Άσκηση 1 (Είναι η Άσκηση 26 του Κεφαλαίου 6 στο βιβλίο, η οποία δίνεται εκεί με λόγια και ονομάζεται «το δίλημμα του Ταξιδιώτη»). Δύο παίκτες, οι I και II, επιλέγουν από έναν αριθμό από το σύνολο $\{2, 3,\ldots, 100\}$, και έστω α ο αριθμός που επέλεξε ο I και β ο αριθμός που επέλεξε ο II. Έστω $m = \min(\alpha, \beta)$. Εάν $m = \alpha = \beta$, η πληρωμή του κάθε παίκτη είναι m. Εάν $\alpha \neq \beta$, ο παίκτης που επέλεξε m παίρνει $m+2$, ενώ ο άλλος παίρνει $m-2$. Βρείτε τα ΣΣΙ εάν (i) Οι παίκτες παίζουν διαδοχικά και εκείνος που κινείται δεύτερος γνωρίζει την κίνηση εκείνου που κινήθηκε πρώτος, (ii) Οι παίκτες κινούνται ταυτόχρονα και ανεξάρτητα.

(Υπόδ. Για το (i), εξετάστε την κίνηση που θα κάνει, ως βέλτιστη απάντηση, ο παίκτης που κινείται 2^{ος} (ας θεωρήσουμε, χωρίς βλάβη της γενικότητας ότι αυτός είναι ο II). Ο I *που γνωρίζει* τι θα κάνει ο II, πώς θα κινηθεί; Για το (ii), να δείξετε πρώτα ότι στο ΣΣΙ δε μπορεί να είναι $\alpha \neq \beta$ και κατόπιν από όλα τα ζεύγη με $m = \alpha = \beta$, βρείτε εκείνο που ικανοποιεί την ιδιότητα του ΣΣΙ).

Άσκηση 2 (Είναι η Άσκηση 16 του Κεφαλαίου 3 στο βιβλίο, η οποία εκεί ονομάζεται «το Παιχνίδι της Πολεοδομίας». Ένα σύνολο από N γείτονες, με $|N| = n$, αποφασίζουν ταυτόχρονα και ανεξάρτητα αφενός αν θα κλείσουν τους ημιϋπαίθριους χώρους τους και αφετέρου ποιους θα καταγγείλουν από τους υπόλοιπους στην πολεοδομία ότι παραβιάζουν τον οικοδομικό κανονισμό. Οι δυνατές πληρωμές για κάθε παίκτη είναι a αν έκλεισε τον ημιϋπαίθριο χώρο του και κανείς από τους υπόλοιπους παίκτες δεν τον κατάγγειλε, b αν δεν έκλεισε τον ημιϋπαίθριο χώρο του και c αν έκλεισε τον ημιϋπαίθριο χώρο του και κάποιος από τους άλλους παίκτες τον κατάγγειλε. Δίνεται ότι a > b > c.

(i) Αν $A:=\{\pi, \delta\pi\}$, όπου π σημαίνει «παρανομώ» και δπ σημαίνει «δεν παρανομώ» να εξηγήσετε γιατί το σύνολο των (καθαρών) στρατηγικών του i-παίκτη είναι το $S^i=\{ (x_i,K_i) : x_i \in A, K_i \subset N\}$. Ποια η ερμηνεία του συνόλου K_i;

(ii) Έστω στρατηγική κατάσταση $s = ((x_1,K_1), \ldots, (x_n,K_n))$ και έστω $\Delta(s)$ το σύνολο των παικτών που δεν παρανομούν στην s, δηλαδή $\Delta(s) := \{ i\in N \;\&\; x_i = \delta\pi \}$. Έστω επίσης $K(s)$ το σύνολο των παικτών που υφίστανται καταγγελία στην s, δηλαδή $K(s) := \bigcup_{i=1}^{n} K_i$. Να δώσετε αναγκαία και ικανή συνθήκη ώστε η στρατηγική κατάσταση s να είναι ΣΣΙ. Ερμηνεύστε το αποτέλεσμα.