

Εξέταση στη Συνδυαστική I, Φεβρουάριος 2009
 Ομάδα Θεμάτων Β - Απαντήσεις

Θέμα 1^ο:

(α) $20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 2006! = \binom{20}{3} 3! \cdot 2006!$

(β) $\binom{1005}{60} \binom{1004}{40}$

(γ) $1005! \binom{1006}{1004} 1004! = \frac{1005! \cdot 1006!}{2}$

(δ) $\binom{2006}{37}$

(ε) $2009! - 3 \cdot 2008! + 3 \cdot 2007! - 2006!$

Θέμα 2^ο:

(α) $\begin{bmatrix} 50 \\ 2009 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 50 \\ 1808 \end{bmatrix}$

(β) $\begin{bmatrix} 12 \\ 178 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 \\ 177 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 \\ 168 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 \\ 167 \end{bmatrix}$

Θέμα 3^ο:

(α) $\begin{bmatrix} 11 \\ y \end{bmatrix} = \binom{10+y}{y}$

(β) $(y+1)2^{y-2}$

Θέμα 4^ο:

(α) $A(t) = (t^3 + t^6)^y (1 + t^3 + t^6 + \dots)^y = \left(\frac{t^3(1+t^3)}{1-t^6} \right)^y = \left(\frac{t^3(1+t^3)}{(1-t^3)(1+t^3)} \right)^y = t^{3y} (1-t^3)^{-y}$

(β) $A(t) = t^{3y} \sum_{j=0}^{\infty} \begin{bmatrix} y \\ j \end{bmatrix} t^{3j} = \sum_{j=0}^{\infty} \begin{bmatrix} y \\ j \end{bmatrix} t^{3y+3j}$

$k = 3y + 21 = 3y + 3j \Rightarrow j = 7 \Rightarrow a_k = \begin{bmatrix} y \\ 7 \end{bmatrix}$

$k = 3y + 22 = 3y + 3j \Rightarrow j = \frac{22}{3} \Rightarrow \nexists$ ο όρος t^{3y+22} στο ανάπτυγμα
 $\Rightarrow a_k = 0$.