

Πιθανότητες και Αναλογισμός
5^η Σειρά Ασκήσεων – Ιανουάριος 2018
Κατανομή Επιβίωσης - Ένταση Θνησιμότητας

1. Η θνησιμότητα ατόμου ηλικίας x δίνεται από τη συνάρτηση

$$\mu(x) = \frac{x}{40(40+x)}, \quad x > 0.$$

Να βρεθούν:

- (α) η συνάρτηση επιβίωσης $s(x)$, $x > 0$.
 - (β) η πιθανότητα άτομο ηλικίας 40 να πεθάνει στο διάστημα $[50, 60)$.
 - (γ) η μέση υπόλοιπη ζωή ατόμου ηλικίας 40.
2. Η θνησιμότητα ατόμου ηλικίας x δίνεται από τη συνάρτηση

$$\mu(x) = \frac{b}{a-x}, \quad 0 < x \leq a, \quad a > 0, \quad b > 0.$$

Για τυχαίο x με $a < x < b$, συμβολίζουμε με T_x την τυχαία μεταβλητή που εκφράζει την υπόλοιπη ζωή ατόμου ηλικίας x . Να βρεθούν:

- (α) η συνάρτηση επιβίωσης $s(x)$, $x > 0$.
 - (β) η μέση υπόλοιπη ζωή ατόμου ηλικίας x .
 - (γ) η διασπορά της υπόλοιπης ζωής του.
 - (δ) τα a, b ώστε να ικανοποιείται η σχέση $2Var(T_x) = (E(T_x))^2$ για κάθε $x \in (0, a)$.
3. Η ένταση θνησιμότητας στην ηλικιακή ομάδα $[30, 49]$ δίνεται από τη συνάρτηση

$$\mu(x) = \frac{1}{x}, \quad 30 \leq x \leq 49.$$

- (α) Να βρεθεί η πιθανότητα ${}_{19}p_{30}$ όπως ο 30άρης επιζήσει άλλα 19 έτη.
 - (β) Αν ένας συγκεκριμένος 30άρης έχει διπλάσια ένταση θνησιμότητας στο ηλικιακό διάστημα $[30, 36]$ και ημιδιπλάσια στο $[36, 49]$ σε σχέση με τα υπόλοιπα άτομα του πληθυσμού, τότε είναι πιο πιθανό να επιζήσει πέραν της ηλικίας των 49 ετών από ότι τα άλλα άτομα του πληθυσμού.
4. Η ένταση θνησιμότητας ενός πληθυσμού δίνεται από τη συνάρτηση

$$\mu(x) = \frac{1}{10}, \quad x \geq 0.$$

Να βρεθούν η μέση τιμή και η διασπορά της υπόλοιπης ζωής ατόμου ηλικίας (x).

5. Η θνησιμότητα ατόμου ηλικίας x δίνεται από τη συνάρτηση

$$\mu(x) = \frac{\theta}{x+1}, \quad x \geq 0, \quad \theta > 0.$$

Για τυχαίο x , συμβολίζουμε με T_x την τυχαία μεταβλητή που εκφράζει την υπόλοιπη ζωή ατόμου ηλικίας x . Να βρεθούν:

- (α) η συνάρτηση επιβίωσης $s(x)$, $x \geq 0$.
- (β) η πιθανότητα ${}_t p_x$.
- (γ) η μέση τιμή και η διασπορά της υπόλοιπης ζωής του.
- (δ) η τιμή της παραμέτρου θ αν $E(T_3) = 80$.

Επιμέλεια Ασκήσεων: Γιάννης Δημητρακόπουλος