

ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗ Ι, ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2002

Θέμα 1. Έχουμε ν τριμελείς επιτροπές συλλόγων, αποτελούμενες από έναν πρόεδρο, ένα γραμματέα και έναν ταμία, η καθεμία. Από τις επιτροπές αυτές θα συσταθεί ένα κ -μελές διοικητικό συμβούλιο. Πόσα διαφορετικά συμβούλια υπάρχουν σε καθεμία από τις ακόλουθες περιπτώσεις;

(α) Αν πρέπει να περιέχονται ακριβώς r πρόεδροι σε καθένα από αυτά;

(β) Αν πρέπει να περιέχονται ακριβώς r πρόεδροι και s γραμματείς σε καθένα από αυτά;

(γ) Αν πρέπει να συμμετέχει το πολύ ένας εκπρόσωπος από κάθε επιτροπή σε καθένα από αυτά;

Θέμα 2. Υπολογίστε τα αθροίσματα:

(α)

$$\sum_{\kappa=0}^{\nu} \binom{\nu}{\kappa}^2,$$

(β)

$$\sum_{\kappa=0}^{\nu} \kappa \binom{\nu}{\kappa}^2.$$

Θέμα 3. (α) Δείξτε ότι

$$\sum_{\kappa=0}^{\nu} (-1)^{\kappa} (\kappa + 1) = (-1)^{\nu} \left(\left[\frac{\nu}{2} \right] + 1 \right), \quad \nu = 0, 1, \dots,$$

όπου $[x]$ παριστάνει το ακέραιο μέρος του πραγματικού αριθμού x .

(β) Να βρεθεί το πλήθος των μη αρνητικών ακεραίων λύσεων της εξίσωσης

$$x_1 + 2x_2 = 2002.$$

Θέμα 4. Δέκα διακεκριμένοι ορειβάτες πρόκειται να χωριστούν σε 3 ομάδες των 4, 3 και 3 ατόμων, για να ανεβούν στα βουνά Όλυμπος, Ταΰγετος και Παρνασσός αντίστοιχα. Με πόσους τρόπους μπορεί να γίνει αυτός ο χωρισμός;

ΝΑ ΓΡΑΦΟΥΝ 3 ΑΠΟ ΤΑ 4 ΘΕΜΑΤΑ ΣΕ 2½ ΩΡΕΣ. ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!