

2021-05-28

Τεταρτή Εξέταση Παρ. 11/6/2021

(webex) δίνεται στο email σας

Ασκίες Εναντιοφύσ (Eclass φάκελος Ασκίες/Θέματα)

Άσκηση 1 Ζήτηση $a = 1500$ kg (έτος)
 $h = 10$

Χοδρική $v = 20$ €/kg, Έξοδ. κόστος παραγ $K = 300$

① Ποστική παραγγελιών (Μοντέλο EOQ)

$$Q^* = \sqrt{\frac{2ka}{h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 300 \cdot 1500}{10}} = 300 \text{ kg}$$

Έξοδο κόστος $C^* = \sqrt{2kqh} + va$

$$= \sqrt{2 \cdot 300 \cdot 1500 \cdot 10} + 20 \cdot 1500 =$$
$$= \underbrace{3000}_{\text{διαχ. αμοιβ}} + \underbrace{30000}_{\text{αγορά ηρ.}} = 33.000 \text{ €/έτος}$$

② Ο προμηθευτής προφέρει μέωση της τιμής χοδρικής αν το κατάστημα κάνει παραγγελίες $Q = 600$. Ποιά πρέπει να είναι η μέωση τιμής για να συμφωνήσει το κατάστημα;

α) το κόστος διαχείρισης έχει την αίσθηση

$$\begin{aligned} \text{α) Κόστος Διαχ.} \quad C(Q) &= \frac{ak}{Q} + \frac{1}{2} hQ \\ &= \frac{1500 \cdot 300}{600} + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 600 = \\ &= 750 + 3000 = 3750 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{β) Κόστος απορ.} \quad (v-d) a \quad (d = \text{έκπτωση}) \\ = (20-d) \cdot 1500 = 30000 - 1500 \cdot d \end{aligned}$$

$$\text{Συνολικό} \quad 3750 + 30000 - 1500d = 33750 - 1500d$$

$$33750 - 1500d \leq 33000 \Rightarrow$$

$$1500d \geq 750 \Rightarrow \boxed{d \geq 0,5}$$

(έκπτωση
πρωτόκολλο
0,5 €/kg)

Άσκηση 2

$$\text{Ζήτηση} = a / \text{μετ.χρ.}$$

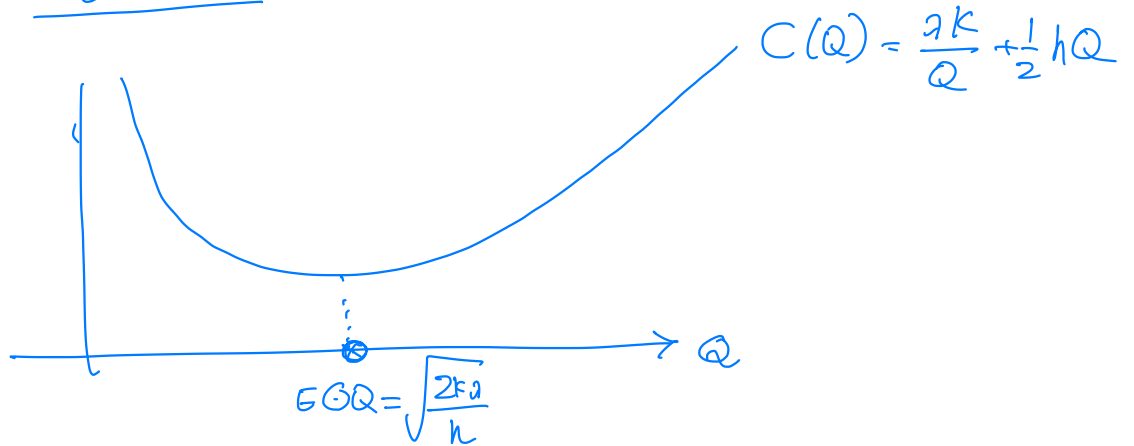
$$\text{Συν. κόστος παραγγ} = K$$

$$\text{Κόστος αποθ.} = h$$

} EOQ

$$\underline{Q \leq M}$$

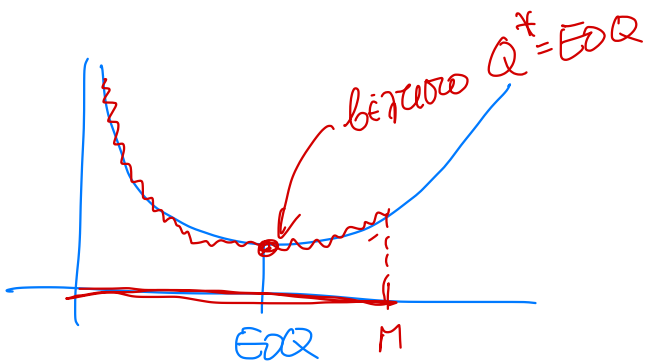
α) $Q^* = ?$



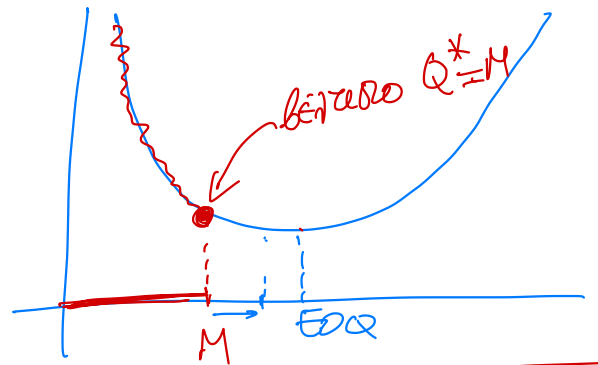
(π.χ. αν $EOQ = 500$, $M = 700 \Rightarrow Q^* = 500$

αν $EOQ = 500$, $M = 300 \Rightarrow Q^* = ?$

Πη. 1 $M \geq EOQ$



Πη. 2 $M \leq EOQ$



Τελικά : $Q^* = \begin{cases} EOQ, & EOQ \leq M \\ M, & EOQ > M \end{cases}$

$$= \min \left\{ M, \sqrt{\frac{2Ka}{h}} \right\}$$
$$= Q^*$$

β) Έστω $\lambda = 100$, $K = 200$, $h = 16$, $M = 20$

$$EOQ = \sqrt{\frac{2K\lambda}{h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 200 \cdot 100}{16}} = \frac{200}{4} = 50$$

$$Q^* = \min\{50, 20\} = 20 = M$$

α) Η διοίκηση μπορεί να πληρώσει ένα ποσό για να βελτιώσει η διαχ. απόδοσή των δύο επιλογών (κόστισαν το ίδιο).

- (i) Επιδώσει τον προμηθευτή των έξι ώστε $M = 40$
- (ii) Επιδώσει στη δική των επιχείρηση έξι ώστε $K = 120$

Ποιο από τα δύο των συμφέρει να κάνει;

Υπολογίζουμε τα κόστη / έτος για κάθε επιλογή.

(i) $M = 40$, νέο $Q^* = \min\{50, 40\}$

$$\text{Κόστος: } C(Q^*) = \frac{K\lambda}{Q^*} + \frac{1}{2} h \cdot Q^* = \frac{200 \cdot 100}{40} + \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 40$$

$$= 500 + 320 = \boxed{820 \text{ €/έτος}} \leftarrow$$

(ii) $K = 120 \Rightarrow$ νέο $EOQ = \sqrt{\frac{2K\lambda}{h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 120 \cdot 100}{16}} =$

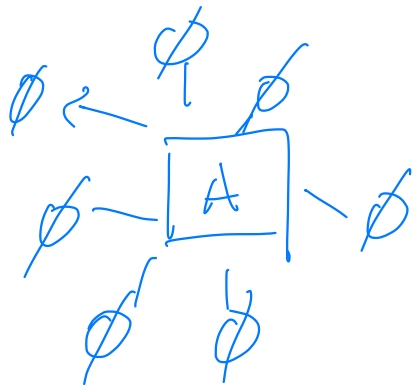
$$\approx 38,7, \quad Q^* = \min\{38,7, 20\} = \underline{\underline{20}}$$

$$C(Q) = \frac{K\lambda}{Q^*} + \frac{1}{2} h Q^* = \frac{120 \cdot 100}{20} + \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 20 =$$

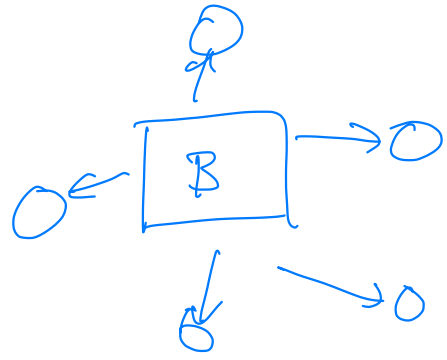
$$= 600 + 160 = \boxed{760 \text{ €/έτος}} \leftarrow \text{ συμφέρει }$$

Άσκηση 4

Εταιρεία υποκαταστήματα σε A, B



Ζήτηση (A) = 100/μέρα



Ζήτηση (B) = 50/μέρα

$K=100$

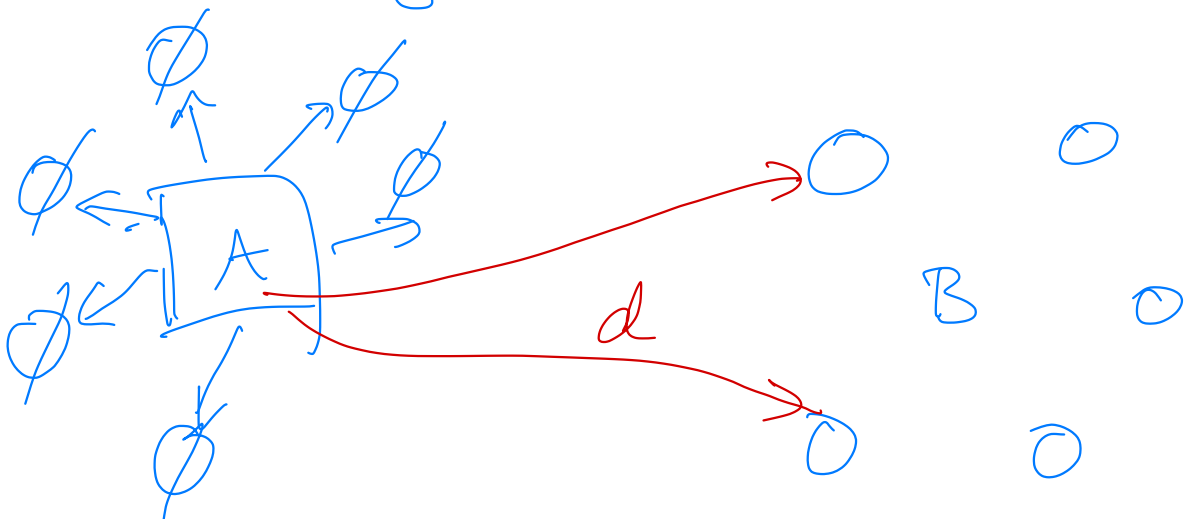
$h=5$ /μωρ, μέρα

Εξετάζει το ερώτημα να καταργηθούν τιν αποθήκες στο B αλλα η πίστη A να εξυπηρετεί κ' των B.

Το κόστος αποστολής $A \rightarrow B = d$ /μωρ, προϊόντος

Πόσο πρέπει να είναι το d για να υπεβίβει η συγχώνευση;

Συγχώνευση



Χωρίς συγχώνευση Δύο συστήματα ΕΟQ

$$A: d_A = 100, k = 100, h = 5$$

$$B: d_B = 50, k = 100, h = 5$$

$$A: Q_A^* = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot 100}{5}} = 100 \cdot \sqrt{\frac{2}{5}} \approx 65$$

$$C_A^* = \sqrt{2kd_Ah} = \sqrt{2 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 5} = 100\sqrt{10} \approx 316$$

$$B: Q_B^* = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot 50}{5}} = \frac{100}{\sqrt{5}} \approx 45$$

$$C_B^* = \sqrt{2 \cdot 100 \cdot 50 \cdot 5} = 100\sqrt{5} = 224$$

Συνολικά $C = C_A^* + C_B^* = 540$ €/μικρ ←

Συγχώνευση

$$A: d_{\text{total}} = d_A + d_B = 150, k = 100, h = 5$$

B: —

$$\text{Κόστος μεταφοράς} = d \cdot 50 (= d \times \text{τίμημα}_B)$$

$$C_A^* = \sqrt{2 \cdot 150 \cdot 100 \cdot 5} = \sqrt{150 \cdot 10^3} = 387 \text{ €/μικρ.}$$

Πρόσθετα $387 + 50d \leq 540 \Rightarrow d \leq \frac{540 - 387}{50} = \frac{153}{50}$

$$d \leq 3,05$$

Άσκηση 5

Μοτάνο (R, Q)

Μηνιαία ζήτηση

κανονική κατανομή

$$\mu \text{έση ζήση} = 100$$

$$\sigma \text{υν. απόκλ} = 20$$

$$\text{διασπορά} = 400$$

$$\alpha = 100$$

$$\text{Σταθ. κόστος } K = 80$$

$$\text{Κόστος απόκλ. } h = 16 / \text{μην. ηρ. μίνα}$$

$$\text{" ελλιψευ } p = 4 / \text{" " " "}$$

Θέλουμε επίπεδο εξυπηρέτησης = 80%

$$\text{Lead time} = 2 \text{ εβδομάδες (0,5 μίνας)}$$

$$Q = ? , R = ?$$

$$\text{Safety stock} = ?$$

(Ποιο μέρος του R είναι safety stock?)

$$\text{Μοτάνο χρόνος} = \underline{\underline{1 \text{ μίνας}}}$$

$$\alpha = 100$$

$$\text{Lead time} = 0,5 \text{ μίνας}$$

D = ζήτηση στη διάρκεια ενός lead time

(από κανονική κατανομή (μέση ζήση α' η διασπορά, ησ/ζοσκα με το χρόνο)

$$\Sigma \text{ éva pive firm} \rightarrow \begin{matrix} \mu \text{ém} \text{ zepí} = 100 \\ \delta \text{ιασπορά} = 400 \end{matrix}$$

$$\Sigma \text{ L} = 0,5 \text{ pives firm D} \rightarrow \begin{matrix} \mu \text{ém} \text{ zepí} = 50 \\ \delta \text{ιασπορά} = \frac{400}{2} = 200 \end{matrix}$$

$$E(D) = \underline{50} \quad (= \alpha \cdot L)$$

$$\sigma(D) = \sqrt{200} = 10 \times \sqrt{2} \approx 14$$

$$\underline{D \sim \mathcal{N}(50, 14^2)}$$

$$Q = \sqrt{\frac{2ka}{h}} \sqrt{\frac{p+h}{p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 80 \cdot 100}{16}} \sqrt{\frac{20}{4}} = \sqrt{5000} \approx \underline{\underline{71}}$$

$$R : \text{Service level} = 0,8 \Rightarrow P(D \leq R) = 0,80$$

$$D \sim \mathcal{N}(50, 14^2)$$

$$P(D \leq R) = P\left(\frac{D-50}{14} \leq \frac{R-50}{14}\right) =$$

$$= P\left(Z \leq \frac{R-50}{14}\right) = 0,8 \quad (Z \sim \mathcal{N}(0,1))$$

$$\text{O nó tirara } \mathcal{N}(0,1) \quad P(Z \leq x) = 0,8 \Rightarrow x \approx 0,845$$

$$\Rightarrow \frac{R-50}{14} = 0,845 \Rightarrow R = 50 + 14 \times 0,845 = 50 + 11,83 = 61,83$$

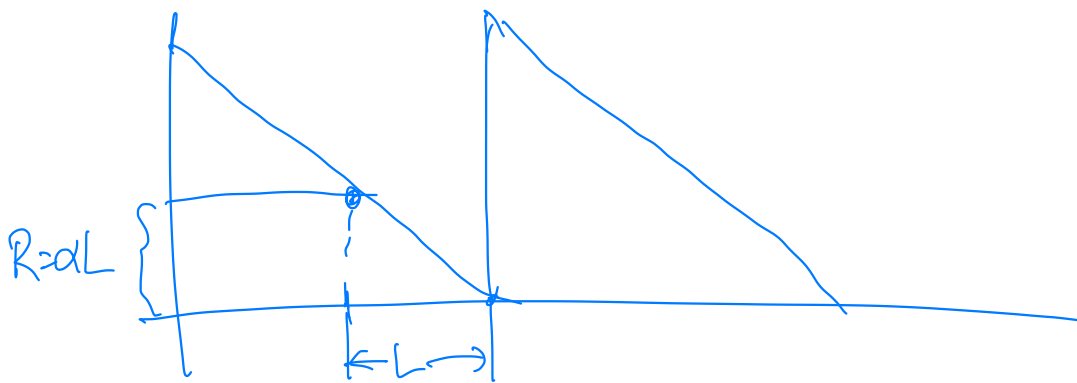
$$\text{Reorder point} = 61,83$$

$$\begin{matrix} \alpha L & \uparrow \\ & \text{safety stock} \end{matrix}$$

Ποσότητα (R, Q) : Όταν το επίπεδο αποθήκευσης
πέρασε σε 61,83 γίνεται παραρτή-
σια μεγέθους $Q = 71$

Safety stock : ζήτηση του R που οφείλεται
στην αβεβαιότητα της ζήτησης

Αν δεν υπήρχε αβεβαιότητα στη ζήτηση,
θα είχαμε ποσό EDQ , $\alpha = 100/\mu\text{έρας}$, $L = \frac{1}{2}$ μίνας.



Τότε το R θα ήταν $\alpha \cdot L = 100 \cdot \frac{1}{2} = 50$

Safety stock = $61,83 - 50 = 11,83$

Άσκηση 6

Μοντέλο (R, Q)

Ζήτηση μέση ημερήσια = 4000 Lt/μέρα = α

Lead time = 1 εβδομ. ($\frac{1}{4}$ μήνα)

$K = 500$, $h = 1/\mu\text{έρα}$, $p = 2/\mu\text{έρα}$

Θέλω service level = 80%.

Στη διαγραφή ενός lead-time η έξοδος $D \sim \text{Exp}$
 $E(D) = 1000$ Lt.

(b) $R = ?$, $Q = ?$

Εδώ δίνεται ως ενδεικτική η κατανομή του D

$$F(x) = P(D \leq x) = 1 - e^{-\lambda x},$$

$$D \sim \text{Exp}(\lambda), \quad E(D) = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = 1000 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{1000}$$

$$\boxed{F(x) = 1 - e^{-x/1000}}$$

$$Q = \sqrt{\frac{2K\alpha}{h}} \cdot \sqrt{\frac{p+h}{p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 500 \cdot 4000}{1}} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} = 2450$$

$$R: \quad F(R) = 0,8 \Rightarrow 1 - e^{-R/1000} = 0,8 \Rightarrow e^{-R/1000} = 0,2$$

$$\Rightarrow -\frac{R}{1000} = \ln(0,2) = -1,61 \Rightarrow R = 1000 \times 1,61 = 1610$$

Όταν το απόθεμα λέει ότι 1610 γίνεται παραγγελία
μεγεθους $Q = 2450$

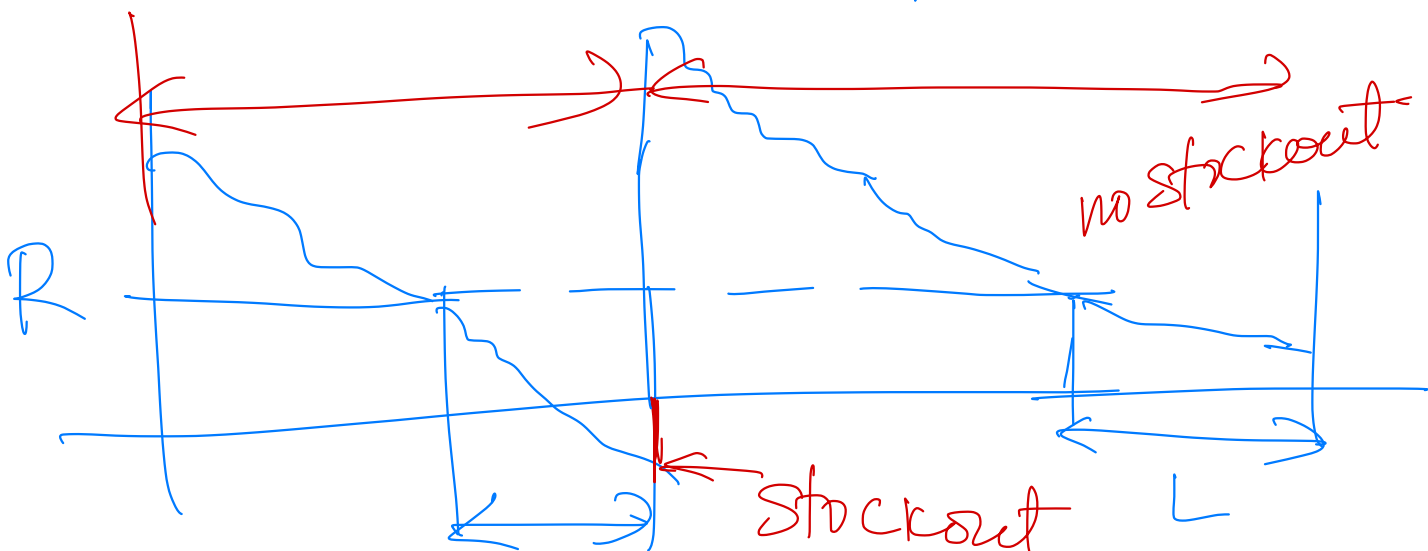
β) Μέσος αριθμός παραγγελιών / έτος

$$\text{Αρ. παραγγ/μην. χρόνος} = \frac{\alpha}{Q} = \frac{4000 \text{ lt/μηνα}}{2450}$$

$$= 1,63 \text{ παραγγ/μηνα}$$

Επόμενως ετήσια $12 \times 1,63 = 19,6 \text{ παραγγ/έτος}$

γ) Μέσος αριθμός stockouts / έτος
(πόσες φορές το χρόνο υπερβαίνει stockout)



$$\begin{aligned} \Sigma \text{ \u0395 \u039a\u0391\u0394\u0395 \u039a\u0391\u039a\u0391\u0394\u0395 \u039d\u0399\u0394 \u03c3\u03c4\u0391\u039a\u0391\u0394\u0395} &= \\ &= 1 - \text{service level} = 0,2 \end{aligned}$$

$$\% \text{ \u039a\u0391\u039a\u0391\u0394\u0395 \u039c\u0395 \u03c3\u03c4\u0391\u039a\u0391\u0394\u0395} \approx 0,2 \text{ \u03b1\u03bd\u03ac \u039d\u0391\u03a1\u0391\u03a6\u0395}$$

$$\u0393\u0399\u039d\u0391\u03a1\u0391 \quad 19,6 \text{ \u039d\u0391\u03a1\u0391\u03a6\u0395/\u0395\u03a1\u0391\u03a3}$$

$$\begin{aligned} \u039c\u0395\u0394\u0399\u0394\u0391 \text{ \u0391\u03a1. \u03c3\u03c4\u0391\u039a\u0391\u0394\u0395/\u0395\u03a1\u0391\u03a3} &\approx 19,6 \times 0,2 \\ &\approx 4 \text{ /\u0395\u03a1\u0391\u03a3.} \end{aligned}$$

Newsvendor Model

X = ζιτιμον μας απιόδοσ

$$F(x) = P(X \leq x)$$

Q = ηεραγγελια μας απιόδοσ

$X < Q$: overorder

C_o = overorder
cost/μωράδα

$X > Q$: underorder

C_u = underorder
cost/μωράδα

Βετιωμε ηελικη Q^* :

$$F(Q^*) = R, \quad R = \frac{C_u}{C_u + C_o}$$

Άσκηση 1 (Σεργά ασκήσεις προβλ. Εφαρμοσμένης)

Αγορά από προμηθευτή τιμή $w = 10 \text{ €/μον.}$

Πώληση γενική σε τιμή $r = 16 \text{ €/μον.}$

Ανέμφως ποσότητα επιστρέφεται σε τιμή $s = 4 \text{ €/μον.}$

Ζήτηση μιας μέρας $X \sim \mathcal{U}(0, 150)$

α) Ελαττώσις = χαφής πωλήσις, $Q^* = ?$

$$X \sim \mathcal{U}(a, b) \Rightarrow F(x) = \frac{x-a}{b-a}, \quad a \leq x \leq b.$$

$$C_o = \text{overorder cost} = w - s = 10 - 4 = 6.$$

$$C_u = \text{underorder cost} = r - w = 16 - 10 = 6.$$

$$R = \frac{C_u}{C_u + C_o} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$F(x) = \frac{x-0}{150-0} = \frac{x}{150}$$

$$\left. \begin{array}{l} R = \frac{C_u}{C_u + C_o} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \\ F(x) = \frac{x-0}{150-0} = \frac{x}{150} \end{array} \right\} \begin{array}{l} F(Q^*) = R \Rightarrow \\ \frac{Q^*}{150} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{Q^* = 75} \end{array}$$

β) Να επανελεγχθεί το (α) αν στην περίπτωση αυτή ο πελάτης αγοράζει το προϊόν από τον προμηθευτή σε τιμή 14 ευρώ/μονάδα. = w'

$$C_0 = w - s = 6$$

$$C_u = w' - w = 14 - 10 = 4 \quad (\text{μικρότερη από πριν})$$

$$= (16 - 10) - (16 - 14)$$

↓ ↓
κέρδος κέρδος
κανονικά με τα νέα τιμή

$$R = \frac{4}{6+4} = 0,4$$

$$F(Q^*) = \frac{Q^*}{150} = 0,4 \Rightarrow \boxed{Q^* = 60}$$

Άσκηση 2

Τιμή χοδρική = w
" ραπική = $r=10$

(Ανώτατη
πρω. αξία
επιχειρ. = χαρ.
πρωτοκ.)

Ζήτηση $X \sim U(0, 200)$

α) $Q^*(w) = ?$

$$\left. \begin{array}{l} C_0 = w \\ C_u = r - w \end{array} \right\} R = \frac{C_u}{C_u + C_0} = \frac{r - w}{r - w + r} = \frac{r - w}{r} = \frac{10 - w}{10}$$

$$F(Q^*) = \frac{Q^* - 0}{200 - 0} = \frac{Q^*}{200} = \frac{10 - w}{10} \Rightarrow$$

$$Q^* = \frac{200 \cdot (10 - w)}{10} = 20(10 - w) = 200 - 20w$$

$$\Rightarrow \boxed{Q^*(w) = 200 - 20w} \quad (\downarrow w)$$

β) Ο προμηθευτής έχει κόστος παραγωγής $c=5$ €/μονάδα.
Πόση πρέπει να είναι η τιμή χοδρική για να μεγιστοποιήσει το κέρδος του;

Ο προμηθευτής θέλει τιμή χοδρική = w
Με βάση αυτή ο καταναλωτής παραγγέλλει $Q^*(w)$ κάθε φορά.
Επομένως ο προμηθευτής έχει αυτονομία στο έσοδο

Τιμή $w \rightarrow$ Πρωτοκλήση $Q^*(w) = 200 - 20w$

συνάρτηση ζήτησης
→ προμηθευτής

Συνάρτηση κέρδους Προμηθεωτική:

Αν δώσει τιμή w (κόπε).

$$\text{Πωτήσεις} : Q^*(w) = (200 - 20w)$$

$$\text{Εσοδα} = w \cdot Q^*(w)$$

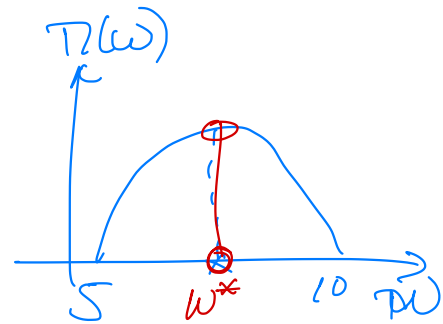
$$\text{Κόστος} = c \cdot Q^*(w)$$

$$\text{Κέρδος} = (w - c) Q^*(w)$$

$$\pi(w) = (w - 5)(200 - 20w)$$

$$w^* = \frac{15}{2} = 7,5$$

$$\pi'(w) = 0 \Rightarrow$$



Άσκηση 3 Βιομηχανία παράγει ρύπο (SO_2)

X = ποσότητα SO_2 που παράγεται σε ένα μίνα

$$X \sim U(3, 9) \text{ σε τόνους.}$$

Φίλτρα για εξουδεύρωση SO_2
εγκαθίστανται συν αρχή κάθε μίνα, διάρκεια
ζωής ενός μίνα.

Κόστος φίλτρου = 10000 ευρώ / τόνος SO_2 δυναμικό
τάτος

Αν παραχθεί μεγαλύτερη ποσότητα SO_2 από
τη δυναμ. των φίλτρων, η επιπλέον ποσότητα
ελευθεύεται ως ρύπος.

Επιβάλλεται φόρος = f / τόνος ~~ελευθερούμενου~~
 SO_2

Ευρωπαϊκή οδηγία συνιστά οι βιομηχανίες αντ' αυτού
του κόστους να εγκαθ. φίλτρα δυναμ. 7,5 τόνων / μίνα

Πόρος πρέπει να είναι οφόρος έτσι ώστε η βιο-
μηχανία να συμμορφωθεί με την οδηγία

Αναλογία προϊόντων \Leftrightarrow φίλτρο

φίλτρον προϊόντων = φίλτρον για

φίλτρο = ανάγκη για φίλτρο
= ποσότητα παραγ. δO_2

$$X \sim U(3, 9)$$

C_o = overorder = (αρχικό φίλτρο) = 10000

C_u = underorder = (έλλειψη φίλτρων) = $f - 10000$

από ποσότητα
10000
δεν το έχω
Αφαιρώνω = f (> 10000)

$$R = \frac{C_u}{C_o + C_u} = \frac{f - 10000}{f - 10000 + 10000} = \frac{f - 10000}{f}$$

$$F(Q^*) = \frac{Q^* - 3}{9 - 3} = \frac{Q^* - 3}{6} = \frac{f - 10000}{f}$$

Θέλουμε το f να είναι τέτοιο ώστε $Q^* = 7,5$

$$\Rightarrow \frac{f - 10000}{f} = \frac{7,5 - 3}{6} = \frac{4,5}{6} = \frac{3}{4} \Rightarrow$$

$$4f - 40000 = 3f \Rightarrow \boxed{f = 40000 / \text{τόνο}}$$