Προσομοίωση Discrete Event Systems

Γενικά

1. Comments / Documentation
2. Debugging
3. Έλεγχος σε γνωστές ειδικές περιπτώσεις (αν υπάρχουν)
4. Αν θέλουμε να εκτιμήσουμε κάποιο μέτρο συνάρτηση οριακής κατανομής

Γενικά $\{X(t), t \geq 0\}$, $X(t) \in S$

Οριακή κατανομή $\pi_j = \lim_{t \to \infty} P(X(t) = j)$

$$\boxed{\theta = E_\pi(Y)}$$

π.χ. $E_\pi(1(X = j)) = \pi_j$

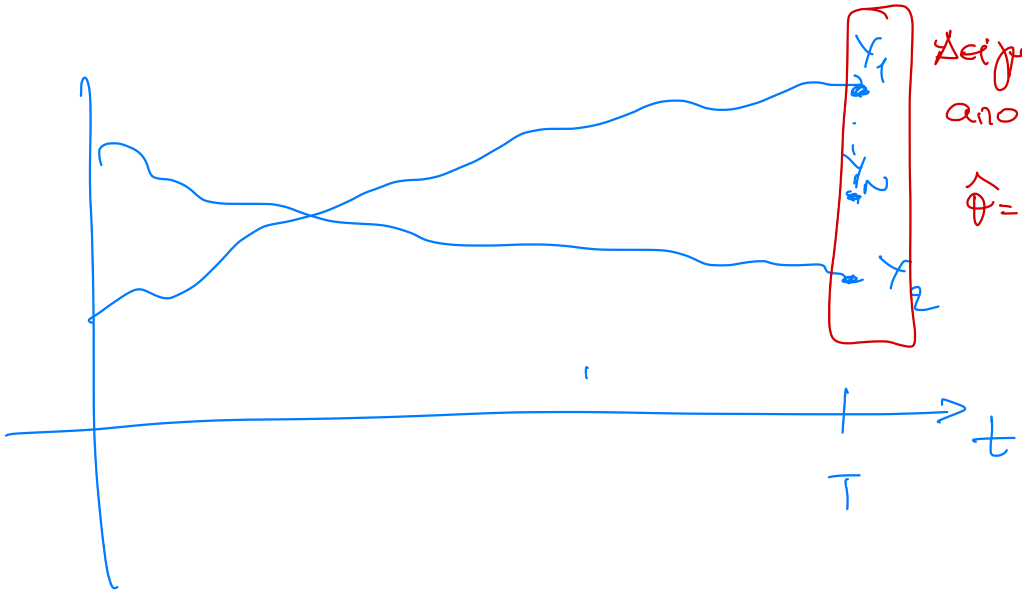
Προσομοίωση (I)

Δημιουργούμε N υλοποιήσεις της $\{X(t)\}$ μήκους T, όπου $T \to \infty$

(T αρκετά μεγάλο ώστε να δημιουργηθούν πολλά γεγονότα).

Στο τέλος κάθε σεναρίου $j = 1, \dots, N$

παίρνουμε μια παρατήρηση Y_j



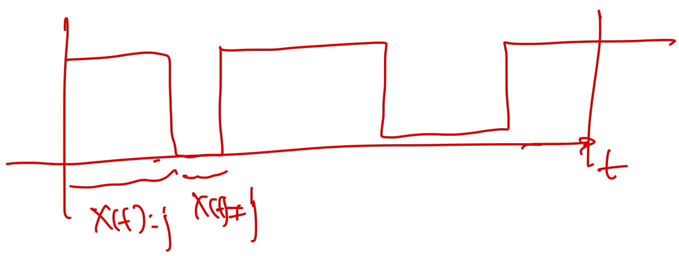
Δείγμα iid από $Y|\pi$

$\hat{\theta} = \bar{Y}_N$

Εργοδική Ερμηνεία (π)

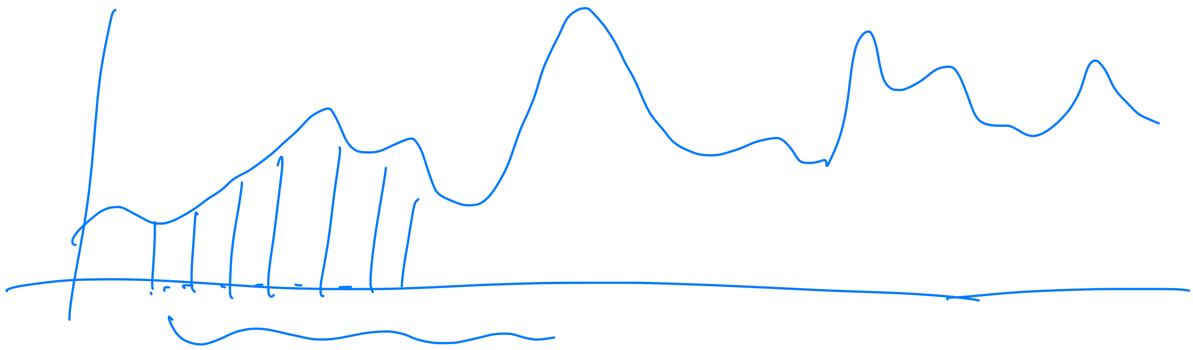
$$\pi_j = \lim_{T \to \infty} P(X(t) = j)$$ οριακή κατανομή.

$$\pi_j = \lim_{T \to \infty} \underbrace{\frac{1}{T} \int_0^T 1(X(u) = j)\, du}$$ με πιθ. 1



π_j = % χρ. στο $[0, T]$ όπου $(X(t) = j)$, για $T \to \infty$

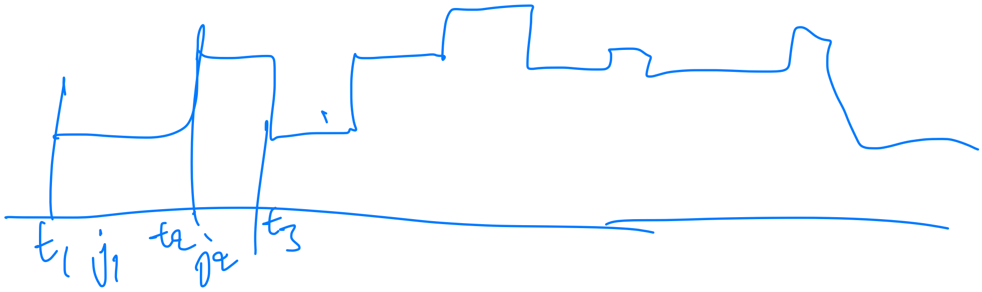
Προσομοίωση μόνο μια επανάληψη μήκους $T \to \infty$



συλλέγουμε σταδιακά στοιχεία συνέχεια

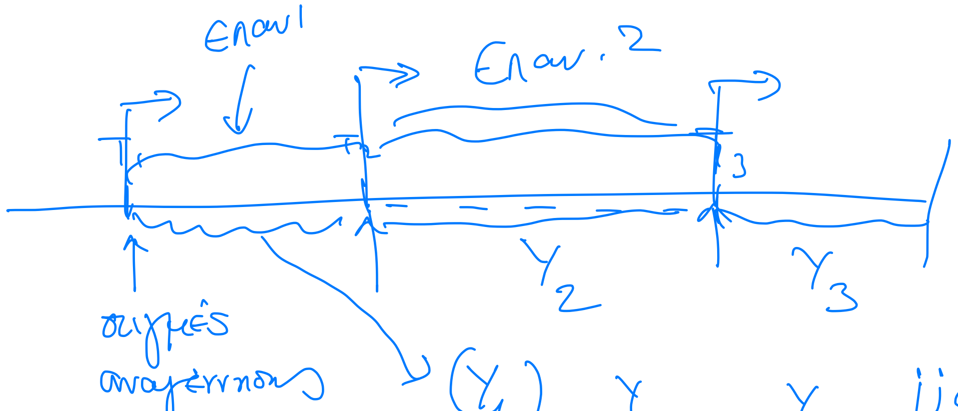
πχ. αν $\theta = E_\pi(X) = \lim_{t\to\infty} E(X(t)) = \sum_j \pi_j j$

$X(t) =$



---

③ Αν $\{X(t)\}$ αναγεννητική διαδικασία

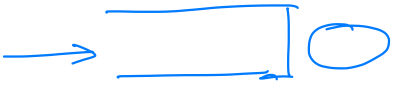


$(Y_1)\ Y_2, Y_3$ iid

$$\lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T h(Y(t))\,dt = E\,h(Y)$$ σε ένα κύκλο

(regenerative simulation)

Ουρά $G^I/G^I/1$



Χρόνοι μεταξύ αφίξεων

$T_A \sim F_A$ iid

FCFS

Χρόνοι εξυπηρέτησης iid

$T_S \sim F_S$

Κατάσταση

n = αρ. πελατών στο σύστημα

αρ. πελ. στο server = $\min(n,1)$

αρ. " στην ουρά = $(n-1)^+$

no idling assumption

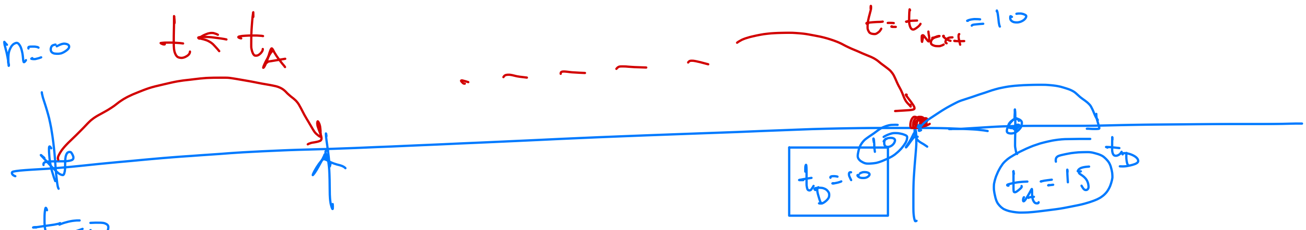
---

t = τρέχων χρόνος (clock variable)

n = κατάσταση

Αφίξεις : $n \leftarrow n+1$

Αναχωρήσεις: $n \leftarrow n-1$



προγρ. επόμενης άφιξης

$t_A \sim F_A$

$n = n+1$

$(n=1) \Rightarrow$ ο πελάτης αρχίζει εξυπηρέτηση

$t_A = t + (T_A \sim F_A)$

$t_D = t + (T_S \sim F_S)$

$\boxed{n>1}$ $t_A = t + (t_A \sim F_A)$

(t_D υπάρχει).

Επόμενο γεγονός τη στιγμή $t_{Next} = \min(t_A, t_D)$

Αν είναι χρόνος αναχώρησης ($t_D < t_A$) ($n>0$)

$n = n-1$

① $n=0$

$t_D = \infty$ (M>>)

② $n>0$

$t_D = t + (T_S \sim F_S)$

{initial} $t=0,\ n=0,\ t_A = T_A \sim F_A,\ t_D=\infty$, $N_A=0,\ N_D=0$

while $t < T$

if $t_A < t_D$ (άφιξη next)

$t \leftarrow t_A$

$n = n+1$, $N_A = N_A + 1$

$t_A \leftarrow t + (T_A \sim F_A)$

if $n = 1$

$\{ t_D \leftarrow t + (T_S \sim F_S) \}$

$\forall t \quad N_A - N_D = n$

else $(t_A > t_D)$ (αναχώρηση)

$t \leftarrow t_D$

$n = n-1$ $\quad N_D = N_D + 1$

if $n = 0$

$t_D = \infty$

else

$t_D = t + (T_S \sim F_S)$

(debugging) print $(t, t_A, t_D, n, \ldots)$

end {while}

Παράδειγμα $\quad T_A \sim Exp(\lambda) \quad \lambda = 5$

$T_S \sim Exp(\mu) \quad \mu = 8$

M|M|1

sim mm1(λ, μ, T)

Στατιστικά στοιχεία

N_A = αρ. αφίξεων συνολικά

N_D = αρ. αναχωρήσεων συνολικά

Χρόνοι παραμονής πελατών?

Πίνακας χρόνων άφιξης/αναχώρησης ανά πελάτη.

$M =$

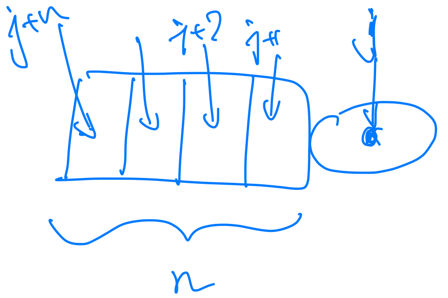
j	A_j	D_j
1	✓	✓
2	✓	✓
3		
⋮		

A_j: χρόνος άφιξης πελ. j

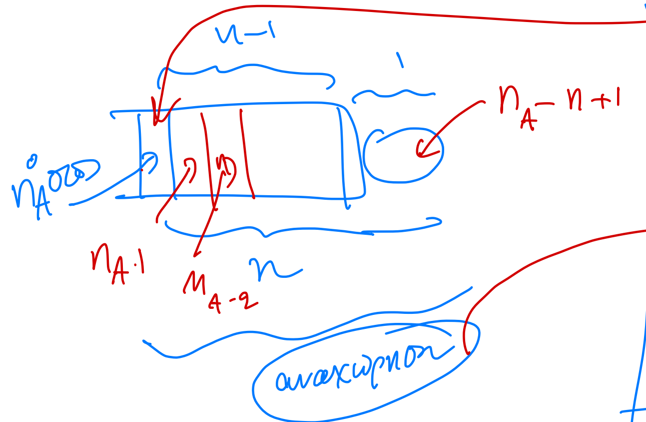
D_j: χρόνος αναχ. πελ. j

Αν $X(t) = n$

και στο t αναχωρεί ο j-οστός πελάτης



Ισοδύναμα: Αν $X(t) = n > 0$ και $N_A(t) = n_A$ $\}$ τη στιγμή t έχουν έρθει συνολικά n_A πελάτες.



M

j	A_j	D_j
1	✓	✓
2	✓	✓
⋮		
$n_A - n$	✓	✓
$n_A - n + 1$	✓	t
$n_A - n + 2$	✓	κενό
⋮		
n_A	✓	
$n_A + 1$	t	

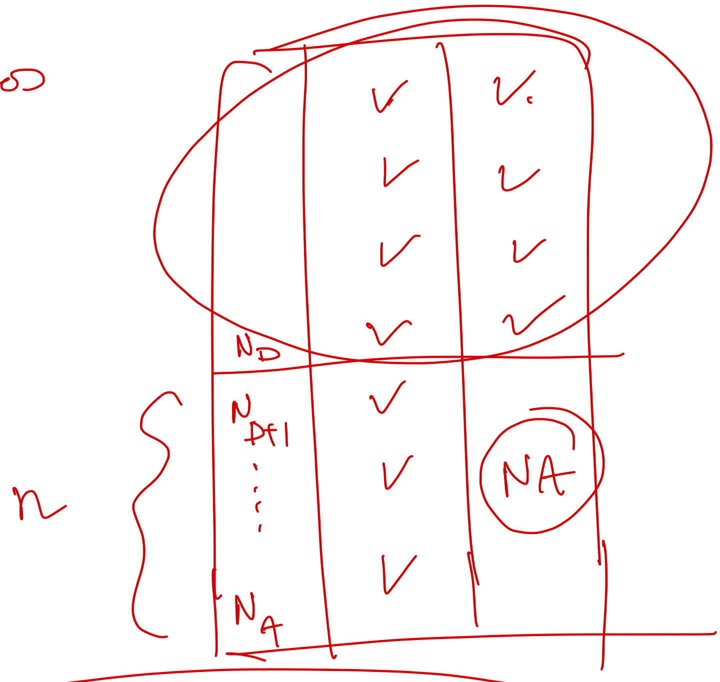
N_A

αν t : άφιξη του $n_A + 1$

t

Σ20 2f00

$N_A \geq N_D$



$$\hat{w} = \frac{1}{N_D} \sum_{j=1}^{N_D} (D_j - A_j)$$