

7/1/2026

Ελέγχοι Ελαστικότητας Σημαντικότητας

Στο μονοπαραγοντικό μοντέλο $Y = b_0 + b_1 X_1 + \varepsilon$

$$H_0 : b_1 = 0 \quad : \quad H_1 : b_1 \neq 0$$

t-test $\rightarrow$ p-value δίνεται
and so software

Reject $H_0 \Rightarrow$ Η X_1 οραζομενά

σημαντικό
πρόβλ. παράγοντα
για την Y .

$$\hat{t} = \frac{\hat{b}_1}{s_{\hat{b}_1}}$$

$t_{\alpha/2, df}$

Εστω

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + b_k X_k$$

$\Downarrow$

LSE

$\Downarrow$

$$\hat{b}_0, \hat{b}_1, \dots, \hat{b}_k$$

$$s_{\hat{b}_0}, s_{\hat{b}_1}, \dots, s_{\hat{b}_k}$$

① t-test

$$H_0 : b_1 = 0 \quad H_1 : b_1 \neq 0$$

$$t = \frac{\hat{b}_1}{s_{\hat{b}_1}}$$

οπότε $\mu \in t_{\alpha/2, df}$

Ο έλεγχος αυτός αξιολογεί τη στατ. σημαντικότητα ως X_1 ως προβλεπτικού παράγοντα της Y
δεδομένων όλων των υπόλοιπων μεταβλητών
που υπάρχουν στο μοντέλο

(δηλ. δεδομέ η X_1 προστίθεται σε
μοντέλο που ήδη περιέχει τις $X_2, \dots, X_k$)

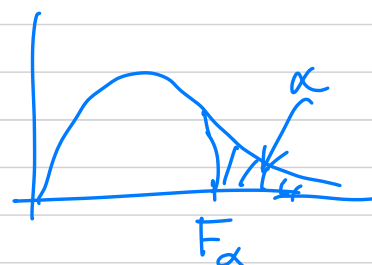
② F tests για ολό ή μέρος των μοντέλων

②.1 $H_0: b_1 = b_2 = \dots = b_k = 0$ vs $H_1: \text{τουλάχιστον ένα } \neq 0$.

Έλεγχος F

F-statistic συνολικών μοντέλων

$$F = \frac{MSR}{MSE}$$



Κάτω από $H_0 \Rightarrow F \sim F_{df_{mod}, df_{er}}$

συγκρίνουμε F με $F_{\alpha, df_{mod}, df_{er}}$

Αν $F > F_{\alpha} \Rightarrow \text{reject } H_0. (p < \alpha)$

Stata : F παζι με το R^2

Ερω. Απινζων (k=1 - μονοπαριστοις)

$$df_{\text{mod}} = 1, \quad df_{\text{er}} = n-2$$

$$F = \frac{MSR}{MSE}$$

$$H_0 : b_1 = 0 \quad \text{vs} \quad H_1 : b_1 \neq 0 \Leftarrow \text{Ειδοτες to t-test !!}$$

Στο μονοπαριστοις ο, δυο ελεγχοι ειναι ισοδυναμοι

$$F = t^2$$
$$(t = \frac{\hat{b}_1}{s_{\hat{b}_1}})$$

$$F_{\alpha, 1, n-2} = t_{\alpha, n-2}^2$$

$$t : \text{rejed av } |t| > t_{\alpha/2} \Leftrightarrow t^2 > t_{\alpha/2}^2 \Leftrightarrow F > F_{\alpha}$$

p-value = p-value

2.2 Ελεγχος F για τειρος του μοντελου

Model 1 : $Y = b_0 + b_1 X_1 + \dots + b_p X_p + b_{p+1} X_{p+1} + \dots + b_k X_k$ (full)

Model 2 : $Y = b_0 + b_1 X_1 + \dots + b_p X_p$ (partial)
(p < k)

Model 2 nested στο Model 1 (γωνιασμετρο)

$$SSR(X_1, \dots, X_k) \geq SSR(X_1, \dots, X_p)$$

$$SSE_{full} = SSE(X_1, \dots, X_k) \leq SSE(X_1, \dots, X_p) = SSE_{par}$$

$$\begin{aligned} SSR(X_1, \dots, X_k) - SSR(X_1, \dots, X_p) &= \\ &= SSR(X_{p+1}, \dots, X_k \mid X_1, \dots, X_p) \end{aligned}$$

Επίσης $R^2_{full} \geq R^2_{partial}$

F-test for part of model

Zero full model :

$$H_0 : \beta_{p+1} = \beta_{p+2} = \dots = \beta_k = 0 \quad \text{vs} \quad H_1 : \text{τουλάχιστον ένα} \neq 0.$$

$$SSR_{full} = SSR(X_1, \dots, X_k) \quad df_{mod, full} = k$$

$$SSE_{full} = SSE(X_1, \dots, X_k) \quad df_{er, full} = n - (k+1) = n - k - 1$$

$$SSR_{par} = SSR(X_1, \dots, X_p) \quad df_{mod, par} = p$$

$$SSE_{par} = SSE(X_1, \dots, X_p) \quad df_{er, par} = n - p - 1$$

$$SSR_{full} + SSE_{full} = SST = SSR_{par} + SSE_{par}$$

$$df_{mod, full} + df_{er, full} = n - 1 = df_{mod, par} + df_{er, par}$$

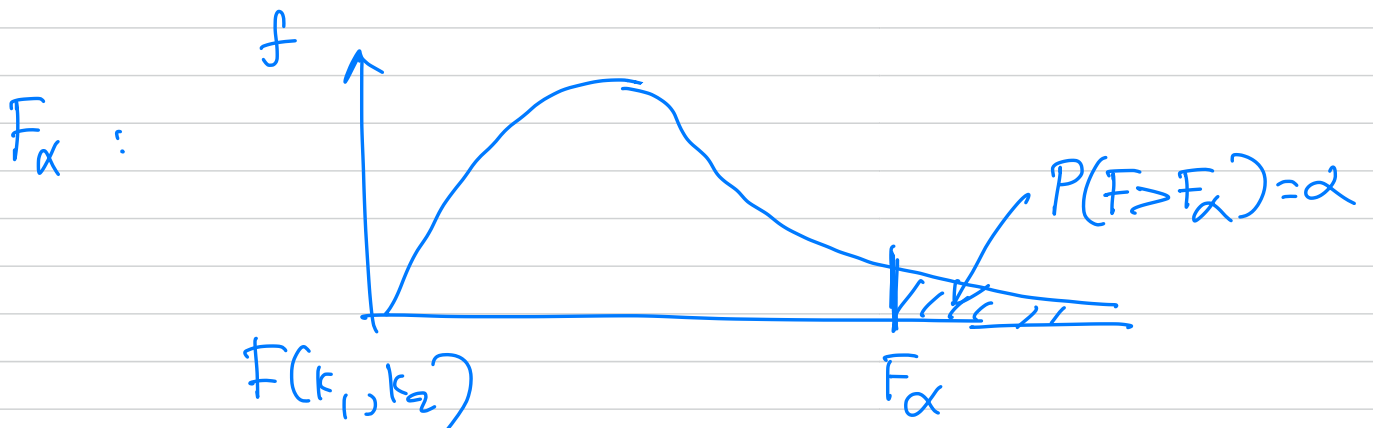
F-test

$$F = \frac{\frac{SSE_{\text{par}} - SSE_{\text{full}}}{df_{\text{er,par}} - df_{\text{er,full}}}}{MSE_{\text{full}}} \quad \text{--- } k-p$$

$$\text{Under } H_0 : \Rightarrow F \sim F(k-p, n-k-1)$$

$$\text{accept } H_0 \quad \text{or} \quad F \leq F_{\alpha}(k-p, n-k-1)$$

$$\text{reject } H_0 \quad \text{or} \quad F > F_{\alpha}(k-p, n-k-1)$$



Ειδιές Αποκρίσεων

① Full : $Y = b_0 + b_1 X_1 + \dots + b_k X_k + \varepsilon$

Partial : $Y = b_0 + \varepsilon$

$\Rightarrow$ Ελέγχος F για όλο το μοντέλο

$$H_0 : b_1 = b_2 = \dots = b_k = 0, \quad H_1 : \text{zotaxi, eva} \neq 0.$$

Εδώ το partial : $\hat{b}_0 = \bar{Y}$

$$\begin{aligned} SSE_{\text{part}} &= \sum (y_i - \hat{b}_0)^2 = \\ &= \sum (y_i - \bar{Y})^2 = SST \end{aligned}$$

$$SSR_{\text{par}=0}$$

$$SSE_{\text{par}} - SSE_{\text{full}} = SST - SSE_{\text{full}} = SSR_{\text{full}}$$

$$\begin{aligned} df_{\text{er, par}} - df_{\text{er, full}} &= n-1 - (n-k-1) = k \\ &= df_{\text{mod, full}} \end{aligned}$$

$$\frac{SSE_{\text{par}} - SSE_{\text{full}}}{df_{\text{er, par}} - df_{\text{er, full}}} = \frac{SSR_{\text{full}}}{df_{\text{mod, full}}} = MSR_{\text{full}}$$

$$\Rightarrow F = \frac{MSR_{\text{full}}}{MSE_{\text{full}}} : \text{δuf. 20 paz. F}$$

για όλο το μοντέλο

2 full : $Y = b_0 + b_1 X_1 + \dots + b_p X_p + b_{p+1} X_{p+1}$
 partial: $Y = b_0 + b_1 X_1 + \dots + b_p X_p$

Ελεγχος F: $H_0: b_{p+1} = 0$ $H_1: b_{p+1} \neq 0$

Ελεγχος ομεικ. της X_{p+1} παρουσία ή όχι } t-test
 της $X_1, \dots, X_p$ για τη X_{p+1}

3 Έστω ότι στο μοντέλο

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + \dots + b_k X_k$$

οι μεταβλητές μπαίνουν μία-μία με τη σειρά
 $X_1, X_2, \dots, X_k$

Model 1: X_1 } F_1 για $X_2 | X_1$

Model 2: X_1, X_2 } $H_0: b_2 = 0$ $H_1: b_2 \neq 0$ στο Model 2

Model 3: X_1, X_2, X_3 } F_2 για $X_3 | X_1, X_2$
 $H_0: b_3 = 0$ $H_1: b_3 \neq 0$ στο mod. 3

Model k : $X_1, X_2, \dots, X_k$: F_k

$F_1, F_2, \dots, F_k$ F-tests type 1 (sequential F tests)

εξαρτώνται από τη σειρά εισαγωγής

④ F-tests type III (partial F-tests)

$$H_0 : b_j = 0 \quad \text{vs} \quad H_1 : b_j \neq 0 \quad \frac{0.1\alpha}{\text{or full model}}$$

(δυν. αν η X_j έχει ζεύγυα) (t-test)

αυξάνεται από τη σειρά εισαγωγής