)
=	$\vdash \downarrow K_{s*}^{\text{Fritz}} \cap Per_{s*} = \varnothing \dashv$	λ-Konversion

Die Matrix des zweiten Lambda-Terms in (66) – also die Bedingung '$\vdash \downarrow K_{s*}^{x} \cap Per_{s*} = \varnothing \dashv$' – sieht aus wie die Bedingung in der untersten Zeile von (67) – mit dem Unterschied, dass Fritz in letzterer die Rolle des in (66) variablen x übernommen hat. Ein entscheidender Schritt in der kompositionellen Analyse des Prädikats **küsst niemanden** besteht nun darin, die in (67) vorgenommene Isolierung der Quantorenextension $[\![$**niemand**$]\!]^{s*}$ auf die Prädikatsextension in (66) zu übertragen:

(68) $\lambda x.\vdash \downarrow K_{s*}^{x} \cap Per_{s*} = \varnothing \dashv$

=	$[\lambda x.\ [\lambda X.\vdash \downarrow X \cap Per_{s*} = \varnothing \dashv]\ (K_{s*}^{x})]$	λ-Konversion [wie in (67)]
=	$\lambda x.$ $[\![$**niemand**$]\!]^{s*}$ (K_{s*}^{x})	mit (7) [wie in (67)]

In (67) ist das Argument K_{s*}^{Fritz} von $[\![$**niemand**$]\!]^{s*}$ die Extension der Schwesterkonstituente **wird von Fritz geküsst**. In (68) handelt es sich bei dem Argument K_{s*}^{x} stattdessen quasi um die Extension des Prädikats **wird von** x **geküsst**.[18] Um die kompositionelle Analyse der Prädikatsextension abzuschließen, muss dieses Argument aus der Extension des transitiven Verbs **küsst** bestimmt werden. Das ist nicht sonderlich schwer. K_{s*}^{x} ist die charakteristische Funktion der Menge der von x (in $s*$) Geküssten und weist also einem Individuum y den Wahrheitswert 1 genau in dem Fall zu, dass y von x geküsst wird; K_{s*}^{x} weist m.a.W. jedem y den Wahrheitswert der Aussage 'x küsst y' zu – also den Wert von $[\![$**küsst**$]\!]^{s*}(y)(x)$. K_{s*}^{x} lässt sich also mit dem folgenden Lambda-Term beschreiben:

(69) $\lambda y.$ $[\![$**küsst**$]\!]^{s*}(y)(x)$

Durch Zusammenfassung der obigen Beobachtungen erhalten wir die folgende kompositionelle Analyse der Extension des Prädikats **küsst niemanden**:

(70) $[\![$**küsst niemanden**$]\!]^{s*}$

=	$\lambda x.\vdash x$ küsst niemanden in $s* \dashv$	nach (65)
=	$\lambda x.\vdash \downarrow K_{s*}^{x} \cap Per_{s*} = \varnothing \dashv$	nach (66)
=	$\lambda x.$ $[\![$**niemand**$]\!]^{s*}$ (K_{s*}^{x})	nach (68)
=	$\lambda x.$ $[\![$**niemand**$]\!]^{s*}$ $(\lambda y.$ $[\![$**küsst**$]\!]^{s*}(y)(x))$	mit (69)

18 'quasi', weil es ein solches Prädikat eigentlich nicht gibt, denn im Deutschen gibt es ja keine Variablen. Im siebten Kapitel werden wir allerdings eine alternative Analyse kennenlernen, nach der die Logischen Formen solche Variablen enthalten können.

Die Zerlegung (70) der Extension des Prädikats **küsst niemanden** in die Extensionen seiner unmittelbaren Teile legt nahe, dass auch im Allgemeinen von dieser Kombination Gebrauch gemacht wird. Wie wir noch zur Genüge feststellen werden, ist das tatsächlich so:

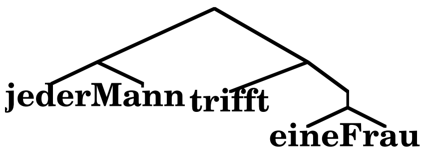
(71) $\llbracket P \rrbracket^{s} = \lambda x.\, \llbracket Q \rrbracket^{s} (\lambda y.\, \llbracket V \rrbracket^{s}(y)(x)).$

Die in (71) angegebene Kombination ist deutlich komplizierter als die bisher für solche Zwecke bemühte Funktionalapplikation; sie hat auch keinen eigenen Namen, sondern ist Teil einer Familie semantischer Operationen, die wir ab dem nächsten Kapitel näher kennenlernen werden. Fürs erste begnügen wir uns damit, (71) zu überprüfen, indem wir die Kombination auf ein anderes Beispiel anwenden:

(72) **Jeder Mann trifft eine Frau.**

Wir gehen von der folgenden Konstituentenstruktur aus:

(73)



Die unmittelbaren Teile von (72) sind nach der Zerlegung (73) das quantifizierende Subjekt **jeder Mann** und das Prädikat **eine Frau**. Nach der Semantik der Quantifikation – also der Kombinationsregel (8) für quantifizierende Subjekte aus Abschnitt 3.1 – gilt demnach (für beliebige $s^*\in LR$):

(74) $\llbracket (72) \rrbracket^{s^*} = \llbracket \textbf{jeder Mann} \rrbracket^{s^*}(\llbracket \textbf{trifft eine Frau} \rrbracket^{s^*})$

Die Extension des Subjekts bestimmt sich nach (45) ebenfalls per Funktionalapplikation:

(75) $\llbracket \textbf{jeder Mann} \rrbracket^{s^*} = \llbracket \textbf{jeder} \rrbracket^{s^*}(\llbracket \textbf{Mann} \rrbracket^{s^*})$

Die beiden (unmittelbaren) Bestandteile des Subjekts sind unzusammengesetzte Ausdrücke; ihre Intension muss demnach im Lexikon aufgelistet sein. Im Fall des Determinators **jed-** erhalten wir nach (46b) die in (76a) angegebene Extension; für das Substantiv **Mann** gehen wir wie schon (implizit) zuvor von der Gleichung (76b) aus.

(76a) $\llbracket \textbf{jed-} \rrbracket^{s^*} = \lambda Y.\, \lambda X.\, \vdash {\downarrow} Y \subseteq {\downarrow} X \dashv$

(b) $\llbracket \textbf{Mann} \rrbracket^{s^*} = \lambda x.\, \vdash x \text{ ist ein Mann in } s^* \dashv$

(74) lässt sich jetzt wie folgt weiterentwickeln, wobei wir die Menge der Männer in s^* mit ‘M_{s^*}’ abkürzen:

(77) $\llbracket (72) \rrbracket^{s^*}$

$= \llbracket \textbf{jeder} \rrbracket^{s^*}(\llbracket \textbf{Mann} \rrbracket^{s^*})(\llbracket \textbf{trifft eine Frau} \rrbracket^{s^*})$ nach (74) und (75)

$= [\lambda Y.\, \lambda X.\, \vdash {\downarrow} Y \subseteq {\downarrow} X \dashv](\llbracket \textbf{Mann} \rrbracket^{s^*})(\llbracket \textbf{trifft eine Frau} \rrbracket^{s^*})$ (76a)

$= [\lambda X.\, \vdash {\downarrow} \llbracket \textbf{Mann} \rrbracket^{s^*} \subseteq {\downarrow} X \dashv](\llbracket \textbf{trifft eine Frau} \rrbracket^{s^*})$ λ-Konversion

$=\quad [\lambda X.\vdash \downarrow[\lambda x.\vdash x \text{ ist ein Mann in } s^* \dashv] \subseteq \downarrow X \dashv](⟦\textbf{trifft eine Frau}⟧^{s^*})$ (76b)

$=\quad [\lambda X.\vdash \{x \mid x \text{ ist ein Mann in } s^*\} \subseteq \downarrow X \dashv](⟦\textbf{trifft eine Frau}⟧^{s^*})$ (35) aus 2.5

$=\quad [\lambda X.\vdash M_{s^*} \subseteq \downarrow X \dashv](⟦\textbf{trifft eine Frau}⟧^{s^*})$ Def. von 'M_{s^*}'

$=\quad \vdash M_{s^*} \subseteq \downarrow⟦\textbf{trifft eine Frau}⟧^{s^*} \dashv$ λ-Konversion

Bevor wir in die Analyse des Prädikats einsteigen, vergegenwärtigen wir uns ein paar Details der obigen Ableitung. In (77) haben wir zwei λ-Konversionen durchgeführt, um die Formeln kürzer und durchsichtiger zu halten (soweit das überhaupt geht). Die genauen Stellen, an denen wir sie durchgeführt haben, spielen dabei keine Rolle: solange man immer alle λ-Konversionen ausführt, die sich überhaupt ausführen lassen, läuft das Ergebnis immer – also nicht nur in diesem Fall – auf dasselbe hinaus.[19] Wir hätten also auch z.B. zuerst die lexikalische Einsetzung nach (91b) vornehmen und dann erst das 'λY' abbauen können:

(77') …

$=\quad [\lambda Y.\lambda X.\vdash \downarrow Y \subseteq \downarrow X \dashv](⟦\textbf{Mann}⟧^{s^*})(⟦\textbf{trifft eine Frau}⟧^{s^*})$ (76a)

$=\quad [\lambda Y.\lambda X.\vdash \downarrow Y \subseteq \downarrow X \dashv](\lambda x.\vdash x \text{ ist ein Mann in } s^* \dashv)(⟦\textbf{trifft eine Frau}⟧^{s^*})$ (76b)

$=\quad [\lambda X.\vdash \downarrow[\lambda x.\vdash x \text{ ist ein Mann in } s^* \dashv] \subseteq \downarrow X \dashv](⟦\textbf{trifft eine Frau}⟧^{s^*})$ λ-Konversion

$=\quad …$

Was wir dagegen *nicht* hätten machen können, ist das 'λX' vor dem 'λY' abbauen; denn die λ-Konversion setzt eine Konstellation der Gestalt

(78) $[\lambda x. \dots]\,(a)$

voraus, wobei a das Argument ist, dessen Stelle im λ-Ausdruck durch die Variable 'x' vertreten wird. In (77) finden wir etwas von der folgenden Gestalt vor:

(79) $\underline{[\lambda Y.\,\lambda X. \dots]\,(a_1)}\,(a_2)$

In (79) ist der unterstrichene Teil von der Form (78); dass die Variable anders heißt, spielt dafür natürlich keine Rolle. Daher lässt sich das 'λY' wie oben in der Tat per λ-Konversion abbauen, indem man das Argument 'a_1' für 'Y' in dem durch die drei Punkte angedeuteten Teil einsetzt. Woher weiß man, dass a_1 das Argument ist und nicht z.B. a_2? Ganz einfach: 'a_1' steht unmittelbar rechts von '$[\lambda Y.\,\lambda X. \dots]$'. Aus demselben Grund geht es auch nicht an, dass man per λ-Konversion in (77) zuerst das 'λX' abbaut. Denn die Konstellation (78) liegt in (79) *nur im unterstrichenen Teil* vor; insbesondere steht unmittelbar rechts von dem mit 'λX' beginnenden Ausdruck weder 'a_1' (das steht rechts vom 'λY'-Ausdruck) noch 'a_2' (das steht rechts vom unterstrichenen Ausdruck). Zwar ist (79) insgesamt auch von der Form '$F(a_2)$', aber die Funktionsbezeichnung 'F' hat nicht die Form (78), sondern ist selbst wieder aus '$[\lambda Y.\,\lambda X. \dots]$' und '$a_1$' zusammengesetzt. Die Reihenfolge der Elimination der Lambdas liegt also in diesem Fall eindeutig fest. So viel zur Berechnung (77), die ja von der in diesem Abschnitt eingeführten Technik noch gar keinen Gebrauch macht. Das geschieht erst im nächsten Schritt:

[19] Dieser Sachverhalt ist nicht unmittelbar einsichtig, lässt sich aber mit mathematischer Präzision beweisen. Es handelt sich um eine Variante des sog. *Church-Rosser-Satzes* – benannt nach dem Church aus Fn. 9 in Abschnitt 2.5 und seinem Schüler John Barkley Rosser, die das 1936 herausgefunden haben.

(80) $[\![\textbf{trifft eine Frau}]\!]^{s^*}$

$=$ $\lambda x.\ [\![\textbf{eine Frau}]\!]^{s^*}(\lambda y.\ [\![\textbf{trifft}]\!]^{s^*}(y)(x))$ mit (71)

$=$ $\lambda x.\ [\![\textbf{eine}]\!]^{s^*}([\![\textbf{Frau}]\!]^{s^*})(\lambda y.\ [\![\textbf{trifft}]\!]^{s^*}(y)(x))$ nach (45)

$=$ $\lambda x.\ [\lambda Y.\ \lambda X.\ \vdash {\downarrow}Y \cap {\downarrow}X \neq \varnothing \dashv]([\![\textbf{Frau}]\!]^{s^*})(\lambda y.\ [\![\textbf{trifft}]\!]^{s^*}(y)(x))$ s. (31)

$=$ $\lambda x.\ [\lambda X.\ \vdash {\downarrow}[\![\textbf{Frau}]\!]^{s^*} \cap {\downarrow}X \neq \varnothing \dashv](\lambda y.\ [\![\textbf{trifft}]\!]^{s^*}(y)(x))$ λ-Konversion

$=$ $\lambda x.\ \vdash {\downarrow}[\![\textbf{Frau}]\!]^{s^*} \cap {\downarrow}[\lambda y.\ [\![\textbf{trifft}]\!]^{s^*}(y)(x)] \neq \varnothing \dashv$ λ-Konversion

$=$ $\lambda x.\ \vdash F_{s^*} \cap \{y \mid x \text{ trifft } y \text{ in } s^*\} \neq \varnothing \dashv$ (s.u.)

Im letzten Schritt haben wir von den folgenden beiden lexikalischen Gleichungen Gebrauch gemacht und dabei die Menge der Frauen in s^* mit 'F_{s^*}' abgekürzt:

(81a) $[\![\textbf{Frau}]\!]^{s^*} = \lambda x.\ \vdash x \text{ ist eine Frau in } s^* \dashv$

(b) $[\![\textbf{trifft}]\!]^{s^*} = \lambda y.\ \lambda x.\ \vdash x \text{ trifft } y \text{ in } s^* \dashv$

(77) und (80) ergeben zusammen die folgende Herleitung der Extension von (72):

(82) $[\![(72)]\!]^{s^*}$

$=$ $\vdash M_{s^*} \subseteq {\downarrow}[\![\textbf{trifft eine Frau}]\!]^{s^*} \dashv$ nach (77)

$=$ $\vdash M_{s^*} \subseteq {\downarrow}[\lambda x.\ \vdash F_{s^*} \cap \{y \mid x \text{ trifft } y \text{ in } s^*\} \neq \varnothing \dashv] \dashv$ nach (80)

$=$ $\vdash M_{s^*} \subseteq \{x \mid F_{s^*} \cap \{y \mid x \text{ trifft } y \text{ in } s^*\} \neq \varnothing\} \dashv$ nach (35) aus 2.5

(82) zufolge ist der Satz (72) wahr von einer Situation s^*, wenn jedes Element der Menge M_{s^*} – jeder Mann in s^* – Element der Menge aller x ist, für die der Schnitt von $\{y \mid x \text{ trifft } y \text{ in } s^*\}$ und F_{s^*} nicht leer ist, also mindestens ein Element enthält. Letzteres ist gleichbedeutend mit der Bedingung, dass es mindestens ein Element aus F_{s^*} gibt – also mindestens eine Frau – das zugleich Element der Menge der y ist, die x trifft. Insgesamt ist danach (72) wahr von denjenigen s^*, in denen jeder Mann mindestens eine Frau trifft. Die in (71) gegebene Extensionskombination für quantifizierende Objekte funktioniert also auch in diesem Fall. Wir halten die folgende allgemeine Kombinationsregel fest:

(83) *Kompositionelle Bestimmung der Extension quantifizierender Objekte*
Wenn P ein Prädikat bestehend aus einem transitiven Verb V und einem quantifizierenden Nominal N an Objektstelle ist, dann gilt für alle $s \in LR$:

$$[\![P]\!]^{s} = \lambda x.\ [\![Q]\!]^{s}(\lambda y.\ [\![V]\!]^{s}(y)(x)).$$

Man beachte, dass nach dieser Deutung ein Satz wie (84a) auf eine Situation zutreffen kann, in der jeder Mann eine andere Schauspielerin verehrt. Das ist insofern unzweifelhaft korrekt, als man den Satz in der Tat so verstehen kann. Doch könnte mit (84a) nicht auch gemeint sein, dass jeder Mann dieselbe Schauspielerin verehrt? Dieser Eindruck verstärkt sich, wenn wir den Satz mit (84b) fortführen:

(84a) **Jeder Mann verehrt eine Schauspielerin.**
(b) **Sie hat in unzähligen Filmen mitgespielt.**

Die Fortführung mit (84b) geht offenbar davon aus, dass in (84a) von einer Situation die Rede war, in der es eine bestimmte Schauspielerin gibt, die von jedem Mann verehrt wird. Allerdings beweist das noch nicht, dass damit wirklich eine eigene Lesart des (Oberflächen-) Satzes (84a) vorliegt. Denn auch nach einer auf (83) basierenden Analyse träfe der Satz auf eine solche Situation zu: wenn eine Schauspielerin von jedem Mann verehrt wird, dann gibt es insbesondere keinen Mann, der gar keine Schauspielerin verehrt. Um zu sehen, dass wirklich eine Ambiguität vorliegt, muss man diese durch einen eigenen Test belegen, was in den Übungsaufgaben versucht werden soll. Im fünften Kapitel kommen wir noch einmal auf die Frage zurück und lernen eine Technik kennen, mit der sich prinzipiell Sätze wie (72) oder (84a) als ambig beschreiben lassen; pronominale Anschlüsse wie in (84b) werden wir allerdings erst im siebten Kapitel deuten.

3.5 *Alternative Deutungen quantifizierender Objekte*

Wir beenden das Kapitel mit zwei alternativen Analysen quantifizierender Nominale. Die Motivation dafür ergibt sich aus der überraschenden Komplexität der in (83) verwendeten semantischen Operation und der daraus resultierenden Frage, ob man dasselbe Ergebnis nicht auf einfachere Weise erzielen kann. Insbesondere kann man sich fragen, ob man nicht doch – bei geeigneter Modifikation der Ausgangslage – mit einer Kombination per Funktionalapplikation auskommen kann. Die Ausgangslage zu Beginn des vorangehenden Abschnitts war die folgende:

(85)

$$[\![\textbf{küsst niemanden}]\!]^{s^*} = \lambda x.\vdash x \text{ küsst niemanden in } s^* \dashv$$

$$[\![\textbf{küsst}]\!]^{s^*} = \lambda y.\,\lambda x.\vdash x \text{ küsst } y \text{ in } s^* \dashv \qquad [\![\textbf{niemand}]\!]^{s^*} = \lambda X.\vdash X \cap Per_{s^*} = \varnothing \dashv$$

Wir hatten aufgrund dieser Ausgangslage eine Operation gesucht, die die bereits bekannten Extensionen der Teile so kombiniert, dass die ebenfalls bekannte Prädikatsextension herauskommt. Das Ergebnis steht in (83). Doch vielleicht war dieses Vorgehen insofern überstürzt, als wir die Lage ebensogut (oder sogar lieber) als Anlass zur Revision der bisherigen Analysen hätten nehmen können: wenn sich die bisher angenommenen Extensionen der Teile nicht auf einfache Weise zur Prädikatsextension kombinieren lassen, dann muss man vielleicht komplexere Extensionen ansetzen, als sie für die vorherigen Konstruktionen nötig waren. Konkret gesprochen sollten wir also die Möglichkeit überprüfen, ob die semantische Operation (83) nicht umgangen werden kann, wenn man *(a)* die Prädikatsextension, *(b)* die Verbextension oder *(c)* die Extension des quantifizierenden Objekts revidiert. Die Revision *(a)* wäre die folgenreichste, weil sie sich auch auf andere, vorher analysierte Konstruktionen und Ausdrücke auswirken würde; die Deutung von quantifizierenden Nominalphrasen an Subjektstelle (und damit indirekt die Deutung der Determinatoren) sowie die Semantik der Prädikation hingen von der in (85) unterstellten Prädikatsextension ab. Wir werden der Möglichkeit, diesen zu modfizieren, deshalb nicht nachgehen. Ebenso wenig werden wir darüber spekulieren, ob sich *(b)* und *(c)* *gleichzeitig* modifizieren lassen, so dass eine einfachere Kombination zur erwünschten Prädikatsextension führt. Aber der Möglichkeit einer *jeweiligen* Modifikation von *(b)* und *(c)* werden wir nachgehen.

Wir beginnen mit *(c)*, indem wir uns fragen, ob man das Objekt so (um-) deuten kann, dass sich die Extension des Prädikats **küsst niemanden** aus der des Verbs **küsst** per Funktionalapplikation ergibt. Da **niemand**[**en**] auch an Objektstelle offenbar kein bestimmtes Individuum benennt, ist die Möglichkeit, es als Argument der Verbextension zu interpretieren, blockiert. Also müsste seine Extension eine Funktion sein, die $[\![\textbf{küsst}]\!]^{s^*}$ als Argument nimmt. Welche Funktion soll das sein? Die Antwort ergibt sich wieder aus dem Abstraktionsverfahren:

(86)

$[\![\textbf{küsst niemanden}]\!]^{s^*}$ ✓

$[\![\textbf{küsst}]\!]^{s^*}$ ✓ $[\![\textbf{niemanden}]\!]^{s^*}$?

Anstatt die Lösung von (86) im Detail vorzuführen, notieren wir hier nur das Ergebnis, das sich auf die nun schon bekannte Art und Weise herleiten lässt:

(87) $[\![\textbf{niemanden}]\!]^{s^*} = \lambda R.\ \lambda x.\ \vdash Per_{s^*} \cap \downarrow[\lambda y.\ R(y)(x)] = \varnothing \dashv$

In (87) steht die Variable '*R*' für beliebige Extensionen transitiver Verben, also Funktionen, die Individuen wiederum Prädikatsextensionen zuordnen. Wie man leicht überprüft, führt die Anwendung der in (87) gegebenen Extension auf die Extension von **küsst** zum gewünschten Ergebnis. Das Unbefriedigende an dieser Analyse ist allerdings, dass sie uns zu der Annahme zwingt, dass **niemand** an Subjektstelle (88) eine andere Extension hat als **niemanden** an Objektstelle. Schlimmer noch: *jede* quantifizierende Nominalphrase müsste nach dieser Strategie an Subjekt- und Objektstelle verschiedene Extensionen haben:

(88) $[\![\textbf{niemand}]\!]^{s^*} = \lambda X.\ \vdash \downarrow X \cap Per_{s^*} = \varnothing \dashv$ [= (7)]

Und im Fall von komplexen Nominalphrasen wie **kein Mensch** würde sich diese Verdoppelung der semantischen Werte auf die Determinatoren übertragen; denn nach unseren bisherigen Analysen kombiniert sich die Extension von **kein** mit der von **Mensch** zur Subjektsextension (88) und nicht zur Objektsextension (87). Um diese Komplikationen in systematische Bahnen zu lenken, liegt es nahe, den Bedeutungsunterschied zwischen akkusativischen und nominativischen Nominalen auf den Unterschied in der Kasusmorphologie zurückzuführen und die Extension (87) aus der in (88) herzuleiten:

(89) $[\![\textbf{niemanden}]\!]^{s^*} = [\![\textbf{niemand}_{\textit{Akkusativ}}]\!]^{s^*} = [\![\textbf{niemand}]\!]^{s^*} \oplus [\![\textit{Akkusativ}]\!]^{s^*}$

In (89) ist **niemand** (links vom '$\oplus$') ein unflektiertes Morphem, das seine Extension (87) aus dem Lexikon erhält und mit einem Akkusativ-Morphem verschmolzen werden kann; die Oberflächenform ist dann **niemanden**, dessen Extension sich aus denen der zwei kombinierten Morpheme ergibt. Diese Verschmelzung ist sub-syntaktisch (flexionsmorphologisch), lässt sich aber kompositionell deuten, wenn man die Extension des Akkusativ-Morphems per Abstraktion ermittelt und folglich das '$\oplus$' in (89) als Funktionalapplikation versteht. Wir lassen die Details wieder weg und zeigen nur das Endergebnis:[20]

20 Das '*F*' in (90) steht natürlich für Extensionen quantifizierender Nominale. – Aus systematischen Gründen würde man jetzt erwarten, dass auch der Nominativ eine Extension hat, aus der sich per Applikation auf $[\![\textbf{niemand}]\!]^{s^*}$ die Extension in (88) ergibt. Die folgende 'leere'

(90a) $[\![Akkusativ]\!]^{s^*} = \lambda F.\, \lambda R.\, \lambda x.\, F(\lambda y.\, R(y)(x))$

(b) $[\![\textbf{niemanden}]\!]^{s^*}$

$= \quad [\![Akkusativ]\!]^{s^*}([\![\textbf{niemand}]\!]^{s^*})$ (89)

$= \quad [\lambda F.\, \lambda R.\, \lambda x.\, F(\lambda y.\, R(y)(x))]([\![\textbf{niemand}]\!]^{s^*})$ (90a)

$= \quad [\lambda F.\, \lambda R.\, \lambda x.\, F(\lambda y.\, R(y)(x))]\ (\lambda X. \vdash \downarrow X \cap Per_{s^*} = \varnothing \dashv)$ (7)

$= \quad \lambda R.\, \lambda x.\, [\lambda X. \vdash \downarrow X \cap Per_{s^*} = \varnothing \dashv](\lambda y.\, R(y)(x))$ λ-Konversion

$= \quad \lambda R.\, \lambda x. \vdash \downarrow [\lambda y.\, R(y)(x)] \cap Per_{s^*} = \varnothing \dashv$ λ-Konversion

Die so gewonnene Extension des Akkusativ-Morphems erinnert stark an die komplexe Operation (83) zur Anbindung quantifizierender Objekte, die es zu umgehen galt. Hier taucht sie im Gewande einer *lexikalischen* Bedeutung eines Funktionsmorphems wieder auf. Aber für die Bedeutungsverschmelzung kommt dieser Ansatz, dem wir ansonsten nicht weiter nachgehen werden, mit der Funktionalapplikation als einziger Operation aus.[21]

Eine andere Möglichkeit, die Operation (83) zu vermeiden, besteht in der Revision *(b)* der Verbsemantik. Auf diese Weise entsteht die zu (86) spiegelbildliche Ausgangslage:

(91)

$[\![\textbf{küsst niemanden}]\!]^{s^*}$ ✓

$[\![\textbf{küsst}]\!]^{s^*}$ **?** $\quad [\![\textbf{niemanden}]\!]^{s^*}$ ✓

Wenden wir auf (91) das Abstraktionsverfahren an, erhalten wir – wieder unter Auslassung der Details – die folgende alternative Analyse des Verbs:

(92) $[\![\textbf{küsst}]\!]^{s^*} = \lambda F.\, \lambda x.\, F(\lambda y. \vdash x \text{ küsst } y \text{ in } s^* \dashv)$

Auch bei dieser Vorgehensweise kombinieren sich Verb- und Objektextension per Funktionalapplikation, aber diesmal spielt letztere die Rolle des Arguments. Ähnlich wie eben stellt sich jetzt die Frage, wie die bisher angenommenen Verbextension (93) sich zu denen in (92) verhält:

(93) $[\![\textbf{küsst}]\!]^{s^*} = \lambda y.\, \lambda x. \vdash x \text{ küsst } y \text{ in } s^* \dashv$

Auch in diesem Fall könnte man prinzipiell von einem systematischen Prozess ausgehen, der gewöhnlichen Verbextensionen wie in (93) zu komplizierteren Extension wie in (92) ‘anhebt’. Allerdings lässt sich der Prozess nicht flexionsmorphologisch motivieren, sondern nur durch den Umstand, dass sich die herkömmlichen Verbextensionen nicht einfach – also per Applikation – mit denen des quantifizierenden Objekts kombinieren lässt. Es ist also die syntaktische Umgebung, die diesen Prozess auslösen muss.[22] Wir werden auf diesen Prozess nicht weiter eingehen, sondern

Kasusbedeutung leistet dies: $[\![Nominativ]\!]^{s^*} = \lambda F.\, F$; denn $\lambda F.\, F([\![\textbf{niemand}]\!]^{s^*}) = [\![\textbf{niemand}]\!]^{s^*}$!

21 Analysen in diesem Stil waren um 1980 herum in der sog. *kategorialgrammatischen* Tradition populär, sind dann aber aus der Mode gekommen, weil sie sich mit vorherrschenden syntaktischen Auffassungen schlecht vertrugen.

22 Auf diesen in der Semantik als *Typenverschiebung* bezeichneten Prozess kommen wir in Abschnitt 6.3 ausführlicher zu sprechen Den dafür zentralen Begriff des semantischen *Typs* lernen wir bereits im übernächsten Kapitel kennen.

stattdessen eine Methode betrachten, die Extension (92) einzusetzen, ohne sie auf (93) zurückzuführen. Denn anders als bei der Revision *(c)* der Interpretation des Objekts gibt es für eine Verdoppelung der Verbextension keinen zwingenden Grund: die einzige bisher betrachtete Konstruktion, die transitive Verben eingehen, ist die Anbindung von Eigennamen als Objekten; und die lässt sich auch erfassen, wenn man das transitive Verb im Stil von (92) deutet. Dazu muss man noch nicht einmal eine neue semantische Operation bemühen (könnte man aber); stattdessen kann man die Extensionen der Eigennamen selbst einer Revision unterziehen. Unterstellen wir nach wie vor die Korrektheit unserer Analyse von Prädikaten, können wir die Namensextension per Abstraktion aus der Prädikation ziehen:

(94)

$$[\![\textbf{Olaf hat Husten}]\!]^{s^*} = \vdash \text{Olaf hat Husten in } s^* \dashv$$

$$[\![\textbf{Olaf}]\!]^{s^*} = \textbf{?} \qquad [\![\textbf{hat Husten}]\!]^{s^*} = \lambda x.\vdash x \text{ hat Husten in } s^* \dashv$$

(94) mag paradox anmuten: hatten wir nicht die dort angegebenen Extension des Prädikats überhaupt erst auf Grundlage der Namensextension per Abstraktion gewonnen? Da können wir doch jetzt so nicht tun, als wüssten wir nicht, was die Extension des Namens wäre. Wir können schon. Denn beim Abstraktionsverfahren handelt es sich um eine Heuristik, die dazu dient, in Fällen, in denen unklar ist, was Ausdrücke eines bestimmten Typs (oder einer bestimmten Kategorie) bedeuten, eine Hypothese darüber aufzustellen, was die Bedeutungen dieser Ausdrücke sein könnten. Wenn sich diese Hypothese in der Anwendung auf verschiedene Konstruktionen als haltbar erweist, ist es letztlich gleichgültig, wie sie gewonnen wurde. In diesem Sinn sind alle Analysen offen für Revisionen, solange letztere zu einem stimmigen System der kompositionellen Interpretation führen.

Die Details der Auflösung der Situation (94) verlagern wir in eine Übungsaufgabe. Das Ergebnis ist jedenfalls, dass $[\![\textbf{Olaf}]\!]^{s^*}$ eine Quantorenextension ist, die sich mit Verbextensionen wie (92) direkt per Funktionalapplikation kombinieren lässt. Auf diese Weise kann die leicht barock wirkende lexikalische Gleichung (92) dazu dienen, die komplizierte semantische Operation (83) zu umgehen; die Komplexität wird dann offensichtlich von der kompositionellen Deutung in die lexikalische Semantik verlagert.[23]

Abgesehen von den in diesem Kapitel entwickelten bzw. skizzierten Deutungen quantifizierender Objekte gibt es noch eine weitere, populäre Möglichkeit, das am Anfang des vorangehenden Abschnitts aufgeworfene Problem zu lösen, die wesentlichen Gebrauch von einer alternativen syntaktischen Strukturierung von Sätzen mit quantifizierenden Nominalphrasen macht – die sog. *Quantorenanhebung*. Wir werden diese Herangehensweise im siebten Kapitel kennenlernen.

---

23 Die Deutung (92) transitiver Verben und die dazugehörige Quantorensemantik der Eigennamen hat der US-amerikanische Semantiker Richard Montague um 1968 herum entwickelt; auf die dahinter stehende Motivation kommen wir erst in den Kapiteln 5 und 6 zu sprechen.

$\boxed{\text{A1}}$ Leiten Sie die Extension von (1) in der eingangs betrachteten Urlaubs-Situation s^* schrittweise her.

$\boxed{\text{A2}}$ Geben Sie für die Intensionen der folgenden beiden quantfizierenden Nominalphrasen durch Lambda-Term an:

a) **eine Person**
b) **jede Person**

$\boxed{\text{A3}}$ Inwiefern handelt es sich bei den in (33) angegebenen Extensionen um Verallgemeinerungen der Extension (31) des unbestimmten Artikels?

$\boxed{\text{A4}}$ Zeigen Sie, dass die in diesem Kapitel erarbeitete Semantik der Quantifikation für den folgenden Satz ein korrektes Ergebnis liefert:

Kein Mann trifft jede Frau.

$\boxed{\text{A5}}$ Versuchen Sie anhand von Tests zu entscheiden, ob der folgende Satz ambig ist:

Jeder Mann verehrt eine Schauspielerin.

$\boxed{\text{A6}}$ Welche Extension ergibt sich für den Eigennamen **Olaf** (in einer Situation s^*) wenn man diesen, ausgehend von der Situation (94) nach dem Abstraktionsverfahren ermittelt?

$\boxed{\text{A7}}$ Zeigen Sie, dass für beliebige Situationen, in denen (a') gilt, (b') und (b'') auf dasselbe hinauslaufen:

(a') $\overline{\overline{\downarrow[\![\textbf{türkische Kursteilnehmerin}]\!]^{s^*}}} = 1$;

(b') $\downarrow[\![\textbf{türkische Kursteilnehmerin}]\!]^{s^*} \cap \downarrow[\![\textbf{sitzt in der 2. Reihe}]\!]^{s^*} \neq \emptyset$;

(b'') $\downarrow[\![\textbf{türkische Kursteilnehmerin}]\!]^{s^*} \subseteq \downarrow[\![\textbf{sitzt in der 2. Reihe}]\!]^{s^*}$.

$\boxed{\text{A8}}$ Zeigen Sie, dass die in D3.1 definierte Konservatitvitätsbegriff die Korrektheit des Konservativitätstests impliziert.

4. *Intensionalität*

In den vorangehenden drei Kapiteln haben wir gesehen, wie man für verschiedenartige sprachliche Ausdrücke Extensionen ermitteln kann, die sich dann auf systematische, kompositionelle Weise miteinander verbinden lassen, um die Extensionen immer komplexerer Ausdrücke zu bilden. Bei der Bestimmung dieser Extensionen hat sich das Abstraktionsverfahren als außerordentlich nützlich erwiesen, weil es in vielen Fällen gestattet, Extensionen von Ausdrücken zu ermitteln, bei denen dies nicht ohne Weiteres möglich scheint, und sich die so bestimmten Ausdrücke kompositionell verhalten. Aus den Extensionen haben wir dann jeweils die Intensionen gewonnen, indem wir von einzelnen vorgegebenen Situationen abstrahiert haben und zu beliebigen möglichen Situationen übergegangen sind. Im vorliegenden Kapitel werden wir Konstruktionen betrachten, bei denen der Zusammenhang zwischen den den Extensionen der beteiligten Ausdrücke komplizierter ist. Dabei konzentrieren wir uns vor allem auf einen Typ von Ausdruck, der in der Geschichte der Semantik eine zentrale Rolle gespielt hat (und noch immer spielt): Verben mit satzwertigen Komplementen – oder, wie man in der Semantik sagt: *Einstellungsverben*. Für diese Verben und die sie betreffende (Satzeinbettungs-) Konstruktion werden wir eine Deutung entwickeln, die einige Elemente logischer Theorien der Informationsverarbeitung mit einbezieht. Am Schluss des Kapitels werden wir noch kurz ein paar weitere, so genannte *intensionale* Konstruktionen betrachten, die sich in dieser Hinsicht ähnlich verhalten wie *Einstellungsberichte* (= Sätze mit Einstellungsverben) und zumindest teilweise auf ähnliche Weise analysiert werden können.

4.1 *Einstellungsberichte*

Im Zentrum dieses Abschnitts stehen Verben, die Nebensätze – genauer: **dass**-Sätze – als Objekte nehmen. Beginnen wir mit einem Beispiel:

(1) **Fritz meint, dass Eike in Berlin ist.**

Als erstes machen wir uns klar, dass die bisher verfolgte Strategie, die Extensionen komplexer Ausdrücke kompositionell auf die ihrer unmittelbaren Teile zurückzuführen, in diesem Fall versagt. Dazu unterstellen wir der Einfachheit halber, dass weder der Komplementierer **dass** noch die Verbletzt-Stellung aus semantischer Sicht eine Rolle spielen.[1] Wir können dann (1) und analoge Beispiele so behandeln, als stünde an Objektstelle der (Verbzweit-) Aussagesatz (2), für dessen interne Struktur wir uns dann nicht weiter interessieren müssen. Um zu sehen, dass die kompositionelle Deutung nicht funktioniert, konzentrieren wir uns auf das Prädikat **meint, dass Eike in Berlin ist** und beobachten zunächst, dass wir uns in der für die Anwendung des Abstraktionsverfahrens typischen Ausgangslage befinden. Denn offenkundig können wir sowohl den eingebetten Satz als auch das Prädikat insgesamt als analysiert voraussetzen, wohingegen die Extension (und die Intension) des Einstellungsverbs **meint** noch ermittelt werden muss:

(2) **Eike ist in Berlin.**

Wie immer betrachten wir eine beliebige Situation s^*, hinsichtlich derer die Extension von (1) bestimmt werden soll. Sollte das Abstraktionsverfahren in diesem Fall greifen, müsste die Extension von **meint** eine Funktion sein, die der Extension eines Komplementsatzes (2) die Extension des Prädikats zuweist – und zwar nicht nur im Fall von (1), sondern auch wenn der Komplementsatz ein anderer ist:

[1] Wir hätten stattdessen auch von Anfang an alle Sätze in Verbletzt-Stellung und die Verbzweitstellung als semantisch unwirksame Oberflächentransformation analysieren können. Die Verbzweitstellung ist natürlich in diesem Fall auch möglich gewesen; die folgenden Erörterungen und Analysen betreffen aber auch Einstellungsverben, die nur Verbletztkomplemente zulassen.

(3a) $[\![\textbf{meint}]\!]^{s^*}([\![\textbf{Eike ist in Berlin}]\!]^{s^*})$

= $[\![\textbf{meint, dass Eike in Berlin ist}]\!]^{s^*}$

(b) $[\![\textbf{meint}]\!]^{s^*}([\![\textbf{Eike ist nicht in Berlin}]\!]^{s^*})$

= $[\![\textbf{meint, dass Eike nicht in Berlin ist}]\!]^{s^*}$

(4) $[\![\textbf{meint, dass Wiesbaden die Hauptstadt Hessens ist}]\!]^{s^*}$

= $[\![\textbf{meint}]\!]^{s^*}([\![\textbf{Wiesbaden ist die Hauptstadt Hessens}]\!]^{s^*})$

etc.

Da es sich bei den Komplementen in (3) und (4) um Sätze handelt, sind ihre Extensionen Wahrheitswerte, und obendrein verschiedene in den Varianten (3a) und (3b). Da es nur zwei Wahrheitswerte gibt, müsste dann auch (mindestens) eine der Extensionen unter (3) mit der Extensionen unter (4) übereinstimmen. Wenn z.B. Eike in s^* in Frankfurt ist und (wie im richtigen Leben) Wiesbaden die Hauptstadt von Hessen, gilt (5) – und somit auch (6):

(5) $[\![\textbf{Eike ist in Berlin}]\!]^{s^*}$

= 0

= $[\![\textbf{Wiesbaden ist nicht die Hauptstadt Hessens}]\!]^{s^*}$

(6) $[\![\textbf{meint}]\!]^{s^*}([\![\textbf{Eike ist in Berlin}]\!]^{s^*})$

= $[\![\textbf{meint}]\!]^{s^*}(0)$

= $[\![\textbf{meint}]\!]^{s^*}([\![\textbf{Wiesbaden ist nicht die Hauptstadt Hessens}]\!]^{s^*})$

Doch so zwingend diese Argumentation scheint, so absurd ist offenbar ihr Ergebnis. Denn nach (6) müsste jeder, der sich über Eikes Aufenthaltsort irrt, ebenfalls irrige Annahmen über Hessens Landeshauptstadt machen – und umgekehrt. Und natürlich hängt das Argument nicht von diesem Beispiel ab. Ganz allgemein müsste jeder, der eine einzige irrige Meinung hat, alles glauben, was nicht stimmt; und eine entsprechende Variation von (5) und (6) würde zeigen, dass jeder, der irgendeine zutreffende Meinung hat, allwissend ist. Das ist natürlich alles Quatsch.

Es scheint, als sei die Theorie von Extension und Intension am Ende. Das Gegenteil ist jedoch der Fall – zumindest historisch gesehen. Denn die Anfänge dieser Theorie liegen gerade in ihrer Anwendung auf (heute) so genannte *intensionale Konstruktionen*, in denen die Kompositionalität auf der Extensionsebene versagt Denn das Scheitern der bislang verfolgten Analyse-Strategie ist nicht der Kompositionalität an sich zu verdanken, sondern der Tatsache, dass diese auf die *Extensionen* bezogen wird. Der Schluss von (5) auf (6) basiert ja gerade auf der Annahme, dass die Prädikatsextension von den Extensionen seiner unmittelbaren Teile abhängt, von denen einer der (Komplement-) Satz ist und dass folglich jeder Satz mit dem gleichen Wahrheitswert auch denselben Effekt auf die Prädikatsextension haben müsste. Dieses *Substitutionsargument*[2] lässt sich offenbar nur umgehen, wenn man die Annahme aufgibt, dass sich die Extensionen des Prädikats kompositionell aus denen seiner unmittelbaren Teil ergibt – eine Hypothese, die sich aus der generellen Strategie ergab, die Kompositionalität der Intensionen auf die Kombination möglichst einfacher semantischer Werte

[2] Der Schluss von (5) auf (6) zum Nachweis der Nicht-Kompositionalität der Extensionen ist eine Variante eines Arguments aus Gottlob Freges Aufsatz 'Über Sinn und Bedeutung' (1892).

zurückzuführen, wie wir dies exemplarisch am Ende des vorletzten Kapitels vorgeführt hatten (Abschnitt 2.6). Angesichts des Substitutionsargments läge es nun nahe, an dieser Stelle stattdessen zu versuchen, die Prädikats*intensionen* direkt aus den Intensionen ihrer unmittelbaren Teile zu gewinnen. Stattdessen genügt es aber, dem Substitutionsargument 'lokal' auszuweichen, und bei der Bestimmung der Prädikats-*extensionen* lediglich dort Intensionen heranzuziehen, wo Extensionen nicht ausreichen, also beim Objektsatz, denn nur dieser wiedersetzt sich der Substitution durch extensionsgleiche Ausdrücke. Die Ausgangslage zur Bestimmung der Prädikatsextension verschiebt sich damit von (7a) auf (7b):[3]

(7a)

$[\![\textbf{meint, dass Eike in Berlin ist}]\!]^{s^*}$ ✓

$[\![\textbf{meint}]\!]^{s^*}$ **?** $\quad$ $[\![\textbf{Eike ist in Berlin}]\!]^{s^*}$ ✓

(7b)

$[\![\textbf{meint, dass Eike in Berlin ist}]\!]^{s^*}$ ✓

$[\![\textbf{meint}]\!]^{s^*}$ **?** $\quad$ $[\![\textbf{Eike ist in Berlin}]\!]$ ✓

Sowohl in (7a) als auch in (7b) soll die – noch zu ermittelnde – Extension des Einstellungsverbs **meint** ein Faktor in der Bestimmung der Extension des Prädikats sein; der Unterschied besteht darin, dass in (7a) zudem die *Extension* des Komplementsatzes herangezogen wird, während es in (7b) seine *Intension* ist. Da auch Letztere bekannt ist, kommt auch (7b) grundsätzlich wieder als Ausgangspunkt für eine Anwendung des Abstraktionsverfahrens in Frage, nach der die *Extension* von **meint** eine Funktion ist, die der *Intension* des Komplementsatzes die entsprechende *Extension* des Prädikats zuweist:

(8a) $[\![\textbf{meint, dass Eike in Berlin ist}]\!]^{s^*}$

= $[\![\textbf{meint}]\!]^{s^*}([\![\textbf{Eike ist in Berlin}]\!])$

(b) $[\![\textbf{meint, dass Eike nicht in Berlin ist}]\!]^{s^*}$

= $[\![\textbf{meint}]\!]^{s^*}([\![\textbf{Eike ist nicht in Berlin}]\!])$

(c) $[\![\textbf{meint, dass Wiesbaden die Hauptstadt Hessens ist}]\!]^{s^*}$

= $[\![\textbf{meint}]\!]^{s^*}([\![\textbf{Wiesbaden ist die Hauptstadt Hessens}]\!])$

Doch anders als zuvor lassen sich aus den Gleichungen in (8) keine absurden Konsequenzen wie (6) herleiten. Denn für das obige Substitutionsargument war es entscheidend, dass eingebette Sätze mit gleichem Wahrheitswert auch den gleichen Beitrag zur Gesamtextension des Prädikats leisteten. Nach (8) würde ein Substitutionsargument aber nur gestatten, zwei Sätze innerhalb des Prädikats füreinander zu ersetzen, wenn sie *intensionsgleich* sind, also dieselbe Proposition ausdrücken. Für die in (8) betrachteten Komplemente ist das nicht der Fall; denn es gilt offenbar:

(9) $[\![\textbf{Eike ist in Berlin}]\!]$

$\neq$ $[\![\textbf{Wiesbaden ist die Hauptstadt Hessens}]\!]$

$\neq$ $[\![\textbf{Eike ist nicht in Berlin}]\!]$

[3] Diese 'lokale' Korrektur der ansonsten auf Extensionen ausgerichteten kompositionellen Semantik ist ein wesentliches Charakeristikum von Freges Analyse von Einsellungsberichten.

Und aus (9) folgt nichts über die Verhältnisse zwischen den Extensionen in (8). Insbesondere müssen sie nicht miteinander übereinstimmen.[4] Die allgemeine, in (8) unterstellte Kompositionalitätsregel ist also:

(10) *Kompositionelle Bestimmung der Extension von Einstellungsprädikaten*
Wenn P ein Prädikat bestehend aus einem Einstellungsverb V und einem Komplementsatz S ist, dann gilt für alle $s \in LR$:

$$[\![P]\!]^{s} = [\![V]\!]^{s}([\![S]\!]).$$

Im Sinne von (7b) lässt sich die Extension von **meint** per Abstraktionsverfahren in Tabellenform darstellen:

(11) $[\![\textbf{meint}]\!]^{s^*}$ =

λ*s*. ⊢ in *s* ist Eike in Berlin ⊣	λ*x*. ⊢ *x* meint in *s**, dass Eike in Berlin ist ⊣
λ*s*. ⊢ in *s* ist Eike nicht in Berlin ⊣	λ*x*. ⊢ *x* meint in *s**, dass Eike nicht in Berlin ist ⊣
λ*s*. ⊢ in *s* ist Wiesbaden die Hauptstadt Hessens ⊣	λ*x*. ⊢ *x* meint in *s**, dass Wiesbaden die Hauptstadt Hessens ist ⊣
…	…

Das Problem ist, dass man gerne wüsste, wofür die '… ' in (11) stehen, wie also die typische Zeile aussieht. Es ist aber nicht klar, wie (und ob überhaupt) die in der rechten Spalte von (11) beschriebenen Prädikatsextensionen von den jeweiligen (charakteristischen Funktionen der) Propositionen p in der linken Spalte abhängen.

(11**???**) $[\![\textbf{meint}]\!]^{s^*}$ =

…	…
p	λ*x*. ⊢ *x* meint in *s**, dass **???** ⊣
…	…

Um (11**???**) zu vervollständingen, muss ein Zusammenhang hergestellt werden zwischen den Situationen, in denen ein (jeweiliges) Individuum x etwas meint und den Situationen, in denen das, was x meint, tatsächlich der Fall ist. Dazu bedarf es einer Theorie, die die Überzeugungen einer Person x – das was x meint – mit Hilfe des Logischen Raums zu modellieren gestattet. Ausgehend von einer solchen Modellierung können wir die in (11**???**) dargestellte Lücke leicht schließen.

4.2 Hintikka-Semantik

Um zu sehen, wie man den Logischen Raum zur Darstellung der Überzeugungen einer Person nutzen kann, überlegen wir uns, auf was für Situationen eine Aussage wie das hier noch einmal wiederholte (1) zutrifft:

(1) **Fritz meint, dass Eike in Berlin ist.**

Zunächst einmal ist klar, dass uns (1) weder *(a)* etwas über Eikes Aufenthaltsort noch *(b)* etwas über Fritz' Aktivitäten verrät. *(a)* macht man sich klar, indem man verschiedene Szenarien betrachtet, die sich in den Wahrheitswerten von (1) und dem in (1) eingebetteten Satz unterscheiden. (Das geschieht in einer Übungsaufgabe.) Was *(b)* betrifft, so gehen wir davon aus, dass **meinen** ambig (polysem) ist, und interessieren

[4] (9) schließt allerdings auch nicht aus, dass sie miteinander übereinstimmen. Im Fall von (8a) und (8b) ist das allerdings aus unabhängigen Gründen unmöglich, die im nächsten Abschnitt angesprochen werden. Bei (8a) und (8c) ist es dagegen durchaus möglich, dass es sich um dieselben Extensionen handelt; Entsprechendes gilt für (8b) und (8c).

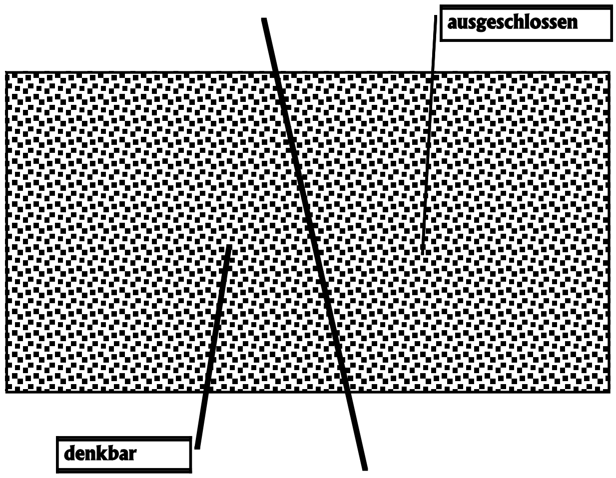
uns hier nur für die Lesart 'der Meinung sein', und nicht etwa für die Lesart 'seine Meinung kundtun'. (Der Nachweis der Polysemie wird ebenfalls in einer Übungsaufgabe geführt.) Dieser hier betrachtete Sinn von **meinen** wiederum bezeichnet keine Aktivität, nicht einmal einen 'inneren' Denk-Vorgang: (1) kann ja durchaus zutreffen, obwohl Fritz friedlich und traumlos schläft. Der Satz beschreibt lediglich eine geistige Verfassung von Fritz, die sich darin äußert, dass er – unter bestimmten Bedingungen – auf Befragung über Eikes Aufenthaltsort mit 'Berlin' – antworten würde;[5] dass er – ebenfalls unter bestimmten Bedingungen – Anzeichen von Überraschung aufweisen würde, wenn er erführe, dass Eike in Frankfurt ist; dass er bei einer Wette darum, wo sich Eike gerade befindet, auf Berlin setzen würde; etc. pp. Bei der in (1) zugeschriebenen geistigen Verfassung handelt es sich nicht um ein von Fritz tatsächlich an den Tag gelegtes Verhalten, sondern lediglich ein potenzielles Verhalten, eine *Verhaltensdisposition*.

So verstanden befindet sich Fritz nach (1) in einem bestimmten geistigen Zustand, den es nun mit Hilfe des Logischen Raums zu beschreiben gilt. Dabei kommt es nur darauf an, welche Überzeugungen Fritz in der (jeweils) beschriebenen Situation hat, was also seiner Meinung nach der Fall ist; beschrieben werden soll sein *doxastischer Zustand*.[6] Denn nur um diesen geht es in Satz (1) und nicht um andere Aspekte von Fritz' geistigem Innenleben, wie etwa die Zweifel, die ihn plagen, oder seine momentanen Bedürfnisse. Seine Überzeugungen und Meinungen wiederum betreffen die Wirklichkeit und damit die Situation, in der er sich befindet. Von dieser Situation hat Fritz ein bestimmtes Bild, das teilweise zutreffen mag, teilweise nicht, einige Details ausspart, andere nicht. Auf den Logischen Raum bezogen heißt das, dass sich Fritz' Weltbild mit manchen möglichen Situationen im Einklang befindet, mit anderen dagegen nicht. Zu Letzteren gehören alle Situationen, in denen Eike in Frankfurt (aber nicht in Berlin) ist, aber auch alle Situationen, in denen Deutschland eine Monarchie ist, in denen Schweine Flügel haben, etc.; zu Ersteren gehören Situationen, in denen Eike in Berlin, Deutschland eine Republik und Schweine Vierbeiner sind. Die Unterscheidung zwischen den möglichen Situationen, in denen Fritz seiner Meinung nach nicht sein kann, und denen, die sich mit der Gesamtheit seiner Überzeugungen in Einklang befinden, charakterisiert Fritz' doxastischen Zustand. Und diese Unterscheidung lässt sich – genau wie ein Satzinhalt – als eine Zweiteilung des Logischen Raums auffassen:

[5] Die Randbedingungen, die erfüllt sein müssen, sollen z.B. sicherstellen, dass Fritz aufrichtig antwortet (und nicht lügt oder einen Scherz macht); dass er die Antwort korrekt gebraucht und versteht (und z.B. nicht ein anderes Berlin meint als das in (1) genannte); dass die Befragung keinen Einfluss auf seine Meinung hat (etwa weil Eike sie in Tübingen durchführt); etc. pp. Die Diagnose von Überzeugungen anhand potenziellen Befragungsverhaltens unter Idealbedingungen wird in der philosophischen Literatur als *Disquotationsprinzip* bezeichnet.

[6] Der Terminus soll an altgriechisch *doxa* 'Meinung' erinnern.

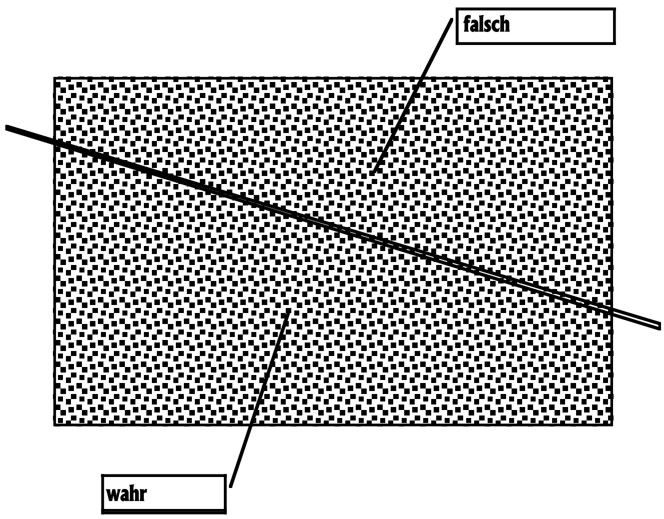
(12)



Das Rechteck in (12) steht für den Logischen Raum, die einzelnen Punkte für seine Elemente, also die möglichen Situationen. Der Schrägstrich symbolisiert den Schnitt durch den Logischen Raum, wie ihn Fritz in seinem doxastischen Zustand durchführt: rechts vom Strich stehen die Situationen, in denen sich zu befinden Fritz ausschließt; links stehen die übrigen Situationen, in denen Fritz sich seiner Meinung nach befinden könnte. Die Bezeichnungen *denkbar* und *ausgeschlossen* sollen gerade dies zum Ausdruck bringen. Natürlich sind auch Situationen, die Fritz ausschließt, in dem Sinne für ihn denkbar, als er sie sich vorstellen kann; aber er glaubt nicht, dass er in einer dieser Situationen ist.[7]

Die in (12) angedeutete Zweiteilung des Logischen Raums entspricht Fritz' doxastischem Zustand in einer gegebenen Situation. Die doxastischen Zustände anderer Personen entsprechen in aller Regel anderen Teilungen des Logischen Raums, so wie auch Fritz' doxastische Zustände in anderen Situationen anderen Teilungen des Logischen Raums entspricht. Um nun zu sehen, was es heißt, dass (1) auf eine Situation zutrifft, sei daran erinnert, dass auch Intension des eingebetteten Satzes (2) eine Teilung des Logischen Raums darstellt, nämlich in die Situationen, auf die (2) zutrifft, in denen (2) also *wahr* ist, und die, in denen (2) *falsch* ist:

(13)

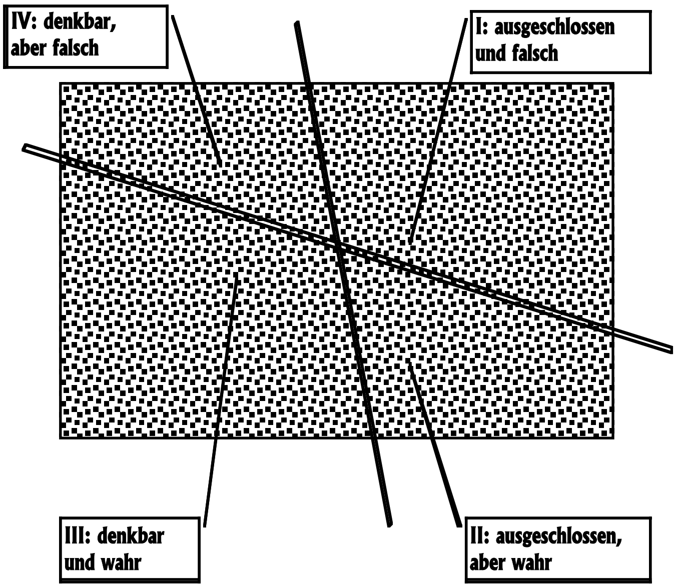


[7] … was heißt, dass er glaubt, dass er in keiner dieser Situationen ist! Wer das (zu Recht) verwirrend findet, sollte die dritte Übungsaufgabe konsultieren.

In den unteren Situationen trifft es zu, dass Eike in Berlin ist, in den oberen ist sie woanders (oder nirgends). Dass sich eine Situation s in der unteren Hälfte befindet, heißt also, dass $[\![(2)]\!](s)$ = 1; andernfalls ist $[\![(2)]\!](s)$ = 0. Da die Intension eines Satzes die charakteristische Funktion seines Inhalts ist, fällt die untere Hälfte in (13) zusammen mit dem Inhalt von (2), also $\|(2)\|$.

(12) und (13) sind so zu verstehen, dass die Anordung der einzelnen möglichen Situationen jeweils dieselbe ist. Prinzipiell haben wir es also mit zwei voneinander unabhängigen Teilungen des Logischen Raums zu tun. Gemeinsam teilen der doxastische Zustand von Fritz (in einer gerade betrachteten Situation) und der Inhalt von (2) den Logischen Raum in vier Sektoren auf:

(14)



Sektor I enthält die Situationen, die Fritz ausschließt und in denen Eike sich nicht in Berlin befindet. Dabei muss Fritz diese Situationen keineswegs ausschließen, *weil* sich Eike in ihnen nicht in Berlin aufhält. Wenn er sich selbst gerade in Tübingen befindet und dies auch weiß, wird er z.B. Situationen ausschließen, in denen er und Eike beide in Berlin sind – und zwar egal, was er über Eikes Aufenthaltsort annimmt.

Die Situationen des zweiten Sektors sind solche, die Fritz ausschließt und in denen sich Eike in Berlin befindet. Dabei muss Fritz diese Situationen wieder keineswegs ausschließen, weil sich Eike in ihnen in Berlin befindet. Er könnte auch andere Gründe haben: in einigen dieser Situationen könnte er selbst z.B. gerade in Moskau sein, obwohl er doch weiß (oder zumindest zu wissen meint), dass er gerade in Tübingen ist. Eine solche Situation würde Fritz ausschließen, selbst wenn er der Überzeugung wäre, dass Eike in Berlin ist.

Sektor Nummer III besteht aus den Situationen, in denen Eike in Berlin ist und in denen sich zu befinden Fritz nicht ausschließt. Von keiner dieser Situationen kann Fritz mit Sicherheit sagen, dass er sich in ihr befindet, aber er kann es auch von keiner dieser Situationen ausschließen. Sie unterscheiden sich also nur in Aspekten, über die Fritz nicht genügend Bescheid weiß: in der einen hat Eike gerade gehustet, in der anderen schläft sie, in der dritten kauft sie ein – und zwar all dies in Berlin. Wenn (1) zutrifft, gibt es viele solche Situationen; aber auch wenn er keine Ahnung oder nur vage Vorstellungen von Eikes Aufenthaltsort hat, wird dieser Sektor viele Situationen enthalten, solange er nicht ausschließt, dass sie in Berlin ist.

Der vierte und letzte Sektor besteht ebenfalls aus Situationen, die Fritz nicht ausschließen kann; aber in diesen Situationen befindet sich Eike nicht in Berlin. Wenn (1) zutrifft, kann es solche Situationen offenbar nicht geben; denn wenn Fritz der Überzeugung ist, dass sich Eike in Berlin aufhält, schließt er Situationen, in denen sie sich woanders befindet, aus – und zwar alle solche Situationen. M.a.W.: wenn (1) wahr ist, dann ist Sektor IV leer. Das Umgekehrte gilt aber auch: wenn Fritz jede Situation, in der sich Eike woanders als in Berlin befindet, ausschließt, dann befindet sich Eike in jeder Situation, die Fritz für denkbar hält, in Berlin, d.h. dann geht er davon aus, dass die Situation, in der sich befindet, auf jeden Fall so ist, dass in ihr Eike in Berlin ist.

Ob (1) wahr ist, hängt natürlich von Fritz' doxastischem Zustand und damit von der betrachteten Situation ab. Nach den obigen Überlegungen trifft (1) auf eine Situation s^* zu, wenn es keine Situation gibt, die Fritz in dem doxastische Zustand, in dem er sich in s^* befindet, nicht ausschließt und in der sich Eike nicht in Berlin befindet. Positiv ausgedrückt heißt das, dass (1) genau dann auf s^* zutrifft, wenn sich Eike in allen für Fritz in s^* denkbaren Situationen in Berlin aufhält. Wenn wir die Menge von Situationen, die von Fritz in s^* nicht ausgeschlossen werden – also für den 'positiven' Teil des in seinem doxastischen Zustand vorgenommenen Schnitts – als Dox_{Fritz,s^*} bezeichnen, lässt die Extension von (1) in wie folgt charakterisieren:

(15) $[\![(1)]\!]^{s^*} = \vdash Dox_{\text{Fritz},s^*} \subseteq \|\,\textbf{Eike ist in Berlin}\,\| \dashv$

$= \quad \vdash Dox_{\text{Fritz},s^*} \subseteq {\downarrow}[\![\textbf{Eike ist in Berlin}]\!] \dashv$

– denn die Intension ist ja die charakteristische Funktion des Inhalts. Ausgehend von (15) lässt sich das mit (7b) aufgeworfene Kompositionalitätsproblem nun routinemäßig lösen. Dazu reformulieren wir zunächst die Extension des Prädikats, indem wir vom Beitrag des Subjekts zu $[\![(1)]\!]^{s^*}$ abstrahieren:

(16) $[\![\textbf{meint, dass Eike in Berlin ist}]\!]^{s^*}$

$= \quad \lambda x.\ \vdash x$ meint, dass Eike in Berlin ist $\dashv$

$= \quad \lambda x.\ \vdash Dox_{x,s^*} \subseteq {\downarrow}[\![\textbf{Eike ist in Berlin}]\!] \dashv$

Durch Abstraktion vom eingebetteten Nebensatz können wir dann die Extension des Einstellungsverbs bestimmen:

(17) $[\![\textbf{meint}]\!]^{s^*} = \lambda p.\ \lambda x.\ \vdash Dox_{x,s^*} \subseteq {\downarrow} p \dashv$

(17) ist der Kern der als *Hintikka-Semantik*[8] bezeichneten Analyse von Verben des Meinens. Für andere Einstellungsverben geht man von anderen Teilungen des Logischen Raums aus, aber für die Gesamtstruktur der Analyse macht das keinen Unterschied. So werden neben den *doxastischen Perspektiven Dox* für die Deutung von Wissensberichten so genannte *epistemische Perspektiven* herangezogen, und Wunschzuschreibungen lassen sich auf *bouletische Perspektiven* zurückführen:[9]

[8] So genannt nach dem finnischen Logiker Jaakko Hintikka, der sie – ausgehend von Vorarbeiten zahlreicher Vorgänger – in den 1960er Jahren entwickelt hat; die Standard-Referenz ist sein 1969 erschienener Aufsatz *Semantics for Propositional Attitudes*.

[9] Die Termini sollen an altgriechisch *episteme* 'Wissen' und *boule* 'Wunsch' erinnern.

(18a) $[\![\textbf{Fritz weiß, dass Eike in Berlin ist}]\!]^{s^*}$

= $\vdash Epi_{\text{Fritz},s^*} \subseteq \downarrow[\![\textbf{Eike ist in Berlin}]\!] \dashv$

(b) $[\![\textbf{weiß}]\!]^{s^*} = \lambda p.\, \lambda x.\vdash Epi_{x,s^*} \subseteq \downarrow p \dashv$

(19a) $[\![\textbf{Fritz will, dass Eike in Berlin ist}]\!]^{s^*}$

= $\vdash Bou_{\text{Fritz},s^*} \subseteq \downarrow[\![\textbf{Eike ist in Berlin}]\!] \dashv$

(b) $[\![\textbf{will}]\!]^{s^*} = \lambda p.\, \lambda x.\vdash Bou_{x,s^*} \subseteq \downarrow p \dashv$

So wie die doxastische Perspektive einer Person ihren doxastischen Zustand reflektiert, so ergeben sich ihre epistemischen, bouletischen,… Perspektiven aus ihren epistemischen, bouletischen,… Zuständen, die ihrerseits wieder Schnitten durch den Logischen Raum entsprechen. Fritz unterscheidet (in einer gegebenen Situation s^*) nicht nur zwischen den Situationen, die er für denkbar hält (Dox_{Fritz,s^*}), und denen, die er ausschließt ($LR \setminus Dox_{\text{Fritz},s^*}$), sondern ebenso zwischen denen, von denen er weiß, dass er sich nicht in ihnen befindet ($LR \setminus Epi_{\text{Fritz},s^*}$), und denen, die auszuschließen sein Wissen ihm nicht gestattet (Epi_{Fritz,s^*}); zwischen denen, in denen alles nach seinem Willen läuft (Bou_{Fritz,s^*}), und denen, die ihm in irgendeiner Hinsicht widerstreben ($LR \setminus Bou_{\text{Fritz},s^*}$); etc.

Dabei ist nicht ausgeschlossen, dass einige dieser Perspektiven miteinander zusammenhängen oder gar aufeinander zurückführbar sind. So besteht ein einfacher Zusammenhang zwischen der doxastischen und der epistemischen Perspektive einer Person. Wenn z.B. Fritz *weiß*, dass er sich nicht in einer bestimmten Situation befindet, dann ist es auch seiner *Meinung* nach ausgeschlossen, dass er sich in dieser Situation befindet. Im Allgemeinen gilt also für beliebige Personen x und Situationen s: $LR \setminus Epi_{x,s} \subseteq LR \setminus Dox_{x,s}$ – oder, positiv formuliert:

(20) $Dox_{x,s} \subseteq Epi_{x,s}$

(20) besagt, dass eine Situation, in der sich x seiner Meinung (in s) nach befinden könnte, stets auch eine Situation ist, in der er sich seines Wissens (in s) befinden könnte. Dieser elementare Zusammenhang zwischen Überzeugung und Wissen ist unumstritten. Man beachte allerdings, dass die Umkehrung von (13) im Allgemeinen nicht gilt. Denn x könnte etwa davon überzeugt sein, dass er kein Fieber hat, ohne das wirklich zu wissen. In diesem Fall enthält $Epi_{x,s}$ Situationen, in denen x Fieber hat, während $Dox_{x,s}$ nur (x-) fieberfreie Situationen enthält. Es könnte auch sein, dass sich x über seinen Gesundheitszustand im Irrtum befindet: er *meint*, kein Fieber zu haben, *tatsächlich* hat er aber Fieber. In diesem Fall kann seine doxastische Perspektive nicht die Situation enthalten, in der er sich selbst befindet – denn in dieser Situation hat er ja Fieber, und Situationen, in denen er Fieber hat, schließt er aus. Ganz allgemein gilt, dass sich eine Person in einer Situation s genau dann (in irgendeiner Hinsicht) irrt, wenn sie s ausschließt, wenn also $s \notin Dox_{x,s}$ gilt.

Entgegen einem möglichen ersten Eindruck besagt (20) also keineswegs, dass die Meinungen oder Überzeugungen einer Person x (in einer Situation s) immer auch zu ihrem Wissen gehören. Denn eine Überzeugung von x ist eine Proposition $p \subseteq LR$, von deren Wahrheit x überzeugt ist – was im Sinne der Hintikka-Semantik gerade heißt, dass p eine *Obermenge* der doxastischen Perspektive von x (in s) bildet. Daraus folgt nun aber nicht, dass es sich bei p auch um eine Obermenge von $x$ens epistemischer

Perspektive handelt; d.h. aus $Dox_{x,s} \subseteq p$ und $Dox_{x,s} \subseteq Epi_{x,s}$ folgt nicht: $Epi_{x,s} \subseteq p$. Im Gegenteil: wenn letzteres der Fall ist und somit (wieder im Sinne der Hintikka-Semantik) x (in s) weiß, dass p wahr ist, dann garantiert (20), dass p auch eine Obermenge von $x$ens doxastischer Perspektive (in s) ist und somit (in s) auch von der Wahrheit von p überzeugt ist; d.h. aus $Epi_{x,s} \subseteq p$ und $Dox_{x,s} \subseteq Epi_{x,s}$ folgt $Dox_{x,s} \subseteq p$. Diese Zusammenhänge werden in den Übungsaufgaben weiter vertieft.

Irrtümer in dem eben angesprochenen Sinn sind nicht nur möglich, sondern alltäglich; nicht immer ist also $s \in Dox_{x,s}$ gegeben. Unmöglich ist dagegen, dass die *epistemische* Perspektive einer Person x die Situation s ausschließt, in der sie sich befindet. Denn dazu müsste x über irgendein Wissen verfügen, welches (auf x' tatsächliche Situation s) nicht zuträfe: x müsste (in s) wissen, dass es regnet, obwohl es (in s) gar nicht regnet; oder dass x Fieber hat, obwohl x (in s) fieberfrei ist; etc. Aber nicht-zutreffendes Wissen gibt es nicht: was man weiß, ist immer auch tatsächlich der Fall. Epistemische Perspektiven unterliegen somit stets der folgenden Bedingung:[10]

(21) $s \in Epi_{x,s}$

(20) und (21) sind keineswegs die einzigen strukturellen Eigenschaften doxastischer und epistemischer Perspektiven. Die Zusammenhänge zwischen Meinen und Wissen (wie auch die zwischen anderen Einstellungen) sind nicht nur aus Sicht der lexikalischen Semantik interessant; sie werden vor allem in verschiedenen Teilbereichen der Philosophie untersucht (Erkenntnistheorie, Philosophie des Geistes, philosophische Logik). Auf einige der dort gewonnenen Einsichten werden wir im siebten Kapitel zurückkommen.

4.3 Grenzen der Hintikka-Semantik

Die Hintikka-Semantik der Einstellungsberichte hat ihre Grenzen. Zum Einen lässt sie sich nicht auf alle Einbettungen von (*dass*-) Sätzen anwenden; zum Anderen erweist sie sich auch in den Fällen, für die sie entwickelt wurde, nicht immer als adäquat. Denn zum Einen bringt nicht jeder Einstellungsbericht ein Teilmengenverhältnis zum Ausdruck, wie dies (15), (18) und (19) nahelegen würden; zum Anderen unterstellen die Wahrheitsbedingungen der Hintikka-Semantik ein höheres Maß an Rationalität, als man es von normalen Sterblichen erwarten kann. Beide Probleme ergeben sich daraus, dass ein nach der Hintikka-Semantik gedeuteter Einstellungsbericht der Form *NN V*, **dass** S stets einen Bericht *NN V*, **dass** S' impliziert, sobald S' aus S folgt. Rufen wir uns die in Abschnitt 1.5 gemachten Beobachtung ins Gedächtnis, dass Implikations- oder Folgerungsbeziehungen zwischen zwei Sätzen Teilmengenbeziehungen zwischen den von ihnen ausgedrückten Propositionen entspricht, können wir diesen Sachverhalt wie folgt beschreiben:

(22) Wenn $\downarrow[\![S]\!] \subseteq \downarrow[\![S']\!]$, dann $\downarrow[\![\mathit{NN}\ V, \textbf{dass}\ S]\!] \subseteq \downarrow[\![\mathit{NN}\ V, \textbf{dass}\ S']\!]$.

(22) gilt für jedes nach der Hintikka-Semantik gedeutete Einstellungsverb V, dessen Extension (in einer Situation s^*) schematisch mithilfe einer geeigneten Perspektive R charakterisiert wird:[11]

[10] Dem in (21) festgehaltenen Wahrheitsgehalt des Wissens steht auch nicht die Tatsache entgegen, dass jemand, der (aufrichtig) behauptet, etwas zu wissen, sich irren kann; er weiß es dann nicht, sondern glaubt es nur zu wissen. Einschränkungen der Bedingung (21) könnten sich allerdings für Situationen s ergeben, in denen x nicht existiert oder aus anderen Gründen keine epistemische Perspektive hat (etwa weil x ein Strohballen ist). Weitere Modifikationen von (21) werden im neunten Kapitel vorgenommen.

[11] Um (22) mit Hilfe von (23) nachzuweisen, muss man zeigen, dass (für eine beliebige Situation

(23) $[\![\mathbf{V}]\!]^{s^*} = \lambda p.\, \lambda x.\, \vdash R_{x,s^*} \subseteq \downarrow p \dashv$

Mit (22) folgt z.B.:

(24) Wenn $[\![$**Fritz meint, dass Eike auf einer Tagung in Berlin ist**$]\!]^{s^*} = 1$,

dann: $[\![$**Fritz meint, dass Eike in Berlin oder in Benin ist**$]\!]^{s^*} = 1$.

Denn:

(25) $\downarrow[\![$**Eike ist auf einer Tagung in Berlin**$]\!]$

$=$ $\{s \in LR \mid$ Eike ist in s auf einer Tagung in Berlin$\}$

$\subseteq$ $\{s \in LR \mid$ Eike ist in s in Berlin$\}$

$=$ $\downarrow[\![$**Eike ist in Berlin**$]\!]$

$\subseteq$ $\{s \in LR \mid$ Eike ist in s in Berlin oder in Benin$\}$

$=$ $\downarrow[\![$**Eike ist in Berlin oder in Benin**$]\!]$

Die in (22) festgestellte Folgerungsbeziehung, die sich direkt aus der Hintikka-Semantik von **meint** ergibt, ist wenig aufregend und in Fällen wie (24) geradezu willkommen: wenn Fritz meint, dass sich Eike auf einer Tagung in Berlin aufhält, dann meint er insbesondere, dass sie in Berlin ist – und insofern auch, dass sie in Berlin oder in Benin ist.[12] Ähnliches gilt für Einstellungsberichte mit **wissen** und oder zahlreichen anderen Verben. Doch in einigen Fällen ist (22) ganz offenkundig nicht richtig. Wenn etwa Fritz *ausschließt*, dass Eike auf einer Tagung in Berlin ist, dann muss er weder ausschließen, dass sie in Berlin ist noch dass sie auf einer Tagung ist. Das Hintikkasche Schema (23) lässt sich nicht auf das Verb **ausschließen** (in dem Sinn, wie es oben zur Einführung epistemischer Zustände verwendet wurde) übertragen. Andererseits ist klar, dass auch in diesem Fall die doxastischen Perspektiven eine zentrale Rolle spielen – nur eben nicht dieselbe wie bei **meinen** und **glauben**[13]; welche Rolle sie spielen, soll eine Übungsaufgabe klären.

Abgesehen von Problemen mit einzelnen Einstellungsverben leidet die Hintikka-Semantik an einem grundsätzlichen Mangel, der teilweise eine indirekte Folge der Modellierung von Information durch Mengen von Situationen ist (oder zumindest durch diese dramatisch verstärkt wird). Denn das Schema (23) scheint in manchen Fällen

---

s^*) $[\![NN\ V,\ \mathbf{dass}\ S']\!]^{s^*} = 1$, sobald (i) $\downarrow[\![S]\!] \subseteq \downarrow[\![S']\!]$ und (ii) $[\![NN\ V,\ \mathbf{dass}\ S]\!]^{s^*} = 1$. Nach (23) und unseren Kompositionsregeln ist aber: $[\![NN\ V,\ \mathbf{dass}\ S]\!]^{s^*} = \vdash R_{x,s^*} \subseteq \downarrow[\![\ S]\!]^{s} \dashv$ (wobei $x = [\![NN]\!]^{s^*}$) d.h. mit (i) und (ii): $R_{x,s^*} \subseteq \downarrow[\![S]\!]^{s} \subseteq \downarrow[\![S']\!]^{s}$ – und damit auch: $R_{x,s^*} \subseteq \downarrow[\![S']\!]^{s}$, was bedeutet, dass $\vdash R_{x,s^*} \subseteq \downarrow[\![S']\!]^{s} \dashv = 1 = [\![\mathrm{NN\ V},\ \mathbf{dass}\ S']\!]^{s^*} = 1$.

12 Diese zweite Folgerung mag befremden: wenn Fritz der Überzeugung ist, dass sich Eike in Berlin befindet, würde man kaum sagen, dass er meint, sie wäre in Berlin *oder* Benin; denn letzteres suggeriert eine Unsicherheit auf Fritz' Seite. Für gewöhnlich wird diese Suggestion allerdings als pragmatischer Nebeneffekt erklärt; *wörtlich* gesprochen, würde Fritz meinen, dass Eike in Berlin oder Benin ist, sobald er meint, dass sie sich an einem der beiden Orte aufhält. Wer hier skeptisch bleibt, versuche es mit einem Beispiel ohne **oder** – etwa **Fritz meint, dass Eike in Deutschland ist**.

13 Wir gehen davon aus, dass **meinen** und **glauben** (in den hier relevanten Lesarten) Synonyme voneinander sind.

überzogen, indem es dem jeweiligen Einstellungsträger x Kenntnisse unterstellt, die x nicht haben muss. Hier ist ein Beispiel:[14]

(26a) **Fritz meint, dass Wolfgang zwei Töchter hat.**
(b) **Fritz meint, dass die Anzahl von Wolfgangs Töchtern eine Primzahl ist.**

Zur Erinnerung: eine Primzahl ist eine natürliche Zahl, die durch genau 2 Zahlen teilbar ist. Die kleinste Primzahl ist die 2. Da dem so ist, bildet die Anzahl von Wolfgangs Töchtern eine Primzahl; denn er hat zwei Töchter. Da die Primzahlen in jeder möglichen Situation dieselben sind, gilt auch für jede mögliche Situation, in der Wolfgang zwei Töchter hat, dass die Anzahl seiner Töchter eine Primzahl ist. Der in (26b) eingebettete Satz folgt also aus dem in (26a) eingebetteten Satz:

(27) $\downarrow[\![\textbf{Wolfgang hat zwei}_{Num}\ \textbf{Töchter}]\!]$
$\subseteq\ \downarrow[\![\textbf{Die Anzahl von Wolfgangs Töchtern ist eine Primzahl}]\!]$

Nach (22) müsste demnach gelten: $[\![(26a)]\!] \subseteq [\![(26b)]\!]$. Aber das scheint nicht zu stimmen: vielleicht hat Fritz ja vergessen, dass 2 eine Primzahl ist; vielleicht hat er es auch nie gewusst. In dem Fall – so scheint es zumindest – könnte (26a) durchaus wahr sein, ohne dass (26b) wahr ist.

Dieses Argument gegen die Hintikka-Semantik basiert auf der Annahme, dass mathematische Sachverhalte unabhängig von der jeweils betrachteten Situation bestehen, womit sie in gewisser Weise trivial sind: sie bestehen so oder so, egal wo und wann, überall im Logischen Raum. Andererseits sind mathematische Zusammenhänge trotz ihrer Universalität keineswegs immer bekannt. Wenn aber doxastische Zustände – wie in der der Hintikka-Semantik zugrunde liegenden Modellierung – auf Unterscheidungsfähigkeiten im Logischen Raum reduziert werden, kann mathematische Unkenntnis offenbar nicht erfasst werden. Was für mathematische Sachverhalte gilt, gilt ebenso für logische und definitorische Zusammenhänge: wer der Überzeugung ist, dass der Barbier genau die Dorfbewohner rasiert, die sich nicht selbst rasieren, muss nicht unbedingt auch meinen, dass der Barbier kein Dorfbewohner ist – obwohl dies aus seiner Überzeugung logisch folgt; wer meint, dass sein Hund unter Arthritis leidet, muss nicht unbedingt wissen, dass das Tier Probleme mit den Gelenken hat, obwohl dies bei einer Arthritis definitionsgemäß so ist. Es scheint, als stoße die Hintikka-Semantik in diesen Fällen mangelnden *analytischen* (= mathematischen, logischen und definitorischen) Wissens an ihre Grenzen. Wenn wir uns hier dennoch auf sie verlassen, werden wir dies stets unter der stark idealisierenden Voraussetzung tun, dass analytische Zusammenhänge auch aus doxastischer Sicht trivial sind.[15]

Neben dem Einstellungsbericht – oder genauer: der Satzeinbettung unter Einstellungsverben – gibt es noch eine Reihe weiterer intensionaler Konstruktionen. Der Nachweis der Intensionalität lässt sich in aller Regel – wie schon zu Anfang dieses Abschnitts – durch ein *Substitutionsargument* führen: wäre die betreffende Konstruktion extensional, könnte man extensionsgleiche Teile füreinander ersetzen, ohne dass sich etwas an der

14 In (26a) ist **zwei** in der Lesart $\textbf{zwei}_{Num}$ (i.S.v. Abschnitt 3.2) gemeint.

15 Eine Lösung dieses Problems der *logischen Allwissenheit* kann an zwei Stellen gesucht werden: zum Einen kann man versuchen, die *Modellierung doxastischer (epistemischer,…) Zustände* differenzierter zu gestalten als durch Schnitte im Logischen Raum – etwa durch Mengen von Propositionen; zum Anderen kann man die Hintikkasche *Semantik der Einstellungsberichte* dahingehend modifizieren, dass sie nicht nur auf die Intensionen der eingebetteten Sätze Bezug nimmt – sondern z.B. auch auf die Intensionen ihrer Teile. Beides ist in der philosophischen Literatur vorgeschlagen worden, aber bislang hat sich keiner der dort entwickelten Ansätze als überzeugend erwiesen.

Extension des Gesamtausdrucks ändert. In diesem Sinne erweisen sich auch die folgenden Konstruktionen, auf die wir im nächsten Kapitel zu sprechen kommen. als intensional:

(28) **Fritz will Eike anrufen.** Infinitiveinbettung unter Kontrollverben
(29) **Fritz sucht ein billiges Restaurant.** Objektanbindung bei *opaken* Verben
(30) **Kein Schwein scheint zu grunzen.** Anhebung

A1 Zeigen Sie, dass der Wahrheitswert von (1) unabhängig vom Wahrheitswert des eingebetteten Satzes (2) ist. Beschreiben Sie dazu für jede mögliche Verteilung von Wahrheitswerten eine Situation, auf die (1) zutrifft.

A2 Führen Sie Belege dafür an, dass es sich bei **meinen** im Sinne **der Meinung sein** und **meinen** im Sinne von **seine Meinung kundtun** um verschiedene Ausdrücke handelt.

A3 Fügt man dem Prädikat eines einfachen Einstellungsberichts eine Negation hinzu, so ergibt sich in der Regel die Negation des ursprünglichen Berichts, d.h. eine Aussage, die genau dann wahr ist, wenn der ursprüngliche Bericht falsch ist: **Fritz hat nicht behauptet, dass Eike in Berlin ist**. Bei manchen Einstellungsverben führt die Negation allerdings zu einer anderen Aussage. Das gilt insbesondere für so genannte *Negationsanhebungsverben*, zu denen **glauben** und **hoffen** gehören, sowie für *faktive* Verben wie **wissen** und **merken**. Finden Sie weitere Beispiele für Verben dieser beiden Arten, und beschreiben Sie den jeweiligen Effekt, den die Negation bei ihnen hat.

A4 Die doxastische Perspektive einer Person ist eine Proposition. Satzinhalte sind auch Propositionen. Heißt das, dass doxastische Perspektiven Satzinhalte sind?

A5 Zeigen Sie, dass nach der Hintikka-Semantik eine Person, die sich irrt, die Situation, in der sie sich befindet, ausschließt. Gilt auch die Umkehrung?

<u>Hinweis</u>: Unter *Irrtum* ist in diesem Zusammenhang das Hegen (mindestens) einer falschen Überzeugung zu verstehen.

A6 Geben Sie die Extension von **ausschließen** im Rahmen einer Modellierung doxastischer Zustände durch den Logischen Raum an.

A7 Weisen Sie mit geeigneten Substitutionsargumenten nach, dass die in (28) – (30) verwendeten Konstruktionen intensional sind.

A8 *a)* Betrachten Sie den Satz:

(1*) **Fritz weiß, dass Eike in Berlin ist.**

Zeigen Sie, dass nach (15) und (18) die folgenden Folgerungsbeziehungen gelten:

(i) $\downarrow[\![(1^*)]\!] \subseteq \downarrow[\![(1)]\!]$

(ii) $\downarrow[\![(1^*)]\!] \subseteq \downarrow[\![\textbf{Eike ist in Berlin}]\!]$

Greifen Sie dabei auf die Prinzipien (20) und (21) zurück.

b) Widerlegen Sie das folgende Prinzip (20*) durch Angabe eines Gegenbeispiels:

(20*) $Epi_{x,s^*} \subseteq Dox_{x,s^*}$.