



Θέματα Έξετάσεων για τὸ προπτυχιακὸ μάθημα:
«Αναδρομικές Συναρτήσεις»
τοῦ Τμήματος Μαθηματικῶν

Τετάρτη 27 Φεβρουαρίου 2010, 18:00 – 20:30

- 1.(2 μονάδες) Δείξτε ὅτι ὑπάρχει Μηχανὴ Turing ἡ ὁποία νὰ ἀποδέχεται μόνο συμβολοσειρές τῶν ὁποίων τὸ μήκος νὰ εἶναι ἀκέραιο πολλαπλάσιο τοῦ μήκους τῆς κωδικοποίησης τῆς.
- 2.(2 μονάδες) Ἐστω $C \subseteq 2^{\Sigma^*}$ καὶ ἔστω $L \in 2^{\Sigma^*}$. Λέμε ὅτι ἡ L εἶναι C -πλήρης ἂν $L \in C$ καὶ $\forall L' \in C$ ἰσχύει ὅτι $L' \leq_m L$.
Δείξτε ὅτι δὲν ὑπάρχει γλῶσσα ποῦ νὰ εἶναι συγχρόνως Σ_1^0 -πλήρης καὶ Π_1^0 -πλήρης.
- 3.(2 μονάδες) Δείξτε ὅτι

$$\text{TOYΛΑΧΙΣΤΟΝ}_{2010} = \{\langle M \rangle \mid |L(M)| \geq 2010\} \in \Sigma_1^0 - \Delta_1^0$$

(μπορεῖτε νὰ χρησιμοποιήσετε τὸ Θεώρημα τοῦ Rice).

- 4.(2 μονάδες) Δείξτε ὅτι

$$\text{ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΕΣ} = \{\langle M_1, M_2 \rangle \mid L(M_1) \neq L(M_2)\} \in \Sigma_2^0 - (\Sigma_1^0 \cup \Pi_1^0).$$

- 5.(2 μονάδες) Ἀποδείξτε ὅτι

$$\text{ΠΛΗΡΗΣ} = \{\langle M \rangle \mid \text{ἡ } \phi_M \text{ εἶναι πλήρης συνάρτηση}\} \in \Pi_2^0 - \Delta_1^0$$

χρησιμοποιῶντας τὸ Θεώρημα τῆς Ἀναδρομῆς καὶ ὄχι ἐπικαλούμενοι τὸ Θεώρημα τοῦ Rice.

- 6.(2 μονάδες) Ἀποδείξτε ὅτι τὸ παρακάτω πρόβλημα δὲν εἶναι διαγνώσιμο:

ΥΠΟΣΥΝΟΛΟ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ

Εἴσοδος: Μηχανὲς Turing M_1 καὶ M_2 μὲ τὸ ἴδιο σύνολο καταστάσεων καὶ $x \in \Sigma^*$.

Ἐρώτηση: Εἶναι τὸ σύνολο τῶν καταστάσεων ἀπὸ τις ὁποῖες περνάει ἡ M_1 μὲ εἴσοδο x ὑποσύνολο τοῦ συνόλου τῶν καταστάσεων ἀπὸ τις ὁποῖες περνάει ἡ M_2 μὲ εἴσοδο x ;

Λύστε ὅσες θέλετε ἀπὸ τις παραπάνω ἀσκήσεις. Ἄν συνολικὰ ἀπαντήσετε γιὰ x μονάδες, ὁ τελικὸς βαθμὸς τῆς εξέτασης θὰ εἶναι:

$$\tau = \min\{x, 10\}$$

Καλὴ ἐπιτυχία,

Δημήτριος Μ. Θηλυκός.