

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΗΣ ΑΓΟΡΑΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

ΘΕΡΙΝΟ ΣΧΟΛΕΙΟ

Μοντέλα Ανταγωνισμού και Συνεργασίας σε Ανεφοδιαστικές Αλυσίδες

Ασκήσεις

Άσκηση 1

Θεωρήστε την αλυσίδα παραγωγού-λιανοπωλητή που είδαμε στο μάθημα και περιγράφεται στις σημειώσεις με διαφορετική συνάρτηση ζήτησης. Το κόστος ανά μονάδα για τον παραγωγό είναι ίσο με c , η τιμή χονδρικής από τον παραγωγό στο λιανοπωλητή w και η τιμή λιανικής από το λιανοπωλητή στους τελικούς καταναλωτές r . Η συνάρτηση ζήτησης για το λιανοπωλητή είναι $D(r) = Ae^{-kr}$, όπου $A, k \geq 0$ είναι γνωστές σταθερές.

1. Έστω ότι ο παραγωγός ανακοινώνει πρώτος την τιμή χονδρικής w και ακολουθεί ο λιανοπωλητής με την τιμή λιανικής r και τη συνακόλουθη ποσότητα παραγγελίας, όπου ο καθένας μεγιστοποιεί το δικό του κέρδος. Να βρεθεί το σημείο ισορροπίας του παιχνιδιού, η ποσότητα που θα πωληθεί και τα κέρδη κάθε παράγοντα.
2. Έστω ότι ο παραγωγός και ο λιανοπωλητής συνεργάζονται και αποφασίζουν τις τιμές των w, r που μεγιστοποιούν το συνολικό άθροισμα των κερδών τους. Να βρεθεί η βέλτιστη τιμή η ποσότητα πώλησης και το συνολικό κέρδος κάτω από τη βέλτιστη πολιτική συνεργασίας.
3. Είναι η ανεφοδιαστική αλυσίδα συντονισμένη; Αν όχι, πόση είναι η απώλεια λόγω έλλειψης συντονισμού;

Άσκηση 2

Σκοπός της άσκησης αυτής είναι να εξετάσει το ρόλο που παίζει η αβεβαιότητα στο συντονισμό ανεφοδιαστικών αλυσίδων. Θεωρούμε πάλι μια αλυσίδα παραγωγού-λιανοπωλητή. Το κόστος ανά μονάδα για τον παραγωγό είναι ίσο με c , η τιμή χονδρικής από τον παραγωγό στο λιανοπωλητή w και η τιμή λιανικής από το λιανοπωλητή στους τελικούς καταναλωτές r . Σε αντίθεση με την προηγούμενη περίπτωση, η λιανική τιμή διατηρείται σταθερή, αλλά η ζήτηση για το προϊόν δεν είναι εκ των προτέρων γνωστή. Η ζήτηση είναι τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή μεταξύ a και b . Ο λιανοπωλητής πρέπει να αποφασίσει για την ποσότητα που θα αγοράσει από τον παραγωγό πριν γίνει γνωστή η ζήτηση, δηλαδή λειτουργεί σε περιβάλλον αβεβαιότητας. Συγκεκριμένα η ακολουθία αποφάσεων και γεγονότων είναι η εξής: Πρώτα ο παραγωγός ανακοινώνει την τιμή χονδρικής w . Παίρνοντας την τιμή αυτή υπόψη, ο λιανοπωλητής αποφασίζει την ποσότητα Q που θα αγοράσει από τον παραγωγό και θα διαθέσει στην αγορά. Αφού παραλάβει την παραγγελία βλέπει την τιμή της ζήτησης X και ικανοποιεί όση απ'αυτήν μπορεί. Επομένως η ποσότητα που θα πουλήσει ο λιανοπωλητής είναι ίση με $S = \min(X, Q)$. Τυχόν απούλητες ποσότητες είναι άχρηστες και επιβαρύνουν το λιανοπωλητή. Θεωρούμε την περίπτωση ανταγωνισμού όπου τόσο ο παραγωγός όσο

και ο λιανοπωλητής μεγιστοποιούν ο καθένας τα δικά του κέρδη. Να βρεθεί το σημείο ισορροπίας ακολουθώντας τα παρακάτω βήματα:

1. Έστω w η τιμή χονδρικής. Για να αποφασίσει για τη βέλτιστη ποσότητα αγοράς $Q^*(w)$, ο λιανοπωλητής δε γνωρίζει την πραγματική τιμή της ζήτησης X , αλλά μόνο την κατανομή της. Υποθέτουμε ότι σαυτή την περίπτωση προσπαθεί να μεγιστοποιήσει το αναμενόμενο καθαρό κέρδος του. Επομένως πρέπει να βρούμε μια έκφραση για το αναμενόμενο κέρδος του λιανοπωλητή $\pi_R(Q)$ ως συνάρτηση του Q . Επειδή το κέρδος είναι ίσο με τη διαφορά μεταξύ εσόδων από τις πωλήσεις και εξόδων από την αγορά του προϊόντος, έχουμε ότι

$$\pi_R(Q) = E(rS - wQ),$$

όπου E δηλώνει την αναμενόμενη τιμή. Επειδή η μόνη τυχαία ποσότητα στην παραπάνω έκφραση είναι η ποσότητα πωλήσεων έχουμε $\pi_R(Q) = rES - wQ$. Να υπολογιστεί η αναμενόμενη ποσότητα πωλήσεων ES για την περίπτωση που η ζήτηση ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή και να βρεθεί η αναλυτική έκφραση για το κέρδος $\pi_R(Q)$.

2. Να βρεθεί η τιμή του Q που μεγιστοποιεί το κέρδος. Αυτή είναι η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας $Q^*(w)$.
3. Πηγαίνοντας τώρα στον παραγωγό, παρατηρούμε ότι αυτός δεν έχει καμμία αβεβαιότητα (και επομένως κανένα επιχειρηματικό κίνδυνο), δεδομένου ότι γνωρίζει επακριβώς την ποσότητα $Q^*(w)$ που θα πουλήσει στο λιανοπωλητή ως συνάρτηση της τιμής χονδρικής που θα αποφασίσει. Επομένως το κέρδος του παραγωγού είναι ντετερμινιστική ποσότητα και ίση με

$$\pi_S(w) = (w - c)Q^*(w).$$

Να βρεθεί η τιμή w^* του w που μεγιστοποιεί το κέρδος του παραγωγού.

4. Να βρεθεί η ποσότητα παραγγελίας στο σημείο ισορροπίας $Q^* = Q^*(w^*)$.
5. Να βρεθούν τα κέρδη παραγωγού και λιανοπωλητή π_R^*, π_S^* .
6. **(προαιρετικά)** Τώρα θεωρούμε την περίπτωση συνεργασίας όπου ο παραγωγός και ο λιανοπωλητής αποφασίζουν τις τιμές των w, Q που μεγιστοποιούν το αναμενόμενο συνολικό κέρδος και των δύο. Να βρεθεί η βέλτιστη πολιτική συνεργασίας και να εξετασθεί αν υπάρχει συντονισμός.