ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΙ

3η ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ MATLAB

1 . Η διαφορική εξίσωση που περιγράφει την πτώση ενός σώματος μάζας m με αντίσταση του αέρα ανάλογη προς το τετράγωνο της ταχύτητάς του v, είναι της μορφής

$$\mathrm{m}\,\frac{dv}{dt} = \mathrm{m\,g} - \mathrm{K}\,v^2 \ ,$$

όπου K κατάλληλη σταθερά. Την εξίσωση αυτή μπορούμε (για συγκεκριμένες τιμές των σταθερών σε κάποιο σύστημα μονάδων) να τη γράψουμε ως σύστημα πρώτης τάξης ως προς τις ανεξάρτητες μεταβλητές $y_1(t) = s$ και $y_2(t) = \dfrac{ds}{dt} = v$:

$$\begin{cases} y_1' = y_2, \\ y_2' = 0.032 - 0.4 y_2^2, \end{cases} \quad t \geq 0 \ .$$

Με αρχικές τιμές $y_1(0) = 30$, $y_2(0) = 0$ λύστε αριθμητικά το σύστημα αυτό γιά $0 \le t \le 120$ και κάντε γραφική παράσταση των συναρτήσεων y_1 και y_2 .Τι παρατηρείτε για τη συμπεριφορά της λύσης ;

2 . Θεωρήστε το πρόβλημα ‘Κυνηγού - Θηράματος’

$$\begin{cases} x'(t) = ax(t) - bx(t)y(t) \\ y'(t) = cx(t)y(t) - dy(t) \end{cases} \quad \text{με } x(t) = \text{πληθυσμός θηραμάτων}$$

$$y(t) = \text{πληθυσμός κυνηγών}$$

όπου $a = 1.0,\ b = 0.002,\ c = 10^{-5},\ d = 0.08$ και αρχικές τιμές $x(0) = 20000.$, $y(0) = 500.$ Δείξτε αριθμητικά ότι το πρόβλημα έχει μία περιοδική λύση $(x(t)\ ,\ y(t))$ δηλ. ότι υπάρχει ένα T>0 (να βρεθεί αριθμητικά από τις τιμές $x(t)$, $y(t)$ για $t \geq 0$) τέτοιο ώστε $x(t+T) = x(t)$, $y(t+T) = y(t)$, $\forall\ t \geq 0.$