ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: Νεκταρία-Ευγενία Φασούλα, Μαρία Χατέλου

Α.Μ.: 1112202000237, 1112202000242

ΜΑΘΗΜΑ: 3η παρακολούθηση

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 28-3-2024

**3η ΟΜΑΔΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ - ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΡΙΣΙΜΟΥ ΣΥΜΒΑΝΤΟΣ**

Να επιλέξετε ένα κρίσιμο συμβάν από μια διδασκαλία που παρακολουθήσατε στο σχολείο **εστιάζοντας στις ερωτήσεις εκπαιδευτικού/μαθητών**.

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις :

1. Να περιγράψετε αρχικά το πλαίσιο του συμβάντος (μαθηματικό περιεχόμενο, πότε το συμβάν λαμβάνει χώρα, π.χ. σε ποια στιγμή του μαθήματος, τι έχει προηγηθεί). Στη συνέχεια, να περιγράψετε το επεισόδιο/κρίσιμο συμβάν που επιλέξατε παραθέτοντας μαζί και το σχετικό απόσπασμα διαλόγου μεταξύ εκπαιδευτικού και μαθητών ή μεταξύ μαθητών και σχετίζεται με το παραπάνω θέμα. *Να προσπαθήσετε να γράψετε τον διάλογο ώστε να δημιουργηθεί στον αναγνώστη η αίσθηση ότι βρισκόταν στην τάξη.*

Την Πέμπτη 28/03/24, επισκεφτήκαμε για τρίτη φορά το 3ο Γυμνάσιο Ζωγράφου. Την 2η διδακτική ώρα, πήγαμε στο τμήμα Γ2 με υπεύθυνο καθηγητή τον κύριο Πήλιουρα. Βρισκόντουσαν στην ενότητα Β.2.1. Τριγωνομετρικοί αριθμοί γωνίας ω με 0ο <= ω <= 180ο

**1ο κρίσιμο συμβάν:**

Κάνανε την θεωρία στο προηγούμενο μάθημα και τώρα έλυσαν τις ερωτήσεις κατανόησης του σχολικού βιβλίου σελίδα 235. Αρχικά , ο καθηγητής ζητάει από τους μαθητές να του πουν τους ορισμούς των ημιτόνου, συνημίτονου και εφαπτομένης γωνίας ω με 0ο <= ω <= 180ο και θυμίζει την 1η άσκηση κατανόησης. Στη συνέχεια, πάνε στην ερώτηση κατανόησης 2 του σχολικού βιβλίου.

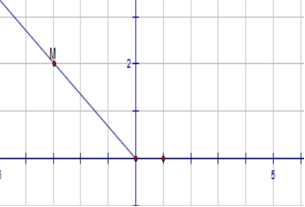
Αν η γωνία ω = xÔM είναι αμβλεία, τότε να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά με το σύμβολο > ή <.

ημω .... 0

συν .... 0

εφω .... 0

**Κ:** Γωνία ω αμβλεία, τι σημαίνει αυτό;  
**Μ:**μεγαλύτερη των 90ο.  
**Κ:**μεγαλύτερη των 90ο. Εσείς θυμηθήκατε πριν ότι το ημίτονο είναι το πηλίκο ψ/ρ. Το συνημίτονο χ/ρ. Η εφαπτομένη ψ/χ. Για να βρω το πρόσημο , πρέπει να ξέρω τι πρόσημο έχει το χ , τι πρόσημο έχει το ψ και τι πρόσημο έχει το ρ. ‘Έστω το σημείο Μ. Το ψ είναι εδώ. Τι πρόσημο έχει θετικό ή αρνητικό;



**Μ:** Θετικό.

**Κ:** Θετικό. Το χ είναι εδώ. Τι πρόσημο έχει, θετικό ή αρνητικό;  
**Μ:**Αρνητικό.  
**Κ:**Αρνητικό. Το ρ τι είναι πάντα αφού είναι απόσταση;  
**Μ:**Θετικό.  
**Κ:** Θετικό. Άρα τι θυμόμαστε από τα παιδικά μας χρόνια στο γυμνάσιο; Ότι συν διά συν, τι πρόσημο είναι;  
**Μ:**συν.

**Κ:**συν. Θετικό λοιπόν. Το συνημίτονο. Τι πρόσημο είπαμε έχει το χ;

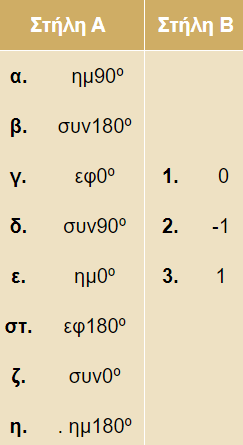
**Μ:**Μείον.  
**Κ:** Μείον το χ. προς συν;  
**Μ:**μείον.

**Κ:** μείον. Και η εφαπτομένη; Πρόσημο; Το ψ είπαμε ότι είναι;  
**Μ:** Θετικό.  
**Κ:**Θετικό. Το χ;  
**Μ:** Αρνητικό.  
**Κ:** Αρνητικό. Συν διά πλην;  
**Μ:**πλην.  
**Κ:**Πλην, άρα αρνητικό. Ωραία; Ευκολάκι αυτό. Και τώρα θα βγάλουμε το πινακάκι που κάναμε την προηγούμενη φορά να το έχουμε μπροστά μας για να δούμε την ερώτηση κατανόησης 3. Πρέπει να θυμηθούμε το πινακάκι μας μέχρι να το μάθουμε απέξω. Το ημ90 πόσο είναι; Τι λέει το σκονάκι μας;

(είχαν κάνει πινακάκι με τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών 0,30,45,60,90,180 μοιρών)

Οι μαθητές απαντούν κάθε φορά σύμφωνα με το δοθέν πινακάκι.

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε τριγωνομετρικό αριθμό της στήλης Α τον ίσο του αριθμού από την στήλη Β.



**2ο κρίσιμο συμβάν:**

Την 5η διδακτική ώρα, πήγαμε στο τμήμα Α3 με υπεύθυνη καθηγήτρια την κυρία Πιτσινού. Βρισκόντουσαν στην ενότητα Α7.1 Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί (Ρητοί αριθμοί)- Η ευθεία των ρητών- Τετμημένη σημείου. Το μάθημα ήταν επαναληπτικό καθώς στο επόμενο θα επακολουθούσε διαγώνισμα στην προαναφερόμενη ύλη. Λύσανε από το φύλλο εργασίας που τους είχε μοιράσει η καθηγήτρια στο προηγούμενο μάθημα την άσκηση 5. Σηκώνεται ένας μαθητής να λύσει την άσκηση.

**Άσκηση 5/ Φύλλο εργασίας**

**β) –(+4)+(-2)+(-7)-(-5)**

**Κ:** Για πάμε να θυμηθούμε τον κανόνα. Είχαμε πει ότι όταν οι παρενθέσεις έχουν μπροστά τους - για να τους ‘’διώξουμε’’… αλλάζουμε τίποτα;

**Μ:** Κυρία να σηκωθώ στον πίνακα να την λύσω;

**Μ:** Κυρία εγώ δεν την έλυσα.

**Κ:**Όλοι θα σηκωθείτε να λύσετε μια άσκηση. Όλοι πρέπει να είμαστε έτοιμοι για το διαγώνισμα. Να είμαστε συγκεντρωμένοι.

(Ένας μαθητής σηκώνεται στον πίνακα να λύσει το ερώτημα β)

**Κ:** Ωραία θα το κάνεις + οπότε τι πρέπει να κάνεις για να το αλλάξεις σε +;

(Ο μαθητής απαντάει από αρνητικός αριθμός θα γίνει θετικός αλλά δεν ακούγεται στην τάξη).

**Κ:** Μπράβο αυτό είναι.

**Μ:** Τι είπατε;

**Κ:** Είχαμε πει ότι όταν έχουμε – για να απαλλαγούμε από το – το κάνουμε + αλλά αλλάζουμε τον αριθμό που ακολουθεί στην παρένθεση.

(ο μαθητής γράφει στον πίνακα +(-4)+(-2) και πάνω από την πράξη γράφει -6)

**Κ:** Μαρίνο γράψε πρώτα όλα και μετά θα δεις πόσο κάνουν οι πράξεις.

( Ο μαθητής γράφει +(-4)+(-2)+(-7)+(+5))

**Κ:**Λοιπόν μια καλή τακτική είναι όλοι όσοι είναι – να τους κάνουμε πράξεις μεταξύ τους, δηλαδή αφού είναι τα τρία πρώτα - θα τους προσθέσουμε ή θα τους αφαιρέσουμε;

**Μ:** Πρόσθεση.

**Κ:** Πόσο κάνουν;

**Μ:** 13.

**Κ:** + ή -; Τι αριθμός είναι το 13, θετικός ή αρνητικός;

**Μ:** ( Ο μαθητής γράφει -13+5=-8)

**Μ1:** Γιατί -;

**Κ:**Ο Μαρίνος έκανε γρήγορα τα βήματα. Έγραψε τα αποτελέσματα χωρίς παρενθέσεις. Θυμάστε που το λέγαμε στο προηγούμενο μάθημα;

Από την στιγμή που έχουμε πρόσθεση τους αριθμούς μπορούμε να τους γράψουμε και χωρίς τις παρενθέσεις. Για να το ξανά δούμε γιατί μπορεί να υπάρχουν κάποιοι που να μην το κατάλαβαν.

Να δούμε το πρώτο βήμα. Όπου υπήρχε μπροστά από τις παρενθέσεις - το έκανε + αλλά για να κάνει αυτή την δουλειά έπρεπε να αλλάξει και το πρόσημο του αριθμού που είναι μέσα στην παρένθεση, το + στην παρένθεση γίνεται – δηλαδή;

**Μ:** +(-4).

**Κ:** Μετά είναι + και + δεν τα αλλάζει δηλαδή +(-2)+(-7). Οπότε συνεχίζουμε στην τελευταία παρένθεση -(-5) όπου το – γίνεται + αυτομάτως αλλάζει και το πρόσημο στον αριθμό που βρίσκεται μέσα στην παρένθεση σε +. Όλοι αυτοί οι αριθμοί που είναι – στην πρόσθεση πρέπει να τους προσθέσουμε άρα -13. Θα μπορούσε να το γράψει (-13) μέσα στην παρένθεση και πόσο κάνει –(-5); +5. Όταν έχουμε πρόσθεση μπορώ να μην γράφω τις παρενθέσεις αλλά να γράφω σκέτους τους αριθμούς όπως έκανε ο Μαρίνος. Άρα λοιπόν ο Μαρίνος έκανε ότι αυτά κάνουν -13 αλλά αποφάσισε κατευθείαν να μην γράψει τις παρενθέσεις γιατί έτσι και αλλιώς έχω πρόσθεση.

( Ένας μαθητής σηκώνεται στον πίνακα να λύσει το επόμενο ερώτημα γ)

**γ) (-11)-(+18)**

**Μ:** όπως και πριν το λύνουμε;

**Κ:** Ξανά θυμίζω, μετατρέπω το – σε πρόσθεση.

( Ο μαθητής γράφει (-11)+(-18))

**Μ:** Άρα τους προσθέτω. Και βγαίνει 29.

**Κ:** Τι πρόσημο έχει; + ή -;

**Μ1:** Κυρία 7 βρήκα.

**Κ:** Μήπως κάνει -7;

**Μ2:** Όχι.

**Μ3:** Ναι.

**Κ:** Είναι ομόσημοι ή ετερόσημοι οι αριθμοί -11 και -18;

**Μ:** Ομόσημοι είναι.

**Κ:** Και τι κάνω;

**Μ:** Τους προσθέτω.

**Κ:** Άρα;

**Μ:** -29.

1. Να εξηγήσετε γιατί θεωρείτε το συμβάν κρίσιμο.

**1ο κρίσιμο συμβάν:** Ο καθηγητής δίνει έτοιμη την λύση και ζητάει από τους μαθητές να την μάθουν απέξω , κάτι που δεν χρειάζεται, αρκεί να ξέρουν πώς να βρίσκουν τα χ, ψ, ρ κάθε φορά και όχι μόνο για τις συγκεκριμένες γωνίες. Οι ίδιοι οι μαθητές είπαν ότι είναι δύσκολο να θυμούνται όλα αυτά τα νούμερα και ζήτησαν από τον καθηγητή να τους δίνει το πινακάκι στο διαγώνισμα που θα γράψουν. Ακολουθώντας λοιπόν αυτή τη μέθοδο, δηλαδή το να αποστηθίζουν φωτογραφικά μια αλληλουχία αριθμών σε έναν πίνακα, οι μαθητές προχωράνε σε μία στείρα αναπαραγωγή γνώσεων χωρίς ωστόσο να αφομοιώνουν τα όσα «μαθαίνουν» και στην ουσία αυτό έχει ως σοβαρό αντίκτυπο το να μην εξασκείται η κριτική τους σκέψη.

**2ο κρίσιμο συμβάν:** Μία βασική δυσκολία είναι η ελλιπής κατανόηση των πράξεων πρόσθεσης και αφαίρεσης αρνητικών αριθμών. Η καθηγήτρια θεώρησε σημαντικό να αναλύσει τα βήματα του μαθητή που έλυσε το ερώτημα β ώστε να βοηθήσει ορισμένους μαθητές που δεν έλυσαν το ερώτημα ή δεν μπόρεσαν. Τόνισε ότι όταν το πρόσημο μπροστά από την παρένθεση είναι αρνητικό, το αλλάζουμε σε + ώστε να έχουμε την πράξη της πρόσθεσης και αλλάζουμε το πρόσημο του αριθμού που βρίσκεται μέσα στην παρένθεση. Οι πράξεις της πρόσθεσης και της αφαίρεσης φαίνεται να εμποδίζουν τους μαθητές να επιλύσουν σωστά σχετικά προβλήματα.

Οι μαθητές έχουν καλύτερη επίδοση σε προβλήματα πρόσθεσης θετικών αριθμών και αρκετή δυσκολία σε προβλήματα πρόσθεσης αρνητικών αριθμών. Στο τελευταίο ερώτημα υπήρχε μια λανθασμένη απάντηση από έναν μαθητή ο οποίος βρήκε 7 αντί για -29. Ορισμένοι μαθητές προβληματίστηκαν από την

παραπομπή της καθηγήτριας που έκανε την ερώτηση ‘’Μήπως κάνει -7;’’ Επομένως, κρίθηκε αναγκαία ο σχολιασμός πάνω στην ερώτηση αυτή, καθώς από μαθηματική πλευρά, διακρίνεται από την καθηγήτρια μία εύλογη ερώτηση, αν είναι ομόσημοι ή ετερόσημοι οι αριθμοί -11 και -18, η οποία μέσω του διαλόγου αποκάλυψε μία απλή και σύντομη συλλογική πορεία, η οποία παραπέμπει στην καθοδήγηση της σωστής απάντησης του ερωτήματος.

1. Πώς ερμηνεύετε το παραπάνω κρίσιμο συμβάν σε σχέση με το είδος των ερωτήσεων που θέτουν εκπαιδευτικός ή/και μαθητές; Να τεκμηριώσετε τις απόψεις σας.

**1ο κρίσιμο συμβάν:**

*Ερωτήσεις που αναφέρονται στη σημασία μιας έννοιας*

* Γωνία ω αμβλεία, τι σημαίνει αυτό;

*Ερωτήσεις σύνδεσης αναπαραστάσεων*

* Εσείς θυμηθήκατε πριν ότι το ημίτονο είναι το πηλίκο ψ/ρ. Το συνημίτονο χ/ρ. Η εφαπτομένη ψ/χ. Για να βρω το πρόσημο , πρέπει να ξέρω τι πρόσημο έχει το χ , τι πρόσημο έχει το ψ και τι πρόσημο έχει το ρ. Έστω το σημείο Μ. Το ψ είναι εδώ. Τι πρόσημο έχει θετικό ή αρνητικό;

*Ερωτήσεις θετικής ή αρνητικής επιβεβαίωσης*

* Τι πρόσημο έχει, θετικό ή αρνητικό **;**

*Ερωτήσεις που αναφέρονται στις ιδιότητες μιας έννοιας*

* Το ρ τι είναι πάντα αφού είναι απόσταση;

*Ερωτήσεις ανάκλησης*

* Άρα τι θυμόμαστε από τα παιδικά μας χρόνια στο γυμνάσιο; Ότι συν διά συν, τι πρόσημο είναι;
* Τι πρόσημο είπαμε έχει το χ;
* Πρέπει να θυμηθούμε το πινακάκι μας μέχρι να το μάθουμε απέξω. Το ημ90 πόσο είναι; Τι λέει το σκονάκι μας;

*Ερωτήσεις συμπλήρωσης*

* Το ψ είπαμε ότι είναι;

Ο εκπαιδευτικός κάθε φορά θέτει ερωτήσεις και επαναλαμβάνει συνεχώς τις απαντήσεις των μαθητών. Αυτή η μορφή διαλόγου, τριαδικού διαλόγου, θεωρείται μη παραγωγική, πόσο μάλλον όταν δίνεται ήδη έτοιμη και η απάντηση από τον εκπαιδευτικό. Δεν γίνεται καμία διαδικασία διερεύνησης από τους μαθητές, καμία ανάπτυξη επιχειρημάτων, στην ουσία ο εκπαιδευτικός θεωρεί ότι αφού τις συγκεκριμένες γωνίες θα τις δουν οι μαθητές πολλές φορές στις επόμενες τάξεις λυκείου, είναι σημαντικό να τις μάθουν απέξω χωρίς να μπουν στη διαδικασία να σκεφτούν γιατί είναι έτσι τα νούμερά των τριγωνομετρικών τους αριθμών. Γενικότερα επικρατούν **Ερωτήσεις υψηλής καθοδήγησης.**

**2ο κρίσιμο συμβάν:**

*Ερωτήσεις που αναφέρονται στη σημασία μιας έννοιας*

* Τι αριθμός είναι το 13, αρνητικός ή θετικός;
* Είναι ομόσημοι ή ετερόσημοι οι αριθμοί -11 και -18;

*Ερωτήσεις σύνδεσης αναπαραστάσεων*

* Είχαμε πει ότι όταν οι παρενθέσεις έχουν μπροστά τους - για να τους ‘’διώξουμε’’… αλλάζουμε τίποτα;
* Είχαμε πει ότι όταν έχουμε – για να απαλλαγούμε από το – το κάνουμε + αλλά αλλάζουμε τον αριθμό που ακολουθεί στην παρένθεση.

*Ερωτήσεις θετικής ή αρνητικής επιβεβαίωσης*

* + ή -; Τι αριθμός είναι το 13, θετικός ή αρνητικός;
* Όπου υπήρχε μπροστά από τις παρενθέσεις - το έκανε + αλλά για να κάνει αυτή την δουλειά έπρεπε να αλλάξει και το πρόσημο του αριθμού που είναι μέσα στην παρένθεση, το + στην παρένθεση γίνεται – δηλαδή;

*Ερωτήσεις που αναφέρονται στις ιδιότητες μιας έννοιας*

* Όλοι αυτοί οι αριθμοί που είναι – στην πρόσθεση πρέπει να τους προσθέσουμε.

*Ερωτήσεις ανάκλησης*

* Έγραψε τα αποτελέσματα χωρίς παρενθέσεις. Θυμάστε που το λέγαμε στο προηγούμενο μάθημα;
* Ξανά θυμίζω, μετατρέπω το – σε πρόσθεση.

*Ερωτήσεις συμπλήρωσης*

* Θα μπορούσε να το γράψει (-13) μέσα στην παρένθεση και πόσο κάνει –(-5); +5.

1. Να αναπτύξετε έναν **υποθετικό διάλογο** ανάμεσα σε εσάς (*έχοντας τον ρόλο του εκπαιδευτικού)* και τους μαθητές με τον οποίο να αναδείξετε τι θα κάνατε διαφορετικό σχετικά με το κρίσιμο περιστατικό που επιλέξετε. Τι θα θέλατε να δείτε να συμβαίνει; *Να δώσετε έμφαση στα ποιοτικά χαρακτηριστικά των ερωτήσεων εκπαιδευτικού/μαθητών.*

Να εξηγήσετε στη συνέχεια με ποιο σκεπτικό διαμορφώσατε τον διάλογο.

**1ο κρίσιμο συμβάν**

Έστω ότι κάνουν την 3η ερώτηση κατανόησης του σχολικού βιβλίου.

**Κ:** Τι λέτε να κάνουμε εδώ; Πώς μπορούμε να ξεκινήσουμε;  
**Μ1:** Αρχικά να φτιάξουμε ένα σύστημα συντεταγμένων.  
**Κ:** Γιατί να το κάνουμε αυτό;  
**Μ1:** Πρέπει να έχουμε ως εικόνα στο σύστημά μας πού βρίσκονται οι γωνίες και να πάρουμε κατάλληλα σημεία.  
**Κ:** Πολύ σωστά. Θα έρθεις Μ2 να σχεδιάσεις στον πίνακα το σύστημα και να βάλεις και σημεία;

(Ο Μ2 φέρνει τους άξονες χ’χ και ψ’ψ και σχεδιάζει ένα σημείο Α στο πρώτο τεταρτημόριο)  
**Κ:** Μπορείς να μου πεις τι σκέφτηκες και σχεδίασες αυτό το σημείο;  
**Μ2:** Θα φέρουμε την απόσταση ΟΑ , ξέρουμε το χ του , ξέρουμε το ψ του , άρα μπορούμε από τους προηγούμενους τύπους να βρούμε τους τριγωνομετρικούς του αριθμούς.  
**K:** Οι υπόλοιποι τι λέτε;

**Μ3:** Μα αφού στην άσκησή μας έχουμε συγκεκριμένες γωνίες δεν πρέπει και τα σημεία που θα πάρουμε να σχηματίζουν αυτές τις γωνίες με τον ημιάξονα Οχ;  
**Κ:** Έτσι πρέπει να γίνει. Μ2 σωστά σκέφτηκες να πάρεις ένα σημείο, αυτό θα κάνουμε γενικά έχουμε πει, αλλά πρέπει κάθε φορά να κοιτάς και πόση γωνία θες να σχηματίσεις. Εδώ πχ που θέλουμε 0 μοίρες, πού θα πάρεις το σημείο σου Α;  
( ο Μ2 δυσκολεύεται)

**Κ:** Θέλουμε γωνία με 0 μοίρες. Τι σημαίνει 0 μοίρες;

**Μ2:** Ότι δεν σχηματίζεται γωνία ουσιαστικά .  
**Κ:** Ακριβώς, είναι σα να μην ξεκινάει η γωνία μας , σα να ταυτίζεται με τον Ημιάξονα Οχ. Άρα πού θα βάλεις το Α;  
**Μ2:** σε μια τυχαία θέση στον ημιάξονα Οχ, έστω στο 3.  
**Κ:** Άρα τι συντεταγμένες θα έχει το Α;  
**Μ2:** (3,0).  
**Κ:** Ωραία. Και πώς συνεχίζουμε τώρα;  
**Μ2:** Θα βρούμε την απόσταση ρ. Είναι 3. Άρα για το ημ0 θα πούμε ψ/ρ = 0/3 = 0.

(βρίσκει και το συν0 , εφ0.)   
**Κ:** Για την γωνία των 90ο , τι θα κάνουμε;

**Μ3:** Θα πάρουμε ένα σημείο στον ημιάξονα Οψ.  
**Κ:** Γιατί;  
**Μ3:** 90ο μοίρες σημαίνει ορθή γωνία. Ε και ορθή γωνία με τον ημιάξονα Οχ σχηματίζεται μόνο όταν πάρουμε ένα σημείο στον Οψ.  
**Κ:** Πολύ σωστά, τι σημείο λες να πάρω;  
**Μ3:** Ένα τυχαίο. Ας πούμε Β(0,5).  
**Κ:** Και πόση θα είναι η απόσταση ρ= ΟΒ τότε;

**Μ3:** 5. Άρα ημ90= ψ/ρ= 5/5 =1.(βρίσκει και το συν90, εφ90)

**Κ:** Μ1, αν έπαιρνα ένα άλλο σημείο στον ημιάξονα Οψ, θα άλλαζε κάτι στους τριγωνομετρικούς αριθμούς του;  
**Μ1:** Χμμ δεν νομίζω. Αφού κάθε φορά η απόσταση με την τεταγμένη του θα έχουν την ίδια τιμή. Το χ θα είναι πάντα 0… όχι δεν αλλάζει.  
**Κ:** Σωστή η σκέψη σου. Και τι λες να κάνουμε τώρα για τη γωνία 180ο;  
**Μ1:** Θα πάρουμε ένα σημείο πάνω στον ημιάξονα Οχ’. Έστω Γ(-2,0).   
**Κ:** Και αυτό θα το κάνουμε επειδή;  
**Μ1:** Είναι 180ο , η μια πλευρά της είναι ο ημιάξονας Οχ και η άλλη πλευρά της ο ημιάξονας Οχ΄.

Θα θέλαμε οι μαθητές να κατανοήσουν πώς να σχεδιάζουν γωνία 0, 90ο, 180ο, πώς να παίρνουν τα σημεία κάθε φορά , τι να βάζουν για τετμημένη, τι για τεταγμένη. Επίσης να κατανοήσουν ότι δεν αλλάζουν τα νούμερα των τριγωνικών τους αριθμών και δεν χρειάζεται να τους μάθουν απέξω.

**2ο κρίσιμο συμβάν**

Δ) (-2)-(+9)=……

**Κ:** Ποιος μπορεί να μας υπενθυμίσει τι είπαμε την προηγούμενη φορά όταν θέλουμε να λύσουμε τέτοιου είδους άσκηση; Τι θα κάνουμε πρώτα από όλα;

**Μ1:** Μπροστά από την πρώτη παρένθεση τι πρόσημο έχουμε;

**Κ:** Εύκολο. Ποιος θα μας πει;

**Μ:** Είναι +.

**Κ:** Βλέπουμε ότι μπροστά από την παρένθεση δεν έχει πρόσημο, δηλαδή εννοείτε ότι είναι το +. Είτε δούμε μπροστά από μια παρένθεση το + είτε όχι είναι θετικό άρα +. Το γράφουμε για να το βλέπουμε +(-2)-(+9).

Τι είπαμε τι προηγούμενη φορά για τα πρόσημα μπροστά από τις παρενθέσεις;

**Μ:** Αλλάζουμε τα πρόσημα που βρίσκονται μπροστά από τις παρενθέσεις.

**Κ:** Μια καλή τακτική είπαμε αν μπροστά από την παρένθεση έχει – το κάνουμε +. Θα δουλεύετε την κάθε παρένθεση ξεχωριστά. Οπότε;

**Μ1:** Άρα το – θα γίνει + στην δεύτερη παρένθεση.

**Κ:** Δηλαδή; Τι εννοείς;

**Μ1:** Έξω από την παρένθεση θα έχουμε + και μέσα ο αριθμός θα γίνει αρνητικός.

**Κ:** Ωραία. Γράφουμε +(-9).

(Γράφουμε στον πίνακα +(-2)+(-9))

**Κ:** Να το σκεφτούμε με τον εύκολο τρόπο που είπαμε την προηγούμενη φορά για να προσθέσουμε ρητούς αριθμούς, μέχρι να μάθουμε καλά του κανόνες και τις ιδιότητες της πρόσθεσης ρητών. Να μετατρέψουμε την πρόσθεση αριθμών σε θερμοκρασία. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα ποια είναι η θερμοκρασία;

**Μ:** Το -2.

**Κ:** Το -2 λες; Να πάρουμε τον αριθμό που βρίσκεται στην πρώτη παρένθεση. Τι πράξη έχουμε εδώ;

**Μ:** Πρόσθεση.

**Κ:** Τι πρόσθεση έχουμε; Οι αριθμοί -2 και -9 τι είναι;

**Μ:** Ομόσημοι αριθμοί.

**Κ:** Τι εννοούμε ομόσημους αριθμούς;

**Μ:** Οι αριθμοί που έχουν το ίδιο πρόσημο.

**Κ:** Σωστά. Άρα εδώ όπως είπατε έχουμε πρόσθεση ομόσημων αριθμών. Επόμενο βήμα η θερμοκρασία εδώ αλλάζει.

**Μ:** Η θερμοκρασία θα μειωθεί.

**Κ:** Πως το σκέφτηκες ότι θα μειωθεί;

**Μ1:** Αφού έχουμε (-9).

**Μ2:** Δηλαδή με το – έχουμε μείωση της θερμοκρασίας και με + αύξηση.

**Κ:** Τελικά η θερμοκρασία πόσο θα γίνει; (-2)+(-9)

**Μ:** -11

**Κ:** Τι κάνατε για να το βρείτε; Συμφωνείτε όλοι;

**Μ3:** Προσθέσαμε το 2 και το 9 που μας κάνουν 11. Και βάλαμε μπροστά – επειδή έχουν το ίδιο πρόσημο και οι αριθμοί 2, 9.

**Μ4:** Προσθέσαμε τους αριθμούς το 2 και το 9 το αποτέλεσμα κάνει 11 γιατί είναι ομόσημοι δηλαδή έχουν το ίδιο πρόσημο και σαν τελικό πρόσημο βάλαμε το κοινό τους πρόσημο το -.

Μια προσπάθεια στην αναζήτηση των πιθανών λόγων που προκαλούν αυτές τις παρανοήσεις, απαιτεί ανασκόπηση στις θεωρίες που σχετίζονται με τη διδασκαλία των αρνητικών αριθμών. Είναι χρήσιμο να αναδειχθούν οι ιδέες που βρίσκονται πίσω από τον τρόπο με τον οποίο μαθαίνουν και κατανοούν γενικά οι μαθητές τους αριθμούς (και πιο συγκεκριμένα τους αρνητικούς αριθμούς).