

Βιβλία

1. J. Blitzstein, J. Hwang. Εισαγωγή στις πιθανότητες. Εκδόσεις DaVinci (2026).
Η αγγλική έκδοση είναι διαθέσιμη, με πολύ υλικό ακόμα, στο διαδίκτυο στο μάθημα Stat110 του Harvard.
2. S. Ross. Βασικές αρχές θεωρίας πιθανοτήτων. Εκδόσεις Κλειδάριθμος (2023).

Εισαγωγικά θέματα

- ▶ Τυχαιότητα
- ▶ Σημασία του αριθμού της πιθανότητας

Ντετερμινισμός

Newton, 1687. Μαθηματικές αρχές της φυσικής φιλοσοφίας
(Οι τρεις νόμοι+νόμος της παγκόσμιας έλξης)

Ντετερμινισμός

Newton, 1687. Μαθηματικές αρχές της φυσικής φιλοσοφίας
(Οι τρεις νόμοι+νόμος της παγκόσμιας έλξης)

Laplace, 1812. Αναλυτική Θεωρία των Πιθανοτήτων.

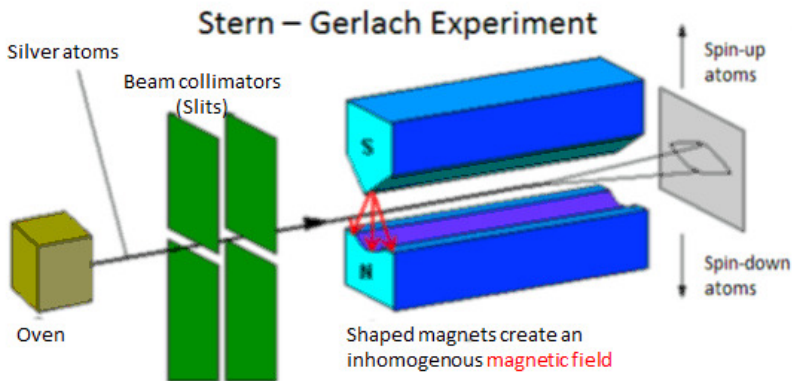
Έστω ότι υπήρχε μια διάνοια που θα μπορούσε σε μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή να γνωρίζει όλες τις δυνάμεις που θέτουν σε κίνηση τη φύση, καθώς και όλες τις θέσεις όλων των αντικειμένων από τα οποία η φύση αποτελείται. Εάν αυτή η διάνοια μπορούσε να καταθέσει όλα αυτά τα δεδομένα προς ανάλυση, τότε θα ήταν δυνατή η σύνθεση ενός και μόνο μαθηματικού τύπου που θα περιελάμβανε όλες τις κινήσεις των μεγαλύτερων σωμάτων του σύμπαντος, καθώς και τις κινήσεις ακόμα και του ελάχιστου ατόμου. Για μια τέτοια διάνοια τίποτα δεν θα ήταν αβέβαιο, και το μέλλον, όπως ακριβώς και το παρελθόν, θα ξεδιπλωνόταν με ακρίβεια μπροστά στα μάτια της.

Αυθεντική τυχαιότητα

Υπάρχουν (;) φαινόμενα μη ντετερμινιστικά.

Τα συναντάμε στον μικρόκοσμο και τα περιγράφει η Κβαντομηχανική. (Επικρατούσα άποψη)

Παράδειγμα στο πείραμα Stern-Gerlach (1922)



Συζήτηση σε εξέλιξη.

1. Rae Alastair. Κβαντομηχανική: πλάνη ή πραγματικότητα? 1988.
(Καλύτερη η 2η έκδοσή του, το 2004, στα αγγλικά)
2. T. Maudlin. Philosophy of Physics: Quantum Theory. 2019.

Τυχαία φαινόμενα

- ▶ Φαινόμενα σε πολυπλοκά/χαοτικά ντετερμινιστικά συστήματα. Π.χ. ρίψη νομίσματος, καιρός, χρόνος ζωής ανθρώπου.
- ▶ Αυθεντικά τυχαία φαινόμενα.

Πιθανότητα: Αριθμός που ποσοτικοποιεί την αβεβαιότητά μας για την αλήθεια μιας πρότασης. Για κάτι που θα συμβεί στο μέλλον ή συνέβη στο παρελθόν.

Παραδείγματα

1. Η επόμενη ρίψη αυτού του ζαριού θα φέρει 2.
2. Θα βρέξει αύριο.
3. Ο Σωτήρης θα γράψει τουλάχιστον 18 στις πανελλήνιες.
4. Ο Μέγας Αλέξανδρος πέθανε από δηλητηρίαση.
5. Το σύμπαν δημιουργήθηκε από μια μεγάλη έκρηξη.

Η πιθανότητα το νόμισμα να φέρει γράμματα είναι 50%

Τι σημαίνει αυτή η δήλωση;

Η πιθανότητα το νόμισμα να φέρει γράμματα είναι 50%

Τι σημαίνει αυτή η δήλωση;

Σημασία του αριθμού της πιθανότητας

Δυό βασικές ερμηνείες

- ▶ Αντικειμενική-συχνοτική
- ▶ Υποκειμενική

Υπάρχουν ακόμα η Κλασική, η Λογική, η Propensity.

Η πιθανότητα το νόμισμα να φέρει γράμματα είναι 50%

Τι σημαίνει αυτή η δήλωση;

Σημασία του αριθμού της πιθανότητας

Δυό βασικές ερμηνείες

- ▶ Αντικειμενική-συχνοτική
- ▶ Υποκειμενική

Υπάρχουν ακόμα η Κλασική, η Λογική, η Propensity.

Δείτε το άρθρο: Probability interpretations
στο Wikipedia

Συχνοτική ερμηνεία

Κατάλληλη σε μαζικά φαινόμενα (π.χ., άτομα ενός αερίου) ή επαναλαμβανόμενα γεγονότα.

A: ενδεχόμενο αποτέλεσμα σε ένα τυχαίο πείραμα.

N_n πλήθος πραγματοποιήσεων του A σε n πραγματοποιήσεις του πειράματος.

$$\text{Πιθανότητα του A} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{N_n}{n}$$

Υποκειμενική ερμηνεία

Πιθανότητα=Βαθμός πεποίθησης ενός ατόμου σε ένα ενδεχόμενο.

Κατάλληλη για μη επαναλαμβανόμενα φαινόμενα. Π.χ., επιτυχία στις πανελλήνιες, σεισμός αυτόν τον μήνα, αιτία θανάτου του Μεγάλου Αλεξάνδρου.

Κλασική ερμηνεία

Κατάλληλη όταν έχουμε «ισοπίθανα» σενάρια.

$$\text{Πιθανότητα} = \frac{\text{πλήθος ευνοϊκών σεναρίων}}{\text{πλήθος δυνατών σεναρίων}}$$

π.χ. Πιθανότητα ρίχνοντας ένα ζάρι να έρθει ζυγός αριθμός $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Κλασική ερμηνεία

Κατάλληλη όταν έχουμε «ισοπίθανα» σενάρια.

$$\text{Πιθανότητα} = \frac{\text{πλήθος ευνοϊκών σεναρίων}}{\text{πλήθος δυνατών σεναρίων}}$$

π.χ. Πιθανότητα ρίχνοντας ένα ζάρι να έρθει ζυγός αριθμός $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Καμία ερμηνεία δεν εφαρμόζεται παντού.

6ο πρόβλημα Hilbert (1900)

Οι έρευνες στα θεμέλια της γεωμετρίας υποδηλώνουν το πρόβλημα: Να αντιμετωπιστούν με τον ίδιο τρόπο, μέσω αξιωμάτων, εκείνες οι φυσικές επιστήμες στις οποίες τα μαθηματικά παίζουν σημαντικό ρόλο. Σε πρώτη προτεραιότητα βρίσκονται η θεωρία των πιθανοτήτων και η μηχανική. Ως προς τα αξιώματα της θεωρίας των πιθανοτήτων, μου φαίνεται επιθυμητό η λογική τους διερεύνηση να συνοδεύεται από μια αυστηρή και ικανοποιητική ανάπτυξη της μεθόδου των μέσων τιμών στη μαθηματική φυσική, και ειδικότερα στην κινητική θεωρία των αερίων.

6ο πρόβλημα Hilbert (1900)

Οι έρευνες στα θεμέλια της γεωμετρίας υποδηλώνουν το πρόβλημα: Να αντιμετωπιστούν με τον ίδιο τρόπο, μέσω αξιωμάτων, εκείνες οι φυσικές επιστήμες στις οποίες τα μαθηματικά παίζουν σημαντικό ρόλο. Σε πρώτη προτεραιότητα βρίσκονται η θεωρία των πιθανοτήτων και η μηχανική. Ως προς τα αξιώματα της θεωρίας των πιθανοτήτων, μου φαίνεται επιθυμητό η λογική τους διερεύνηση να συνοδεύεται από μια αυστηρή και ικανοποιητική ανάπτυξη της μεθόδου των μέσων τιμών στη μαθηματική φυσική, και ειδικότερα στην κινητική θεωρία των αερίων.

Probability is the most important concept in science, especially as nobody has the slightest notion what it means.

–Bertrand Russell, 1929

6ο πρόβλημα Hilbert (1900)

Οι έρευνες στα θεμέλια της γεωμετρίας υποδηλώνουν το πρόβλημα: Να αντιμετωπιστούν με τον ίδιο τρόπο, μέσω αξιωμάτων, εκείνες οι φυσικές επιστήμες στις οποίες τα μαθηματικά παίζουν σημαντικό ρόλο. Σε πρώτη προτεραιότητα βρίσκονται η θεωρία των πιθανοτήτων και η μηχανική. Ως προς τα αξιώματα της θεωρίας των πιθανοτήτων, μου φαίνεται επιθυμητό η λογική τους διερεύνηση να συνοδεύεται από μια αυστηρή και ικανοποιητική ανάπτυξη της μεθόδου των μέσων τιμών στη μαθηματική φυσική, και ειδικότερα στην κινητική θεωρία των αερίων.

Probability is the most important concept in science, especially as nobody has the slightest notion what it means.

–Bertrand Russell, 1929

A. Kolmogorov. Θεμέλια της θεωρίας των πιθανοτήτων
1933 στα Ρωσικά
1950 στα Αγγλικά

1ο Κεφάλαιο του μαθήματος: Στοιχεία συνδυαστικής για τον υπολογισμό των όρων του κλάσματος στην κλασική ερμηνεία

$$\text{Πιθανότητα} = \frac{\text{πλήθος ευνοϊκών σεναρίων}}{\text{πλήθος δυνατών σεναρίων}}$$