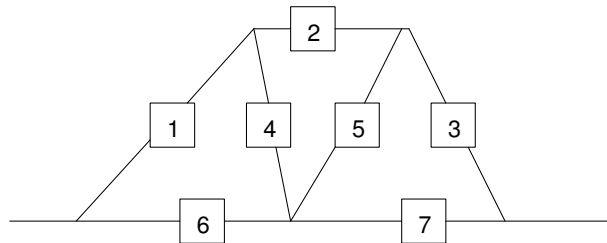


**Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Ειδίκευσης
στα Μαθηματικά της Αγοράς και της Παραγωγής
Μάθημα: Μαθηματικά Υποδείγματα Παραγωγής ΙΙΙ**

Ασκήσεις διάλεξης 3: Φράγματα αξιοπιστίας συστημάτων ανεξάρτητων μονάδων και μέτρα σπουδαιότητας

1. α) Βρείτε τα ελάχιστα σύνολα λειτουργίας και διακοπής που αντιστοιχούν στο σύστημα.



β) Βρείτε τα φράγματα αξιοπιστίας σειριακό-παράλληλο, max-min και $\prod - \prod$, καθώς και φράγματα με βάση την αρχή εγκλεισμού – αποκλεισμού, υποθέτοντας ότι η πιθανότητα λειτουργίας της μονάδας i είναι p_i (και $q_i = 1 - p_i$).

2. Θεωρούμε το συνεχόμενο 8 από τα n σύστημα $C(8, n)$ (το οποίο είναι χαλασμένο αν και μόνο αν τουλάχιστον 8 διαδοχικές μονάδες είναι χαλασμένες) και έστω $p = 1 - q$ η πιθανότητα λειτουργίας κάθε μονάδας του και R_n η αξιοπιστία του.

α) Δείξτε ότι ισχύει η αναγωγική σχέση

$$R_n = R_{n-1} - pq^8 R_{n-9}, \quad n > 8$$

με αρχικές συνθήκες

$$R_n = 1, \quad 0 \leq n < 8$$

$$R_8 = 1 - q^8.$$

β) Δείξτε ότι

$$(1 - q^8)^{n-7} \leq R_n \leq (1 - pq^8)^{n-7}.$$

γ) Γενικεύστε τα αποτελέσματα των (α) και (β) για το συνεχόμενο k από τα n σύστημα $C(k, n)$.

3. Να βρεθεί η δομική και η αξιοπιστική σπουδαιότητα των μονάδων των συστημάτων $C(2,4)$, $C(3,4)$ και $S(k, n)$, αν όλες οι μονάδες έχουν ίδια πιθανότητα λειτουργίας p .