2021-04-23

Μοντέλο EOQ
- βασικό
- προγραμματισμένες ελλείψεις
- εκπτώσεις όγκου

EOQ με εκπτώσεις όγκου (Quantity discounts)

Quantity discounts: τιμή αγοράς/μονάδα πέφτει με το μέγεθος παραγγελίας

Volume discounts: τιμή αγοράς πέφτει με το συνολικό όγκο αγορών/μον. χρ.

ζήτηση = α/μονχρόνου σταθερή !!

Συνήθως ο προμηθευτής έχει μεγαλύτερο σταθερό κόστος K από ότι ο μεταποιητής

All unit discounts

π.χ. τιμή αγοράς/μονάδα

$$C = \begin{cases} 10, & Q < 100 \\ 9, & 100 \le Q < 200 \\ 8, & Q \ge 200 \end{cases}$$

$C_1 = 10 \quad Q_1 = 100$

$C_2 = 9 \quad Q_2 = 200$

$C_3 = 8$

Q	50	99	100	...
κόστος αγοράς	$10 \times 50 = 500$	$10 \times 99 = 990$	$9 \times 100 = 900$	

Incremental discounts

Η έκπτωση εφαρμόζεται μόνο στις επιπλέον μονάδες προϊόντος

$Q < 100$ τιμή αγοράς $= 10$/μον

$100 \leq Q < 200$ " $=$ 10 για τις πρώτες 99
κ' 9 για τις υπόλοιπες

$Q > 200$ " $=$ 10 για τις πρώτες 99
9 " " επόμενες 100
8 " για τις υπόλοιπες

Q	Q=99	Q=100
Κόστος Αγοράς	$10 \times 99 = \underline{990}$	$10 \times 99 + 9 \times 1 = \underline{999}$

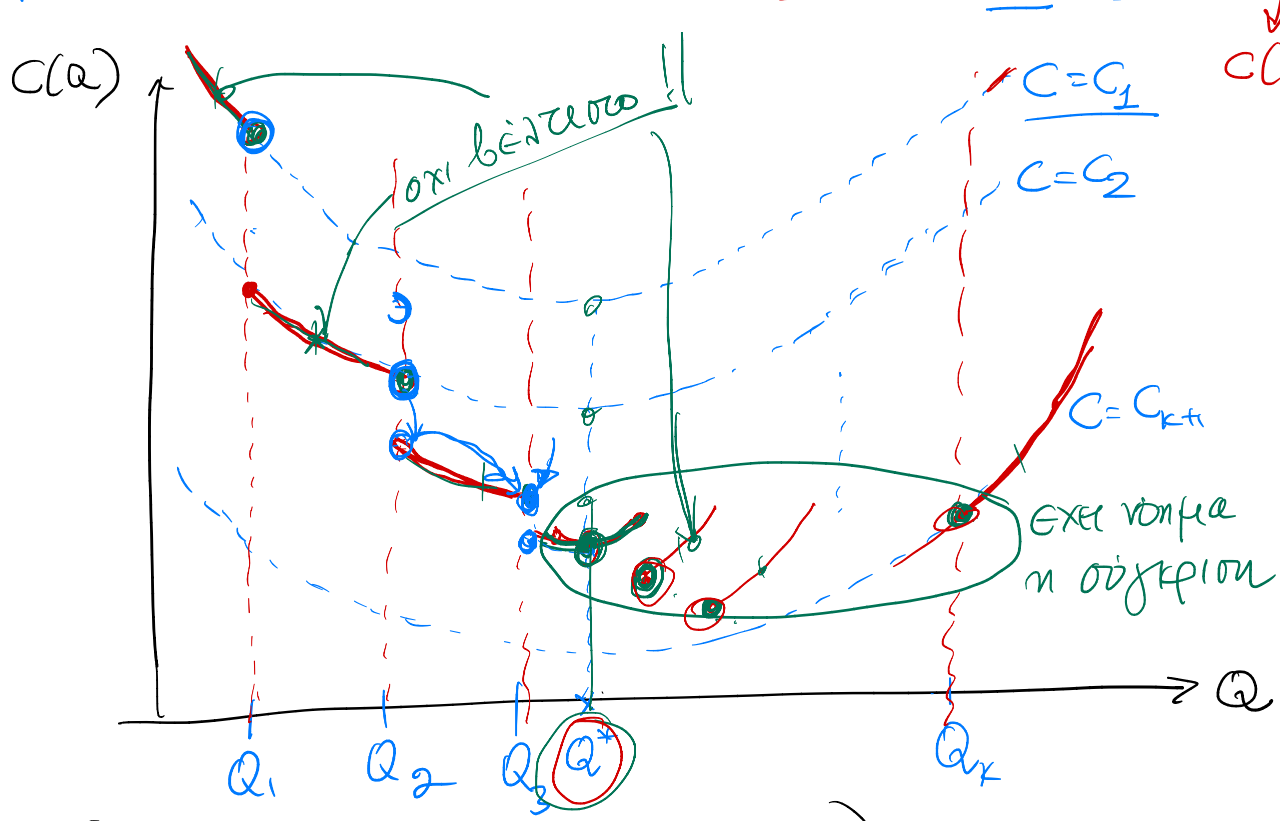
Βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας σε all unit discounts

$$C_1 > C_2 > C_3 > \cdots C_k > C_{k+1}$$

Q_1 $\quad Q_2$ $\quad Q_3$ $\quad \ldots \quad Q_k$ $\quad \to Q$

Αρχικός τύπος κόστος $\quad C(Q) = \frac{k\alpha}{Q} + \frac{1}{2}hQ + c\alpha$

$c(Q)$



$j=1$ $(c=c_1)$ (πρώτη περιοχή $Q<Q_1$)

$$* \; C = \frac{k\alpha}{Q} + \frac{1}{2}hQ + c_1 \cdot \alpha \qquad Q^* = \sqrt{\frac{2k\alpha}{h}}$$

$j=2$ $(c=c_2)$

$$* \; C(Q) = \frac{k\alpha}{Q} + \frac{1}{2}hQ + c_2 \cdot \alpha$$

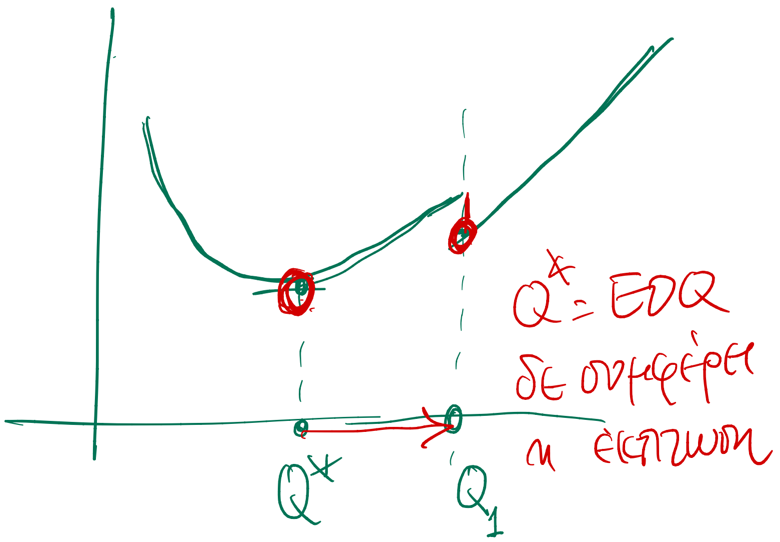
Αλγόριθμος

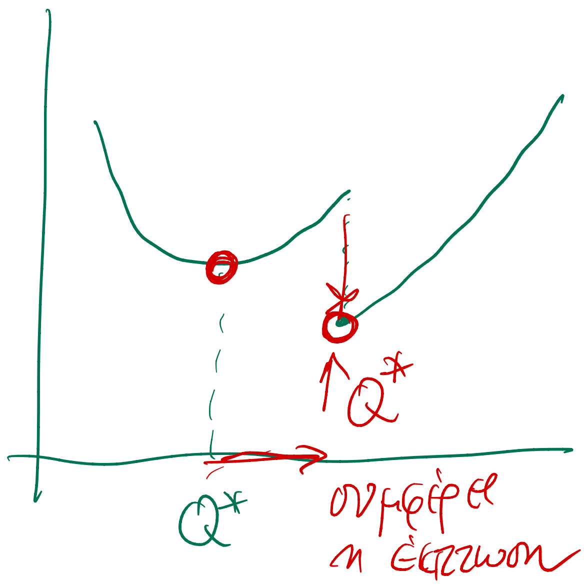
① Υπολογίζω το $Q^* = \sqrt{\frac{2K\alpha}{h}}$

② Βρίσκω το j^* τέτοιο ώστε το $Q = Q^*$ είναι εφικτό για την τιμή c_j

③ Για τα υπόλοιπα διαστήματα παίρνουμε το Q που είναι πιο κοντά στο Q^*

④ Υπολογίζουμε το κόστος για κάθε ένα από τα παραπάνω σημεία κ' παίρνουμε αυτό που δίνει το μικρότερο κόστος.





Παρατηρήσεις για Μοντέλο EOQ

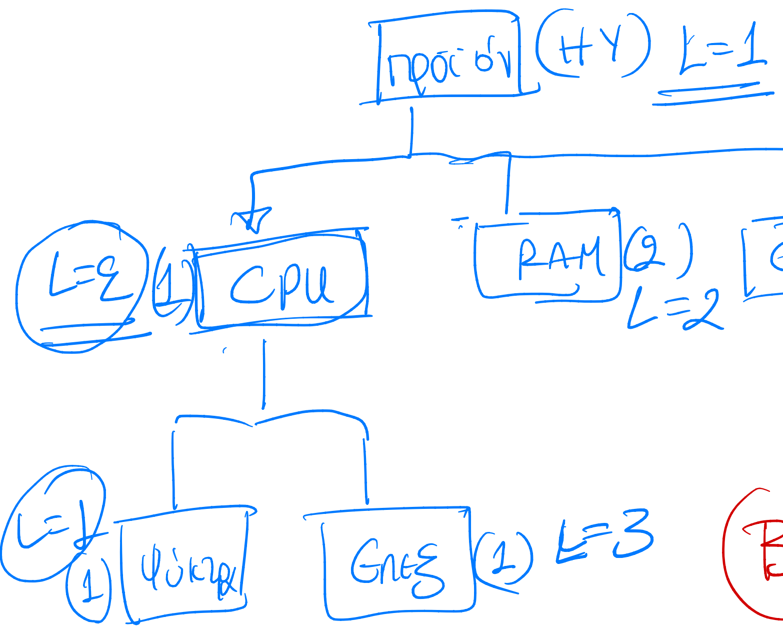
① Απλουστευτικές παραδοχές
Αρκετά εύρωστο (robust) μοντέλο
(ανεκτικό σε παραβιάσεις των υποθέσεων).

② Ζήτηση: Υπόθεση ανεξάρτητη ζήτηση

Εξαρτημένη ζήτηση πχ.

συναρμολόγηση ΗΥ
- → CPU —
- → box —
- → οθόνη —

Συστήματα Material Requirements Planning (MRP)

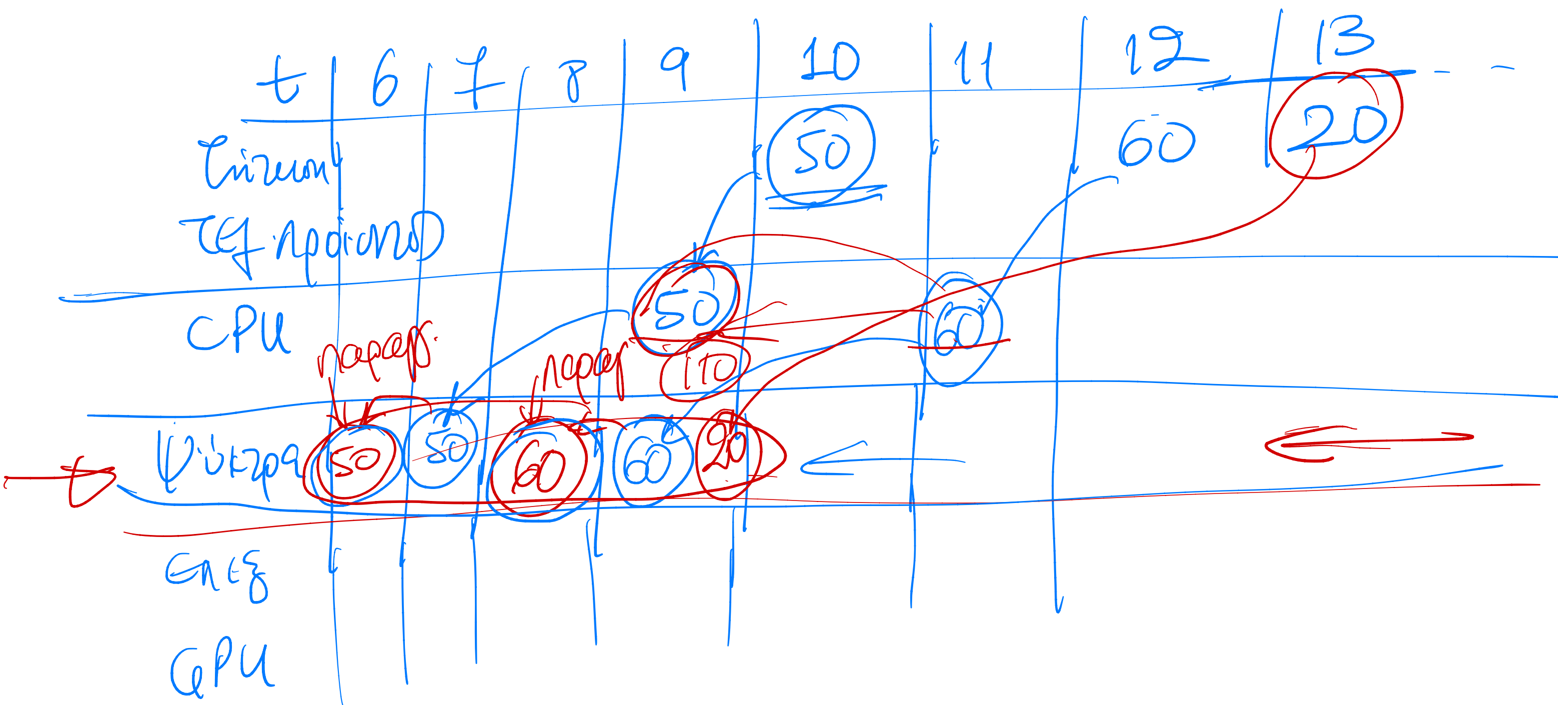


δομή προϊόντος (Bill of Materials) BOM

Αν σε 10 εβδ. (t=10) χρειάζομαι 1 HY

την εβδ 9 πρέπει να έχω 1 CPU, 2 RAM, 1GPU (3SSD)

Master Production Schedule (MPS)



Μοντέλο DEL (Dynamic Economic Lotsize)

Ζήτηση γνωστή αλλά χρονικά μεταβαλλόμενη

K = σταθερό κόστος παραγγελίας/παραγωγής

h = κόστος αποθήκευσης ανά μον. προϊόντος, ανά περί-οδο

c = κόστος αγοράς/παραγωγής ανά μονάδα.

Μοντέλου Διακριτού Χρόνου – Πεπερασμένου Ορίζοντα

Παραγωγή/παραγγελία μπορεί να γίνει σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές (αρχή περιόδου)

Περίοδοι $i = 1, 2, \ldots, n$

n = μήκος ορίζοντα

παραγωγή δυνατή στην αρχή κάθε περιόδου (Leadtime = 0)

Ζήτηση (γνωστή): r_i = ζήτηση περιόδου i, $i = 1, \ldots, n$

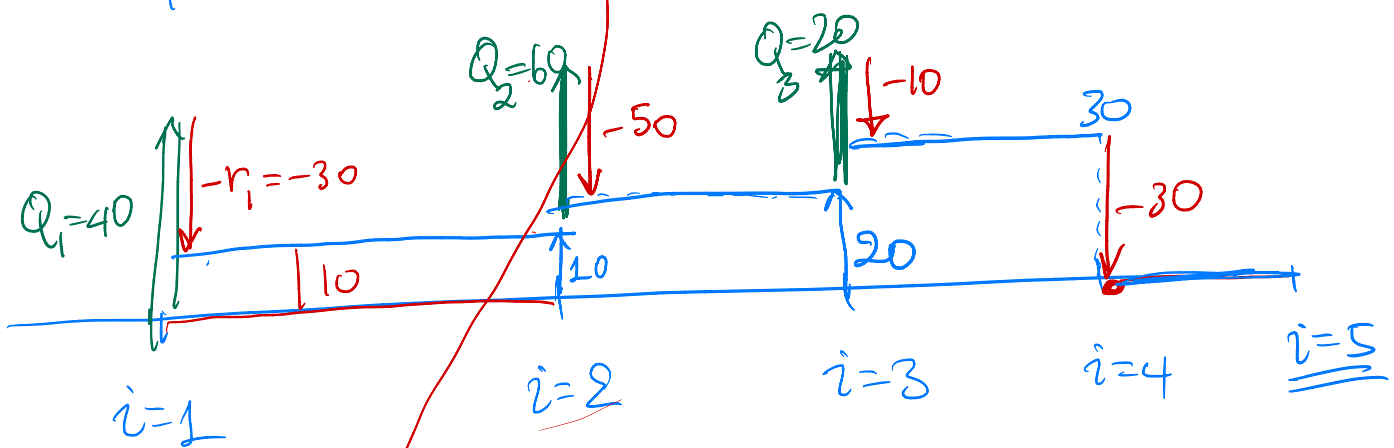
Η ζήτηση ικανοποιείται στην αρχή της περιόδου αμέσως μετά την άφιξη της παραγγελίας

Δεν επιτρέπονται ελλείψεις

Παράδειγμα $n=4$, $r_1=30$, $r_2=50$, $r_3=10$, $r_4=30$

Ποσότητες παραγγ. $Q_1=40$, $Q_2=60$, $Q_3=20$, $Q_4=0$

αρχικό απόθεμα $=0$.



Κόστος αποθήκευσης $\quad h\times 10 + h\times 20 + h\times 30 + h\times 0$

Σταθ. κόστος $\quad K + K + K + 0$

Κόστος αγοράς $\quad c\times Q_1 + c\times Q_2 + c\times Q_3 + c\times Q_4$

$$= c\,(Q_1+Q_2+Q_3+Q_4)$$

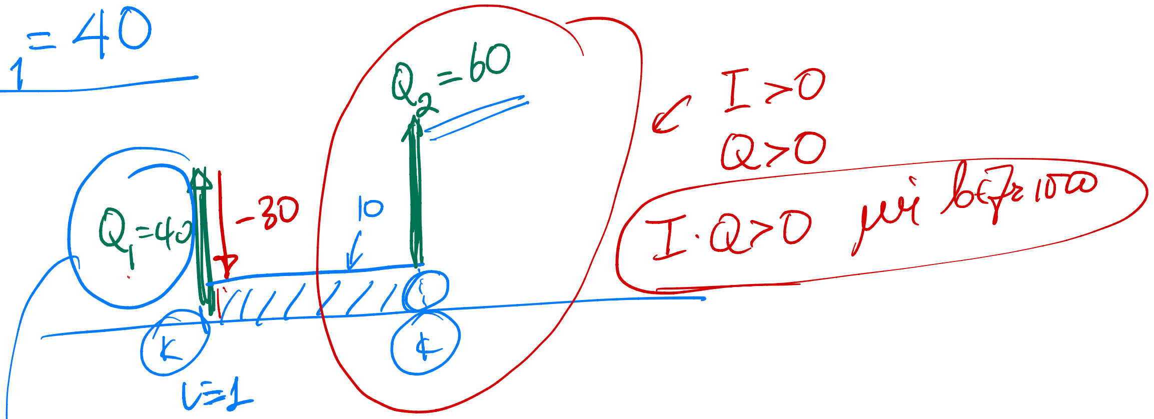
$$= c\,(r_1+r_2+r_3+r_4) = \text{σταθερό, ανεξ. των } Q_i$$

Επειδή $c=$ ανεξ. χρόνου το κόστος αγοράς δεν περιλαμβάνεται στον αλγόριθμο βελτιστοποίησης

Παρατηρήσεις για τη βέλτιστη πολιτική

① Στο προηγούμενο παράδειγμα $r_1=30$, $r_2=50$, $r_3=10$, $r_4=30$

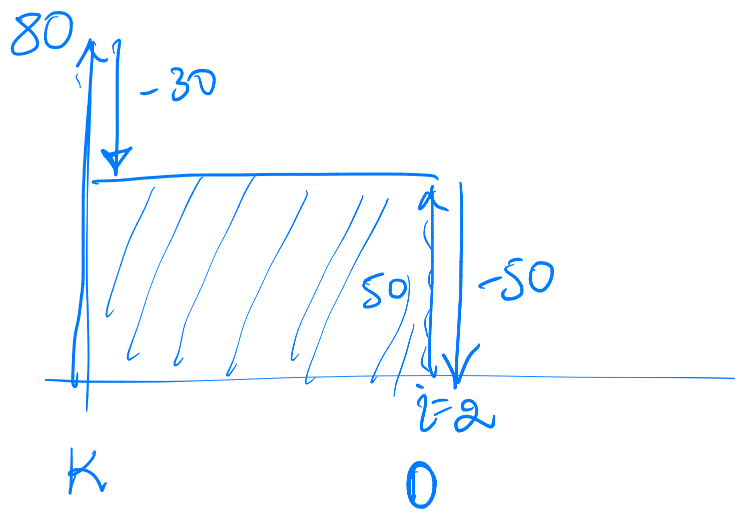
Έστω $Q_1=40$



αποκλείεται να είναι βέλτιστη

Επειδή $Q_2>0$ κ' θα πληρωθεί K στη 2η περίοδο οι επιπλέον 10 μονάδες της περιόδου 1 αποθηκεύονται χωρίς λόγο. (προσθέτουν κόστος αποθήκευσης χωρίς να βοηθούν σε κάποιο άλλο κόστος).

Αν είχαμε $Q_1=80$, $Q_2=0$ αυτό θα μπορούσε να είναι σωστό



παθ. κόστος K 0

$\boxed{I_i = \text{απόθεμα στην αρχή περ. } i}$

Η βέλτιστη πολιτική πρέπει να ικανοποιεί την ιδιότητα μηδενικού αποθέματος δηλ. $\boxed{I_i \cdot Q_i = 0 \ \forall i}$

$r_1 = 30$, $r_2 = 50$, $r_3 = 10$, $r_4 = 30$

Με βάση την ιδιότητα μηδενικού αποθέματος, οι δυνατές (θα μπορούσαν να είναι βέλτιστες) τιμές για το $Q_1 = \underbrace{30,\ 80,\ 90,\ 120}$

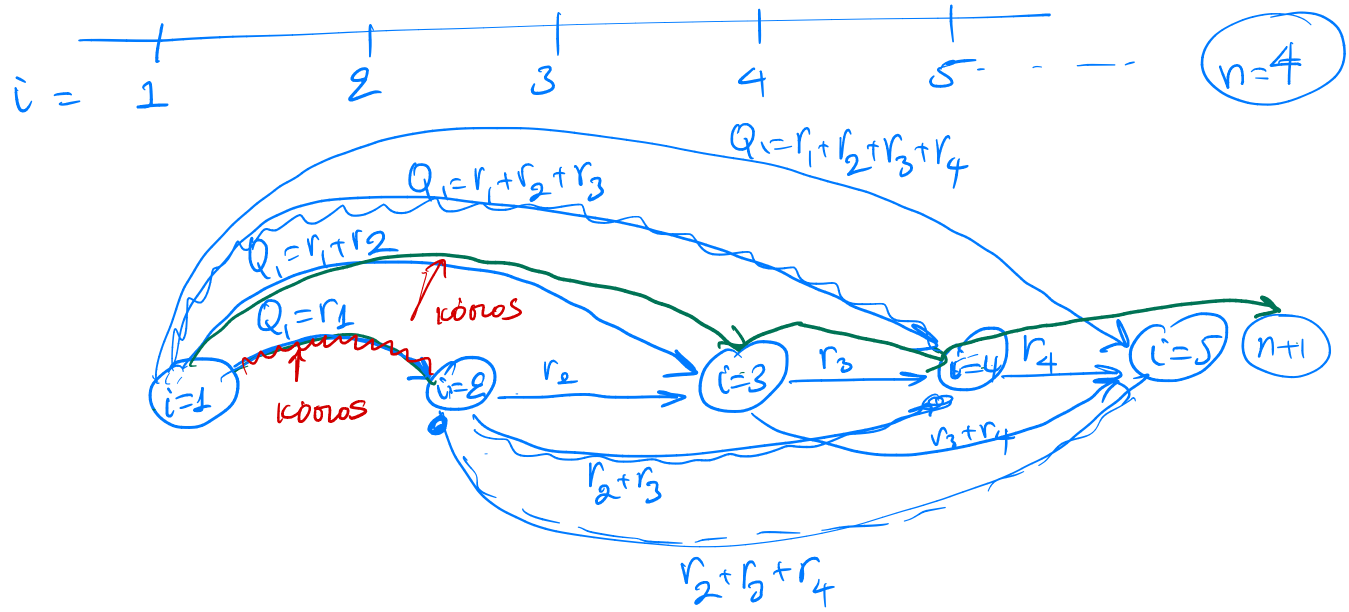
$$\begin{array}{cccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ r_1 & r_1+r_2 & r_1+r_2+r_3 & r_1+r_2+r_3+r_4 \end{array}$$

Αντίστοιχα για $i=2$ (αν υποθ. $I_2=0$)

οι δυνατές τιμές για $Q_2 = r_2,\ r_2+r_3,\ r_2+r_3+r_4$

Σε κάθε περίοδο οι υποψήφιες ποσότητες παραγγελίας/παραγωγής είναι μόνο αυτές που καλύπτουν τις ζήτηση για ένα ολόκληρο αριθμό μελλοντικών περιόδων.

Ουσιαστικά πρέπει να αποφασίσουμε σε ποιές περιόδους θα γίνει παραγγελία. (οι ποσότητες προσδιορίζονται μονοσήμαντα).



Μονοπάτι από $i=1 \to i=5$ $\Longleftrightarrow$ ποσότητες παραγωγής (πρόγραμμα παραγωγής)

π.χ. $1 \to 3 \to 4 \to 5$ $\Longleftrightarrow$ $Q_1=r_1+r_2$

παραγ

$Q_2=0$

$Q_3=r_3$

$Q_4=r_4$

Ανάγεται σε πρόβλημα ελάχιστης διαδρομής σε δίκτυο

$\boxed{\text{Αλγόριθμος δυναμικού προγραμματισμού}}$

Παράδειγμα $n=4$, $r_1 = 30$, $r_2 = 50$, $r_3 = 10$, $r_4 = 30$

$K = 200$, $h = 2$

Έστω $C(i,j)$ = κόστος από κόμβο i σε κόμβο j

$C(1,2)$: $Q_1 = 30 = r_1$, Αποθήκευση $= 0$ $\}$ κόστος $= K = 200$

$C(1,2) = 200$

$C(1,3)$: $Q_1 = r_1 + r_2 = 30 + 50 = 80$

Αποθήκευση: 50 $(1 \to 2)$

0 $(2 \to 3)$

κόστος: $K = 200 = 200$

$2 \times 50 = 100$

$2 \times 0 = 0$

$C(1,3) = 300$

$C(1,4)$: $Q_1 = r_1 + r_2 + r_3 = 30 + 50 + 10 = 90$

Αποθήκευση $(1 \to 2) = 60$

$2 \to 3 = 10$

$(3 \to 4) = 0$

κόστος: $200 +$

$2 \times 60 +$

$2 \times 10 +$

2×0

$C(1,4) = 340$

Άσκηση να υπολογίσετε τα $C(i,j)$ για όλες τις ακμές του δικτύου