

B**Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα
Εξετάσεις Περιόδου Ιουλίου 2007****ΟΝΟΜΑ:****ΑΜ:**

Γράψτε τη σειρά θεμάτων σας (B) στο πάνω δεξιά μέρος του γραπτού σας.

Θέμα 1. (α) Έστω π.γ.π. σε κανονική μορφή: $z = \max\{c'x : Ax = b, x \geq 0\}$, $A \in M_{m \times n}$, $r(A) = m < n$, F η αντίστοιχη εφικτή περιοχή, και $x \in F$. Δείξτε, με πλήρη απόδειξη, ότι αν η x δεν είναι βασική εφικτή λύση, τότε δεν μπορεί να είναι κορυφή της F .

Θέμα 2.

Δίνεται το πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού

$$\begin{aligned} \min \quad & (-x_1 + 5x_2) \\ & -x_1 + \frac{1}{2}x_2 \leq -1 \\ & x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

(α) Να βρεθεί η άριστη λύση γραφικά.

(β) Να βρεθεί η άριστη λύση αλγοριθμικά.

(γ) Να βρεθεί το δυϊκό π.γ.π. καθώς και η άριστη λύση του, από την άριστη λύση του πρωτεύοντος.

Θέμα 3. Μια εταιρεία παράγει και διανέμει ένα προϊόν στους πελάτες της μέσω παραγγελιών. Για την τρέχουσα εβδομάδα έχει πάρει παραγγελίες από τους πελάτες 1, 2 και 3 για ποσότητες 180, 170 και 150 μονάδες προϊόντος, αντίστοιχα. Το προϊόν μπορεί να σταλεί στους πελάτες από δύο αποθήκες A και B που έχουν διαθέσιμες ποσότητες 200 μονάδες προϊόντος η κάθε μία. Το κόστος μεταφοράς από κάθε αποθήκη προς κάθε πελάτη δίνεται στον παρακάτω πίνακα

	Πελάτης		
Αποθήκη	1	2	3
A	8	9	4
B	5	12	2

Αν μείνει αδιάθετο προϊόν στις αποθήκες έχει μηδενικό κόστος, ενώ το κόστος ανά μονάδα ελλείψεων για τους πελάτες 1, 2 και 3 είναι ίσο με 6, 6 και 5, αντίστοιχα.

Να βρεθεί ο τρόπος μεταφοράς των προϊόντων από τις αποθήκες στους πελάτες που ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος.

Θέμα 4. Ο ιδιοκτήτης μιας μεταφορικής εταιρείας έχει ένα φορτηγό διαθέσιμο να φορτώσει με πακέτα για μεταφορά. Υπάρχουν 4 κουτιά που μπορούν να φορτωθούν, καθένα από τα οποία έχει διαφορετικό βάρος b_i και αξία w_i όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Κουτί i	Βάρος b_i	Αξία w_i
1	2	4
2	6	15
3	5	11
4	3	7

Το συνολικό βάρος των κουτιών που θα φορτωθούν δεν μπορεί να υπερβαίνει τις 10 μονάδες. Το ζητούμενο είναι ποια κουτιά θα φορτωθούν ώστε να μεγιστοποιηθεί η συνολική αξία του φορτίου.

Να μοντελοποιηθεί το πρόβλημα ως πρόβλημα δυναμικού προγραμματισμού και να βρεθούν όλοι οι βέλτιστοι τρόποι φόρτωσης.

Διάρκεια εξέτασης 2 1/2 ώρες. Καλή επιτυχία.