

24-1-2025

Τετ 29/1/2025 → Ιατρική
(Εργ. Ποιοποίησης)

Γραμμικοί Μοντέλα με Ποσοτικές & Κατηγορικές
Ανεξάρτητες Μεταβλητές

exercise

$Y = \text{score}$

Sex : M, F $\rightarrow X_F = 1(\text{Sex} = F)$

Extime : ποσοτική

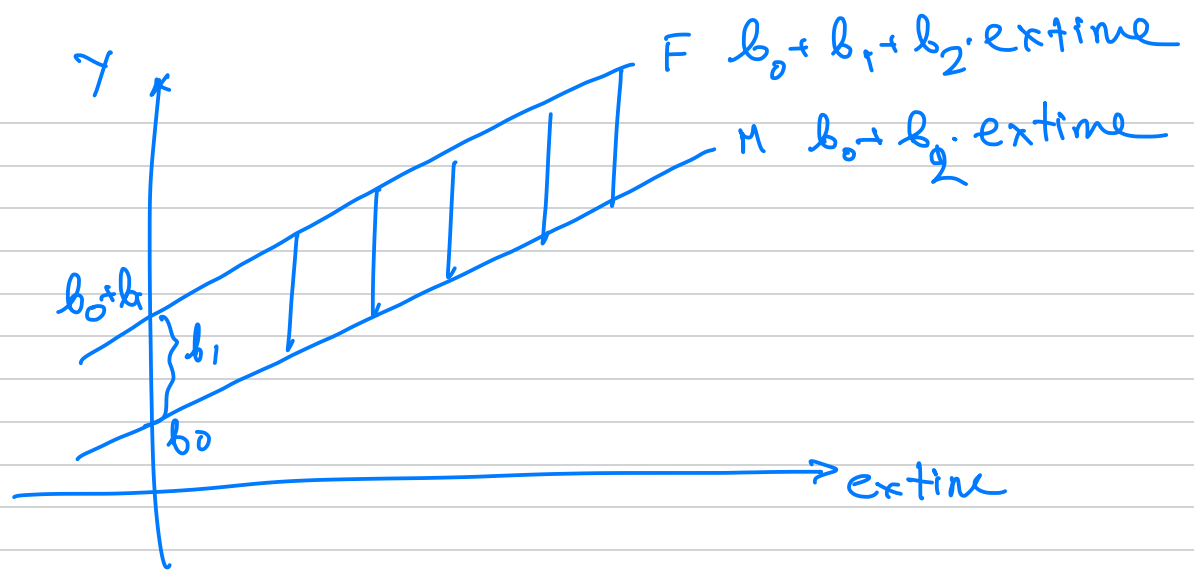
Μοντέλων κύριων επιδράσεων

$$Y = b_0 + b_1 \cdot X_F + b_2 \cdot \text{extime}$$

main
effect
sex

main
effect
extime

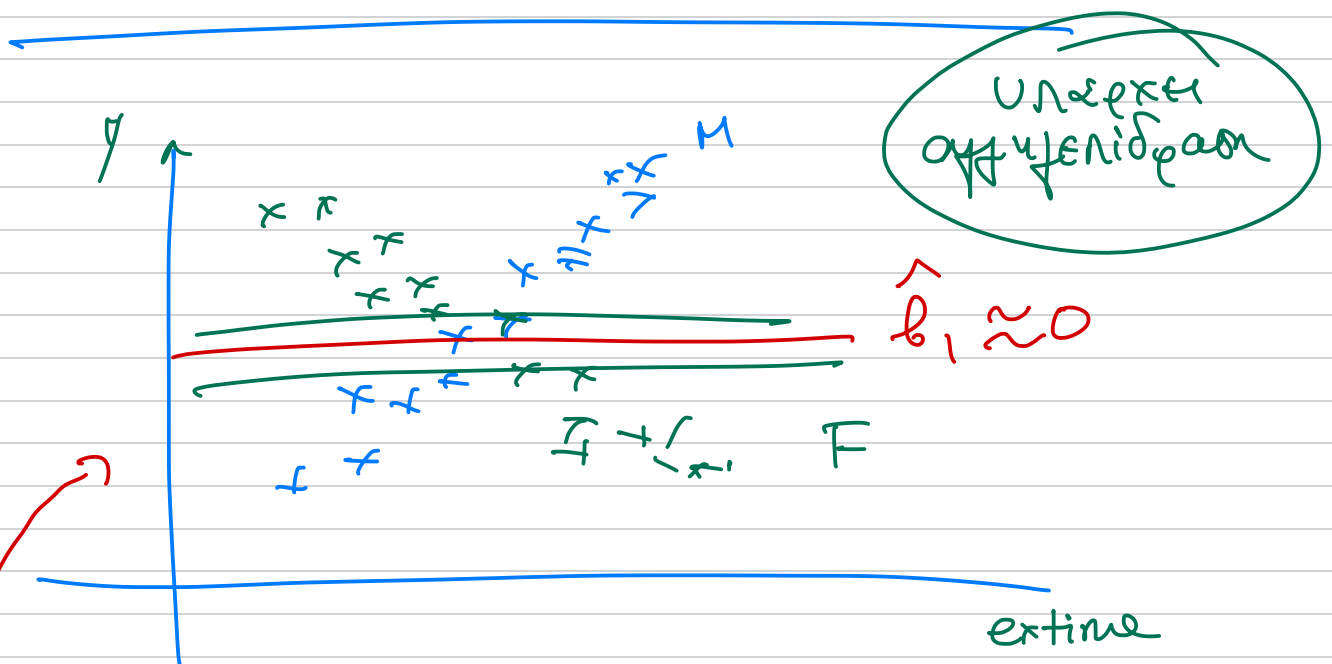
Sex	$Y = b_0 + b_1 X_F + b_2 \text{extime}$
M	$Y = b_0 + b_2 \cdot \text{extime} \quad \leftarrow$
F	$Y = b_0 + b_1 + b_2 \cdot \text{extime} \quad \leftarrow$



Effect $\mu\lambda\sigma\tau = b_1$ ανεξάρτητα από τον αριθμό των extime

Effect extime = b_2 ανεξάρτητα από M ή F

Ερμηνείες b_0 : $E(Y \mid \text{όλες οι μεταβ. στο ενήνοδο αναφορικά})$
 $= E(Y \mid M, \text{extime} = 0)$ (υπόδ. no extrapolation)



$Y = b_0 + b_1 \cdot \text{extime}$

$$Y = b_0 + b_1 X_F + b_2 \text{ extime}$$

Μοντέλο με αλληλεπιδράσεις

$$Y = b_0 + b_1 X_F + b_2 \text{ extime} + b_3 X_F \cdot \text{extime}$$

$$M : (X_F = 0) : Y = b_0 + b_2 \text{ extime}$$

$$F (X_F = 1) : Y = (b_0 + b_1) + (b_2 + b_3) \cdot \text{exti}$$

→ ολική
αλληλεπίδραση
διαφορά
μεταξύ ενισχύων
extime σε M
κ' της ενισχύων σε F

Nx. apartments

Price

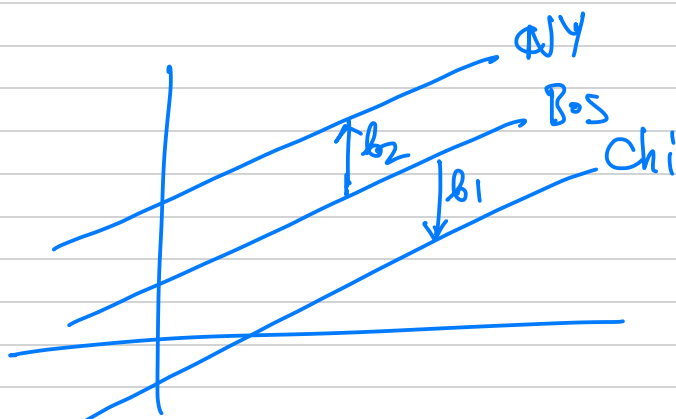
Ref. level

City : Bos, Chi, NY

Size : X

Main
Effect

$$Y = b_0 + b_1 X_{\text{Chi}} + b_2 X_{\text{NY}} + b_3 \cdot X$$



Interaction effects

$$Y = b_0 + b_1 X_{CHI} + b_2 X_{NY} + b_3 X + b_4 X_{CHI} \cdot X + b_5 X_{NY} \cdot X$$

BOS ($X_{CHI} = X_{NY} = 0$) $Y = b_0 + b_3 \cdot X$

CHI ($X_{CHI} = 1, X_{NY} = 0$) $Y = (b_0 + b_1) + (b_3 + b_4) \cdot X$

NY ($X_{CHI} = 0, X_{NY} = 1$) $Y = (b_0 + b_2) + (b_3 + b_5) \cdot X$

interaction

① Ελέγχουμε αν η τιμή του z_{μ} είναι ίδια στις δύο ομάδες

$$H_0: b_4 = b_5 = 0$$

$$H_1: \text{τουλάχιστον ένα } \neq 0.$$

F-test for part.

	X_1	X_2	X_3	X_4
ref:	a	1	scale	scale

z_b	b	2	z_2
z_c	c	3	z_3
z_d	d	4	z_4

z_b	z_c	z_d	z_2	z_3	z_4	X_3	X_4	main
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	------

$$z_b \cdot z_2 \quad z_b z_3 \quad z_2 z_4$$

$$\vdots$$

$$z_d z_4$$

$$z_b x_3 \quad z_2 x_4 \quad \dots \quad z_4 x_3 \dots z_4 x_4$$

$$+ b_{100} x_3 x_4$$

x_1, x_2 : scale.

$$Y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_1 x_2$$

$$\frac{\partial Y}{\partial x_1} = b_1 + \underline{\underline{b_3 \cdot x_2}} \quad \leftarrow \text{Hypothesis}$$

↑

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial x_1 \partial x_2} = \textcircled{b_3} \quad \leftarrow \text{interaction}$$

Κεντρικοποίηση δεδομένων

$$\frac{X, Y}{}$$

Εστω $\bar{X}$ μέση τιμή των X στο δείγμα

$$X^c = X - \bar{X}$$

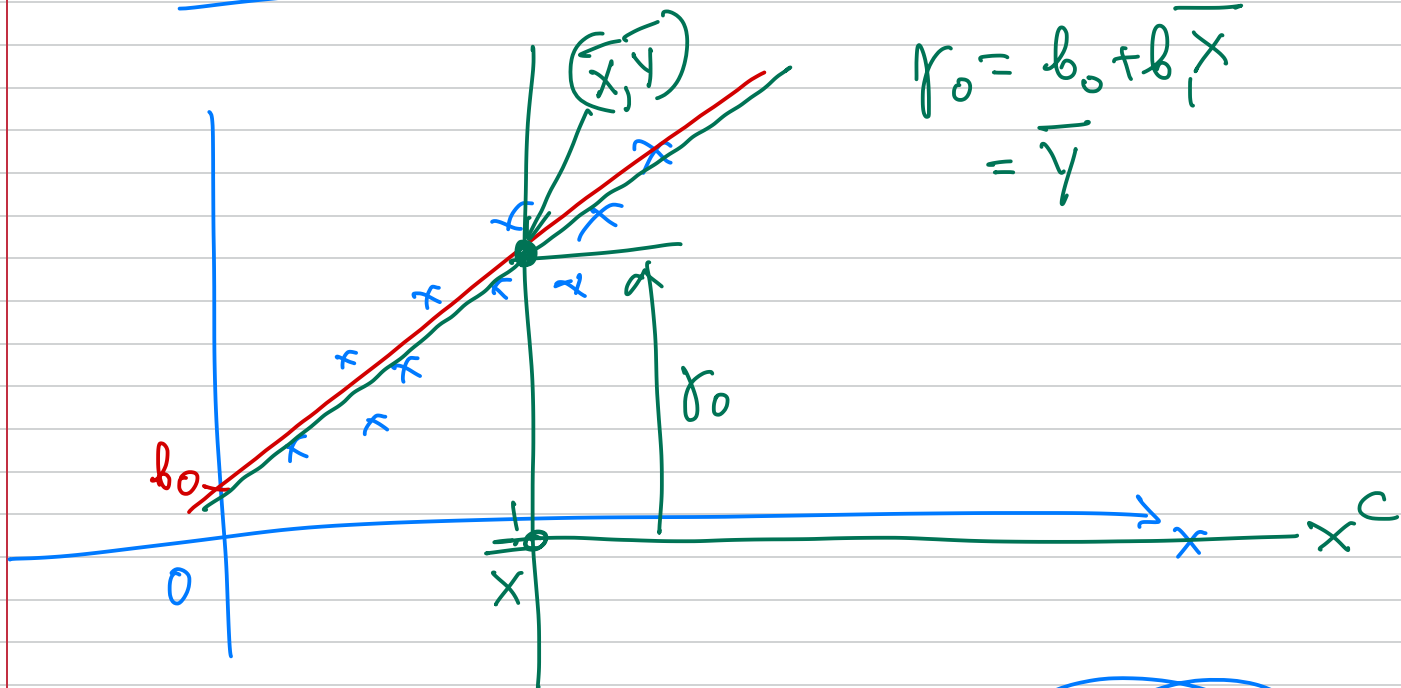
(a)
$$Y = b_0 + b_1 \cdot X$$

$$b_1 = \gamma_1$$

(b)
$$Y = \gamma_0 + \gamma_1 \cdot X^c$$
$$= \gamma_0 + \gamma_1 \cdot (X - \bar{X}) =$$
$$= (\gamma_0 - \gamma_1 \bar{X}) + \gamma_1 X$$

$$b_0 = \gamma_0 - \gamma_1 \bar{X}$$

$$\boxed{\gamma_0 = b_0 + b_1 \bar{X}}$$



$$\gamma_0 = b_0 + b_1 \bar{X}$$
$$= \bar{Y}$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{Y} &= \bar{Y} + b_1 (X - \bar{X}) \\ Y &= \bar{Y} + b_1 X^c \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{απόφθεζα} \\ \text{το} \\ \text{extrapolation} \end{array}$$

