

27-3-2023

## Επένδυση σε λογής περιόδους

Αρχικό κεφάλαιο  $W_0$  θα επενδύσει για ορίσμετα  $T$  περιόδων.

- 2 επενδυτικές επιλογές
- 1) Τραπεζική λογιστική επιτόκιο  $r$  ανά περίοδο
  - 2) Αποθεματικό κεφάλαιο με τυχαία απόδοση

1) Τραπεζική λογιστική επιτόκιο  $r$  ανά περίοδο ανατοκισμός ανά περίοδο.  
(επένδυση χωρίς κίνδυνο)

2) Αποθεματικό κεφάλαιο  $\rightarrow$  (επένδυση με κίνδυνο)

Απόδοση ανά περίοδο =  $R$  τυχαία μεταβλητή.

$$R = e^X - 1, \quad X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

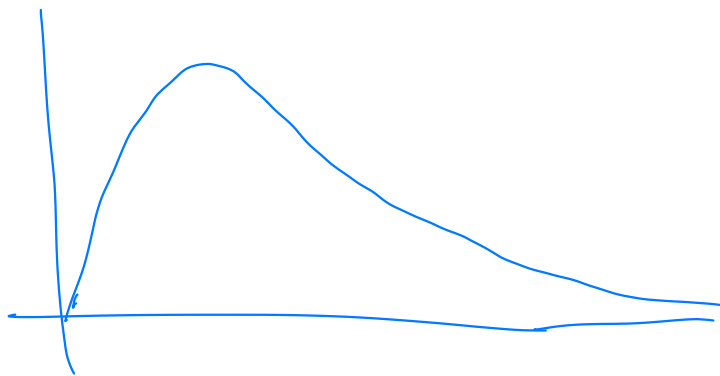
Εάν επενδύουμε κεφ.  $A_0$  από αρχική περίοδο

$$\text{Στο χρόνο } n \text{ αξία } A_1 = A_0 + A_0 R = A_0(1+R)$$

$$\Rightarrow A_1 = A_0 e^X$$

$$X \sim N(\mu, \sigma^2) \Rightarrow 1+R = e^X = \text{LN}(\mu, \sigma^2)$$

(λογαριθμική κανονική κατανομή)



$R_1, R_2, \dots$  αποδόσεις περιόδων  $1, 2, \dots$   
i.i.d.

$$A_0, A_1, A_2, \dots \quad A_t = A_0 (1+R_1)(1+R_2)\dots(1+R_t)$$

$$= A_{t+1} (1+R_t)$$

$$\Rightarrow 1+R_t = \frac{A_t}{A_{t+1}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow e^{X_t} = \frac{A_t}{A_{t+1}} \Rightarrow \boxed{X_t = \log\left(\frac{A_t}{A_{t+1}}\right)}$$

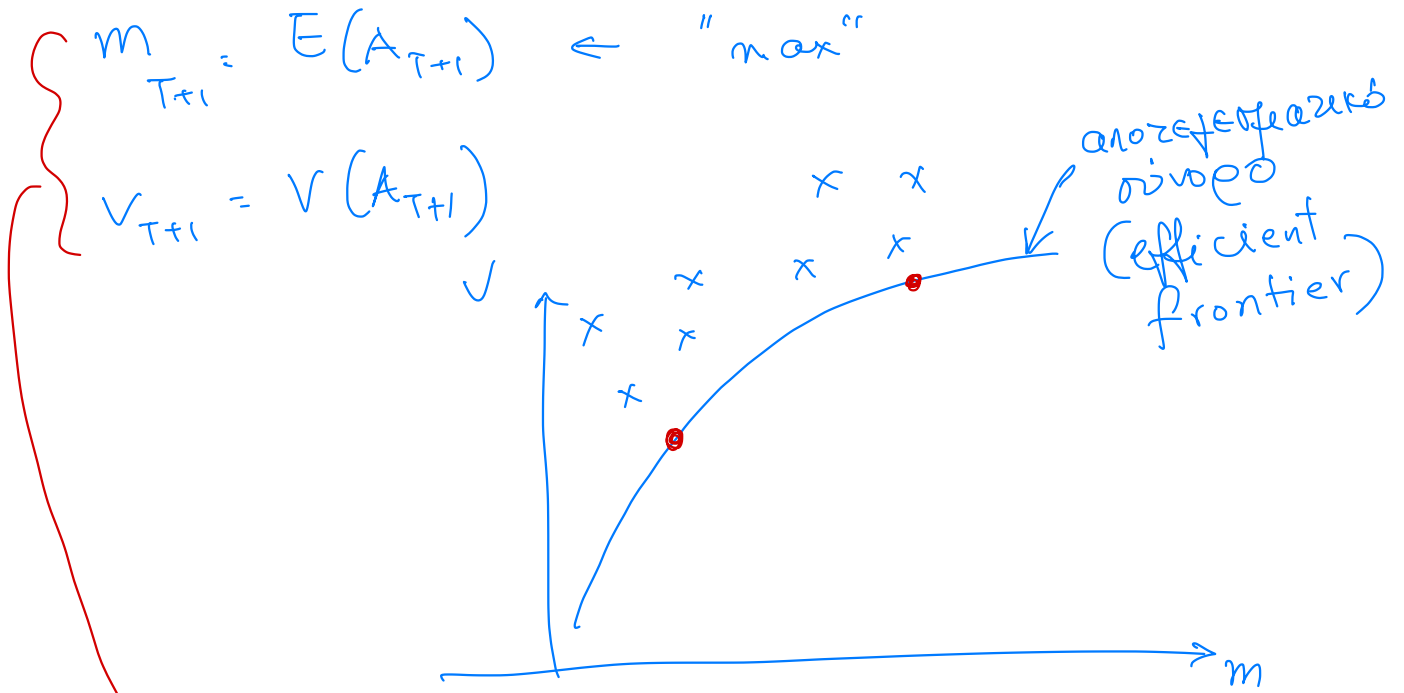
log-αποδόσεις

$\{A_t, t \geq 0\}$  σε συνεχή χρόνο  $\rightarrow$  Geometric Brownian Motion

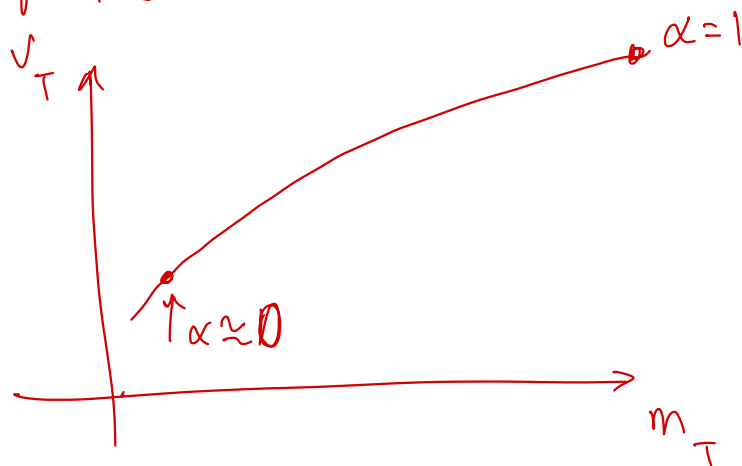


# Κριτήρια Απόδοσης

$A_{T+1}$  = αξία στο χρόνο  $T$  περιόδου.  
ζωαία μεταβλητή



Monte Carlo



Μορφο Μαρκοβιτς

Πρόβλημα Δίωρα:  $r, \mu, \sigma, A_0, T$

Εξέταση  $m_{T+1}, V_{T+1}$  για  $\alpha \in [0, 1]$

$\forall \alpha$  :  $N$  ονόμα  $\alpha$  προσομοίωσης

function : investment ( $\mu, \sigma, r, A_0, T, \alpha, N$ )

simulation  $N$  ονόμα  $\alpha$ .

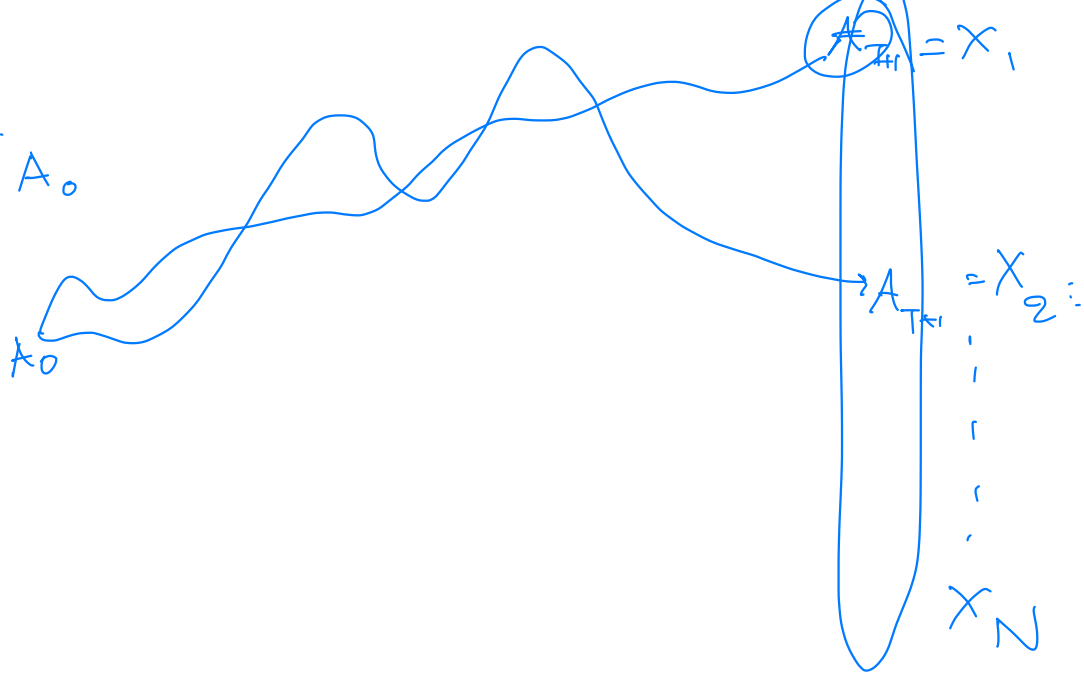
Κομμά: Αναμενόμενες Εξφράσεις για  $m_{T+1}(\alpha)$   
 $V_{T+1}(\alpha)$

$$A_{T+1} = A_0 \cdot e^{\underbrace{x_1 + x_2 + \dots + x_T}} \Rightarrow \dots$$

$t$	Αρχική Κεφ.	Επίσ. Τεαν	Επ. Απ.	Κόστος Τεαν.	Αξία Αποβ.	$A_{t+1}$
0	$A_0$					
1						
2						
$\vdots$						
$t$	$A_t$	$A_t(1-\alpha)$	$A_t \cdot \alpha$	$A_t(1-\alpha)(1+r)$	$A_t \alpha \cdot e^{x_t}$	

$$A_{t+1} = A_t \left[ (1+r)(1-\alpha) + e^{x_t} \cdot \alpha \right]$$

$t=0, 1, \dots, T$

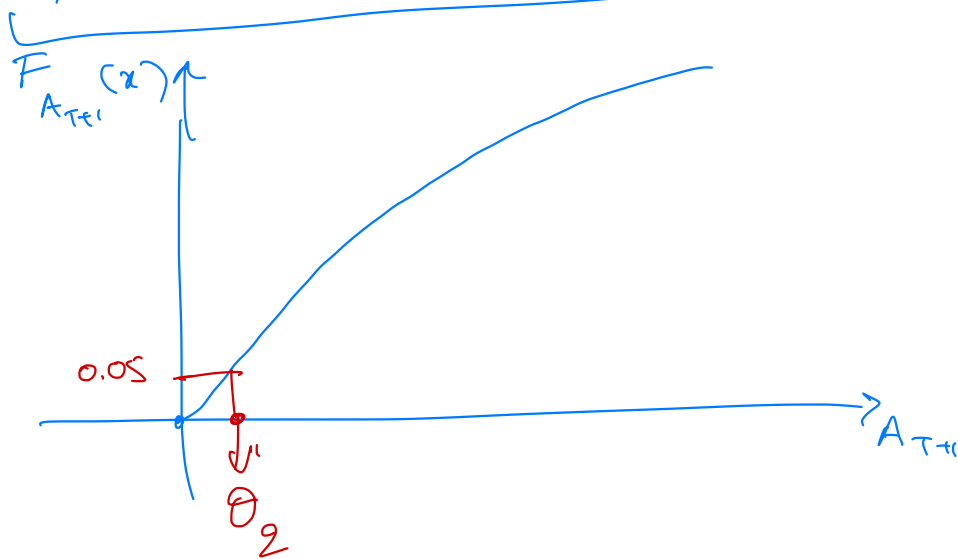


Αλλα μέτρα κινδύνου

$$\theta : P(A_{T+1} < 0.7 \cdot A_0)$$

Var = 5% νοσηρότητα της κατανομής του  $A_{T+1}$

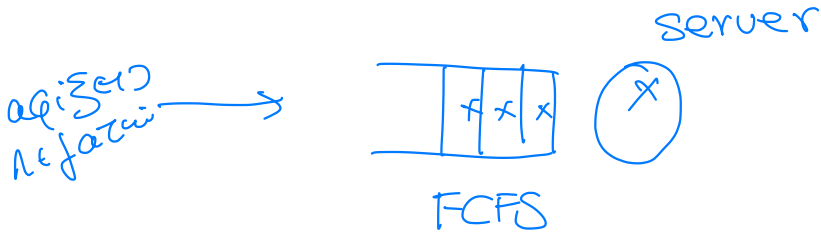
Value at Risk



# Ουρές Αρχαίων

ARENA (arenasimulation.com)

## Ουρά Αρχαίων

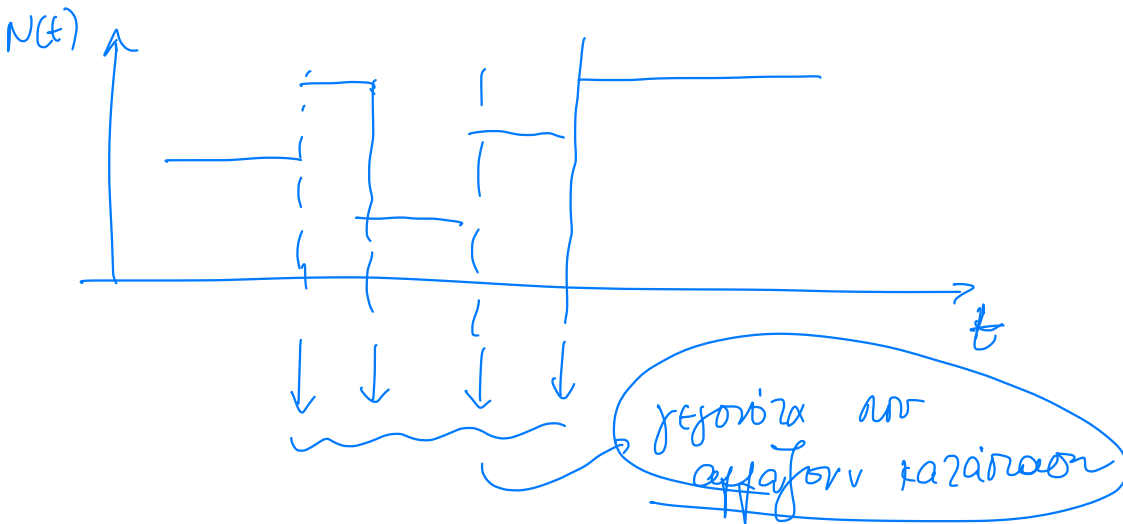


$N(t)$  : αφ. αφαιρών τη στιγμή  $t$  στο σύστημα

$\{N(t), t \geq 0\}$  στοχ. διαδ. συνεχούς χρόνου

Ένα μικρό αφιέρωμα  
στον Μαρκοβίαν

είναι όπως : συνεχώς διακριτά γεγονότα



# Γενική Ιδέα (Προσποσίωμ εἰς sample-path)

$t$  : time variable (clock variable)

(State) : κατάσταση συστήματος (γενικά διάγραμμα)

Προγραμματίζουμε κάθε φορά να επιλέγουμε γεγονότα

