ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΦΥΛΛΑΔΙΟΥ 3

Άσκηση 1

$$A = \begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & 3 & \cdots & n & n+1 \\ \hline 1 & 1 & x & x^2 & \cdots & x^{n-1} & x^n \\ 2 & 0 & x & x^2 & \cdots & x^{n-1} & x^n \\ 3 & 0 & 0 & x^2 & \cdots & x^{n-1} & x^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ n & 0 & 0 & 0 & \cdots & x^{n-1} & x^n \\ n+1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & x^n \end{array}$$

Αν $0 \le x \le 1$ σαγματικό σημείο είναι το $[A]_{1,n+1} = x^n$

$u(x) = x^n$ και ΣΣΙ $((1),(n+1))$

Αν $x > 1$ σαγματικό σημείο είναι το $[A]_{1,1} = 1$

$u(x) = 1$ και ΣΣΙ $((1),(1))$

Αν $x < 0$

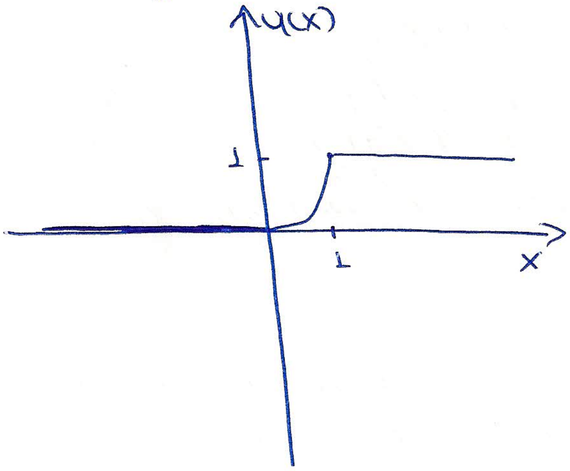
- αν $n = 2k$ σαγματικό σημείο είναι το $[A]_{n+1,n} = 0$

  $u(x) = 0$ και ΣΣΙ $((n+1),(n))$

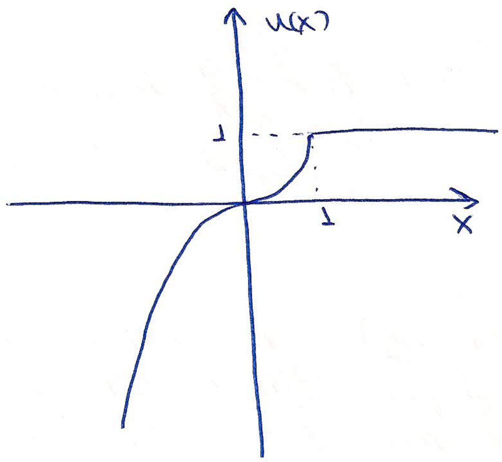
- αν $n = 2k+1$ σαγματικό σημείο είναι το $[A]_{n+1,n+1} = x^n$

  $u(x) = x^n$ και ΣΣΙ $((n+1),(n+1))$

$n = 2k$



$n = 2k+1$



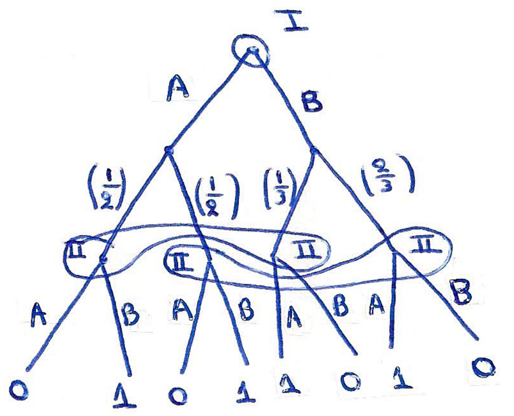
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΦΥΛΛΑΔΙΟΥ 3

Άσκηση 2

Άσκηση 3 / κεφ 2

+

Άσκηση 9 / κεφ 3



$S^{I} = \{(A),(B)\}$

$S^{II} = \{(A,A),(A,B),(B,A),(B,B)\}$

$$A = \begin{array}{c|cccc} & (A,A) & (A,B) & (B,A) & (B,B) \\ \hline (A) & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ (B) & 1 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \end{array}$$

(A) vs (A,A) : $\frac{1}{2}\cdot 0 + \frac{1}{2} 0 = 0$

(B) vs (A,A) : $\frac{1}{3}\cdot 1 + \frac{2}{3} 1 = 1$

(A) vs (A,B) : $\frac{1}{2}\cdot 0 + \frac{1}{2}\cdot 1 = \frac{1}{2}$

(B) vs (A,B) : $\frac{1}{3} 1 + \frac{2}{3} 0 = \frac{1}{3}$

(A) vs (B,A) : $\frac{1}{2}\cdot 1 + \frac{1}{2}\cdot 0 = \frac{1}{2}$

(B) vs (B,A) : $\frac{1}{3} 0 + \frac{2}{3} 1 = \frac{2}{3}$

(A) vs (B,B) : $\frac{1}{2}\cdot 1 + \frac{1}{2}\cdot 1 = 1$

(B) vs (B,B) : $\frac{1}{3} 0 + \frac{2}{3}\cdot 0 = 0$

Η πληρωμή του παίκτη I όταν αυτός παίζει τη μεικτή στρατηγική $\underline{x}$ και ο II την $\underline{y}$ είναι

$$h^{I}(\underline{x},\underline{y}) = \underline{x}^{T} A \underline{y}$$

Εδώ γνωρίζουμε ότι ο I θα παίξει $\underline{x}^{o} = \left(\frac{1}{5}, \frac{4}{5}\right)^{T}$

Η βέλτιστη στρατηγική του II είναι η $\underline{y}^{o}$:

$$\underline{x}^{oT} A \underline{y}^{o} = \min_{\underline{y} \in P^{4}} \underline{x}^{oT} A \underline{y} = \min_{j=1,2,3,4} \underline{x}^{oT} A_{\cdot j} = \frac{1}{5} \quad \text{και} \quad \underline{y}^{o} = (0,0,0,1)^{T}$$

$$j=1: \quad \underline{x}^{oT} A_{\cdot 1} = \left(\frac{1}{5}, \frac{4}{5}\right)\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{4}{5}$$

$$j=2: \quad \underline{x}^{oT} A_{\cdot 2} = \left(\frac{1}{5}, \frac{4}{5}\right)\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix} = \frac{1}{10} + \frac{4}{15} = \frac{11}{30}$$

$$j=3: \quad \underline{x}^{oT} A_{\cdot 3} = \left(\frac{1}{5}, \frac{4}{5}\right)\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix} = \frac{1}{10} + \frac{8}{15} = \frac{19}{30}$$

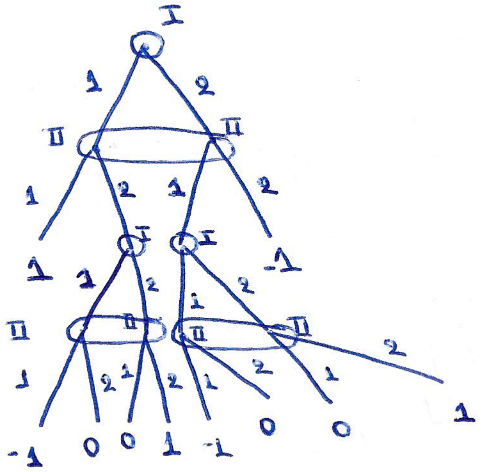
$$j=4: \quad \underline{x}^{oT} A_{\cdot 4} = \left(\frac{1}{5}, \frac{4}{5}\right)\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{5}.$$

Άσκηση 3

Άσκηση 10 / Κεφ 2

+

Άσκηση 2 / Κεφ 3



$$S^{I} = \{(1,1,1),(1,1,2),(1,2,1),(1,2,2),(2,1,1),(2,1,2),(2,2,1),(2,2,2)\} = S^{II}$$

$$S^{I} = \{(1,1,x),(1,2,x),(2,x,1),(2,x,2)\}$$

$$S^{II} = \{(1,x,1),(1,x,2),(2,1,x),(2,2,x)\}$$

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cccc} (1,x,1) & (1,x,2) & (2,1,x) & (2,2,x) \end{array} \\
A = \begin{array}{c} (1,1,x) \\ (1,2,x) \\ (2,x,1) \\ (2,x,2) \end{array} & \left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{array}\right] \begin{array}{c} -1 \\ 0^{*} \\ -1 \\ -1 \end{array} \\
 & \begin{array}{cccc} 1 & 1 & 0^{*} & 1 \end{array}
\end{array}
$$

$0 = \underline{u}$

$0 = \bar{u}$

$u = 0$ και ΣΣΙ $((1,2,x),(2,1,x))$