

Εξέταση στη Συνδυαστική I, Φεβρουάριος 2009
 Ομάδα Θεμάτων Α - Απαντήσεις

Θέμα 1^ο:

(α) $\binom{2004}{18}$

(β) $1005! \binom{1006}{1004} 1004! = \frac{1005! 1006!}{2}$

(γ) $\binom{1004}{30} \binom{1005}{40}$

(δ) $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 2006! = \binom{8}{3} 3! 2006!$

(ε) $2008! - 3 \cdot 2008! + 3 \cdot 2004! - 2006!$

Θέμα 2^ο:

(α) $\begin{bmatrix} 10 \\ 191 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 \\ 190 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 \\ 181 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 \\ 180 \end{bmatrix}$

(β) $\begin{bmatrix} 20 \\ 2009 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 20 \\ 1908 \end{bmatrix}$

Θέμα 3^ο:

(α) $(v+1) 2^{v-2}$

(β) $\begin{bmatrix} 12 \\ v \end{bmatrix} = \binom{11+v}{v}$

Θέμα 4^ο:

(α) $A(t) = (1+t^2+t^4+\dots)^v (t^2+t^4)^v = \left(\frac{t^2(1+t^2)}{(1-t^2)(1+t^2)} \right)^v = t^{2v} (1-t^2)^{-v}$

(β) $A(t) = t^{2v} \sum_{j=0}^{\infty} \begin{bmatrix} v \\ j \end{bmatrix} t^{2j} = \sum_{j=0}^{\infty} \begin{bmatrix} v \\ j \end{bmatrix} t^{2v+2j}$

$k = 2v+4 = 2v+2j \Rightarrow j=2 \Rightarrow a_k = \begin{bmatrix} v \\ 2 \end{bmatrix} = \frac{v(v+1)}{2}$

$k = 2v+5 = 2v+2j \Rightarrow j = \frac{5}{2} \Rightarrow \nexists$ ο όρος t^{2v+5} στο ανάπτυ.

$\Rightarrow a_k = 0.$