- Τα προβλήματα που αντιμετωπίζουμε στη Στατιστική αφορούν στην εξαγωγή συμπερασμάτων για ένα πληθυσμό από ένα τυχαίο δείγμα
- Ο πληθυσμός αποτελείται από το σύνολο τιμών μιας τ.μ. X η οποία εκφράζει ποσοτικά το υπό μελέτη χαρ/κό.

<u>ΤΥΧΑΙΟ ΔΕΙΓΜΑ</u>: Λέμε ότι οι τ.μ. $X_1, X_2, \dots, X_n$ αποτελούν τ.δ. αν είναι <u>ανεξάρτητες</u> και <u>ισόνομες</u>!

<u>ΑΝΕΞΑΡΤΗΣΙΑ</u>:

$$P(X_1=x_1, X_2=x_2, \dots, X_n=x_n) = P(X_1=x_1) \dots P(X_n=x_n)$$

<u>ΙΣΟΝΟΜΙΑ</u>: (ή ταυτοτικά κατανεμημένες) όταν ακολουθούν την ίδια κατανομή.

<u>Πχ</u>) Έστω X ο αριθμός πελατών ανά ώρα σε ένα SuperMarket. Μας ενδιαφέρει να εκτιμήσουμε τον αναμενόμενο αριθμό πελατών ανά ώρα!

α) <u>Ποσοτικοποίηση</u>: Έστω $X \sim Poisson(\lambda)$

$$P(X=x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}, \quad x=0,1,2,\dots, \quad \underline{\lambda>0}$$

β) Έστω $X_1, X_2, \ldots, X_{10}$ ένα τ.δ. που αντιστοιχεί σε 10 εργ. ώρες για το S.M. και $x_1, x_2, \ldots, x_{10}$ οι παρατηρούμενοι αριθμοί πελατών στο διάστημα των 10 ωρών.

γ) Εκτίμηση του λ: $\hat{\lambda} = \dfrac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{10}$.

ΓΝΩΣΤΑ ΜΟΝΤΕΛΑ / ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ

Διακριτές κατανομές:

$\longrightarrow$ Bernoulli(p): $P(X=x) = p^x \cdot (1-p)^{1-x}$, $x=0,1$

$E(x) = p$, $V(x) = p \cdot (1-p)$

$\longrightarrow$ Binomial(n,p): $P(X=x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$, $x=0,1,\ldots,n$

$E(x) = np$, $V(x) = np(1-p)$

$\longrightarrow$ Discrete Uniform: $P(X=x|N) = \frac{1}{N}$, $x=1,\ldots,N$

$E(x) = \frac{N+1}{2}$, $V(x) = \frac{(N+1)(N-1)}{12}$

$\longrightarrow$ Geometric(p): $P(X=x) = p\,(1-p)^{x-1}$, $x=1,2,\ldots$

$E(x) = \frac{1}{p}$, $V(x) = \frac{1-p}{p^2}$

$\longrightarrow$ Poisson(λ): $P(X=x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$, $x=0,1,2,\ldots$

$\lambda > 0$

$E(x) = \lambda$, $V(x) = \lambda$.

P3
Τετάρτη, 29 Σεπτεμβρίου 2021 2:07 μμ

Συνεχείς κατανομές.

→ Exponential (β): $f(x) = \frac{1}{\beta} e^{-x/\beta}$

$E(X) = \beta$, $V(X) = \beta^2$

→ Gamma(α, β): $f(x) = \frac{1}{\Gamma(a)\beta^a} \cdot x^{a-1} e^{-x/\beta}$, $x > 0$, $a, \beta > 0$

$\Gamma(a) = \int_0^\infty t^{a-1} \cdot e^{-t} dt$

$E(X) = a\beta$, $V(X) = a\beta^2$

⊛ Αν $a=1$ τότε εκθετική

→ Normal (μ, σ^2): $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} \cdot (x-\mu)^2\right\}$

$E(X) = \mu$ $\quad -\infty < X < \infty$

$V(X) = \sigma^2$ $\quad -\infty < \mu < \infty$

$\sigma^2 > 0$

→ Uniform (α, β): $f(x) = \frac{1}{\beta - a}$, $a \leq x \leq \beta$

$E(X) = \frac{a+\beta}{2}$

$$V(X) = \frac{(\beta - \alpha)^2}{12}$$

P4

Τετάρτη, 29 Σεπτεμβρίου 2021 2:18 μμ

Εμπειρική κατανομή: $P(X=x_i)=\frac{1}{\nu}$, $i=1,\dots,\nu$

πχ. Δείγμα: 3 2 3 2 3 4

$$\frac{1}{6} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{6}$$

$\Downarrow$

0	1	2	3	4	5
0	0	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{1}{6}$	0

Διακριτή Ομοιόμορφη

0	1	2	3	4	5
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Πληθυσμός (τ.μ. X)

Μέσος: $\mu = E(X)$

Διασπορά: $\sigma^2 = V(X)$

$= E\left[(X-\mu)^2\right]$

Δείγμα

Δειγμ. μέσος: $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{\nu} x_i}{\nu}$

Δειγμ. Διασπορά: $\frac{\sum_{i=1}^{\nu}(x_i-\bar{x})^2}{\nu}$

Στην πράξη χρησιμοποιούμε: $s^2 = \frac{1}{\nu-1}\sum_{i=1}^{\nu}(x_i-\bar{x})^2$