

Ασκήσεις σε Μονομεταβλητούς και Βασικά Αξιοσημείωτα

① Άσκηση

Οικογένεια με 4 παιδιά

Τι είναι πιθανότερο i) Να έχει 3 παιδιά ίδιου φύλου και 1 διαφορε

ii) Να έχει 2-2 ίδιου φύλου

Πείραγμα τύχης: Επιλογή οικογένειας με 4 παιδιά

Έφεση του φύλου τους

Δειγματικός χώρος:

$$\Omega_1 = \{4A, 3A-1K, 2A-2K, 1A-3K, 4K\}$$

$$\Omega_2 = \{AAAA, AAAK, AAKA, AAKK, AKAA, AKAK, AKKA, AKKK, \\ KAAA, KAAK, KAKA, KAKK, KCAA, KKAK, KKKA, KKKK\}$$

$$\Omega_3 = \{\text{όλα ίδια}, 3-1, 2-2\}$$

Ερώτηση: Ποιος είναι ο ευνοϊκός δειγματικός χώρος;

↳ Ισοπιθανά δειγματικά σημεία

Από κριτήριο για $n \cdot \theta = \frac{\text{ευνοϊκός}}{\text{δυνατές}}$

Λύση:

1] Εμπειρικά (Στατιστική)

2] Αποδοσμένη πρόβλεψη και σέσηση στο δικό μας

Απόδοσμενο Πρόβλημα

Οικογένεια 2 παιδιών

2 αγόρια ή 1 αγόρι-1 αγόρι ή 2 κορίτσια

3] Πως λειτουργεί η "φύση";

Σε κάθε παιδί με πιθανότητα $\frac{1}{2}$ A
με πιθανότητα $\frac{1}{2}$ K

Άρα ο "ευστός" χειριστικός κέρπος είναι ο Ω_g .

$$|\Omega_g| = 16$$

A: 3 παιδιά ίδια και 1 διαφορε.

(B: 2-2 παιδιά ίδια

$$P(A) = \frac{\text{ευνοϊκές}}{\text{δυσκοιές}} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} \quad P(B) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

Άρα πιο πιθανό είναι το 3-1 ∇

8) Ασκήση

Ο Γιώργος παίρνει 2 βιβλία

Το 1^ο του αρέσει 0.5

Το 2^ο 0.4

και τα 0.3

$P(\text{δεν του αρέσει κανένα}) = ;$

A: του αρέσει το 1^ο $\Rightarrow P(A) = 0.5$

B: — " — το 2^ο $P(B) = 0.4$

$$P(AB) = 0.3$$

$$P(A^c B^c) = ;$$

$$P(A^c B^c) = P[(A \cup B)^c] = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) + P(AB) \\ = 1 - 0.5 - 0.4 + 0.3 = \underline{\underline{0.4}}$$

③ Άσκηση

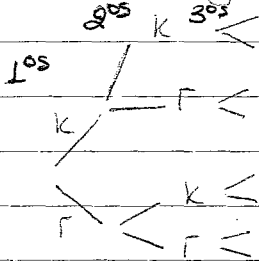
3 φίλοι πόνε συνδιοτοχρόφο

Πίχνει ο καθένας νόμια

Αν ένας έχει διαφορετικό αποτέλεσμα αντί τους άλλους παίρνει

Αλλιώς ο καθένας τα δικά του

$P(\text{ένας παίρνει για όλους}) = ;$



$$\Rightarrow \Omega = \{kkk, kκΓ, κΓκ, κΓΓ, Γκκ, ΓκΓ, ΓΓκ, ΓΓΓ\}$$

$\{\text{ένας παίρνει για όλους}\} = \{kkk, ΓΓΓ\}^c$

$$P(\text{ένας παίρνει για όλους}) = 1 - P(\{kkk, ΓΓΓ\}) = 1 - \frac{2}{8} = \left(\frac{3}{4}\right)$$

④ Άσκηση

Δύο παίκτες πίνουν ζαρί

Ο Α κερδίζει αν η απόλυτη διαφορά των ρίψεων είναι $\leq 2 \in \{0, 1, 2\}$

Ο Β $> 2 \in \{3, 4, 5\}$

$P(\text{κερδίζει ο Α}) = ;$

Πείραγμα τύχης = ρίψη 2 ζαριών

Αποτελέσματα: (i, j)



Δεγματολόγος Χώρος: $\{(1,1), (1,2), \dots, (1,6)$
 $(2,1), (2,2), \dots, (2,6)$
 $(3,1), (3,2), \dots, (3,6)$
 \vdots
 $(6,1), (6,2), \dots, (6,6)\}$

16 συνδυασμοί
δευτερευόντων
σημεία



Απα: $P(\text{κέρδιζε ο Α}) = \frac{\text{έσοδα}}{\text{εσοδα}} = \frac{6+5+5+4+4}{36} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$

5) Άσκηση (παράλλαξη της 4) \Rightarrow χειρωνακία)

2 κόπτες

Η 1^η έχει αριθμούς 1, 2, ..., n

Η 2^η — " — 1, 2, ..., m

Επιλέγονται τυχαία και ανεξάρτητα

1 αριθμός απ' την 1^η

1 — " — 2^η

$P(\text{απόλυτη διαφορά των αριθμών} \leq k) = ; \quad k=0, 1, \dots, \max\{m, n\}-1$

6) Άσκηση

Δύο φίλοι δίνουν "ρανελά" τα ευαγγελικά βιβλία 12^ο - 13^ο

Ο καθένας επιλέγει τυχαία και ανεξάρτητα απ' τον άλλο ένα κλασικό βιβλίο

$P(\text{τα βιβλία περιέχουν ταυείς νόμους από 10 λέξεις}) = ;$

Στο πρόβλημα με τα ζάρια (άσκηση 4) έχουμε:

(1,1), (1,2), ..., (1,6)

(2,1), (2,2), ..., (2,6)

(3,1), (3,2), ..., (3,6)

(6,1), (6,2), ..., (6,6)

απόλυτη διαφορά 1

απόλυτη διαφορά 0

απόλυτη διαφορά 1

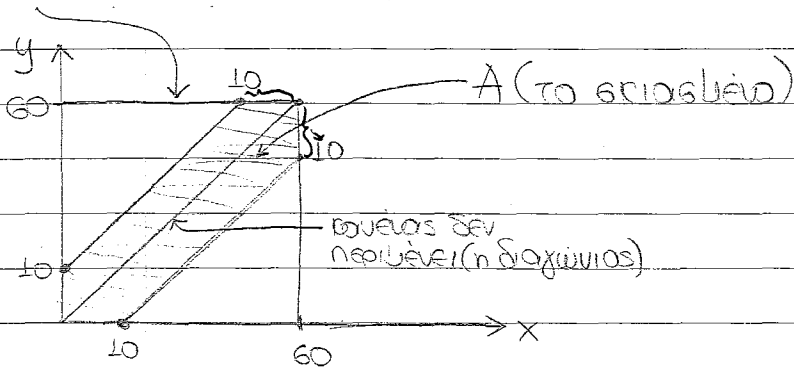
Λύση:

Απόδειξη = (x, y)

$x \in [0, 60] \quad y \in [0, 60]$

Αν ο πρώτος βιβλιόφιλος σε λέξη

$$\Omega = [0, 60] \times [0, 60]$$

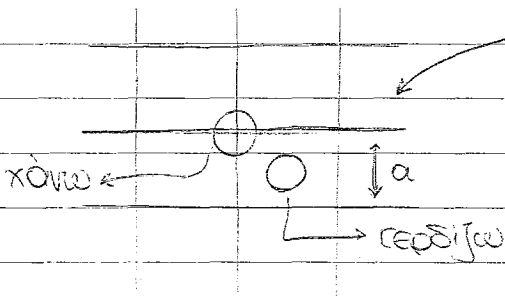


Άρα: $A = \{ \text{τα } \Omega \text{ που περιβλέπει ταυτίσ νότιο από } 10' \}$

$$P(A) = \frac{\text{εμβαδόν } A}{\text{εμβαδόν } \Omega} = \frac{60^2 - 50^2}{60^2} = \frac{11}{36}$$

Ⓣ Αέθριον

Πλευχνιά: Front - Carreau



Πλευχνιά μετράς α
 $\circ \Rightarrow$ εμβαδόν αριστεράς p

Επιτετακισμός σε 1 περιόχηση
 ένα δαπέδον νότιο ε' είναι
 πλεονέκτημα