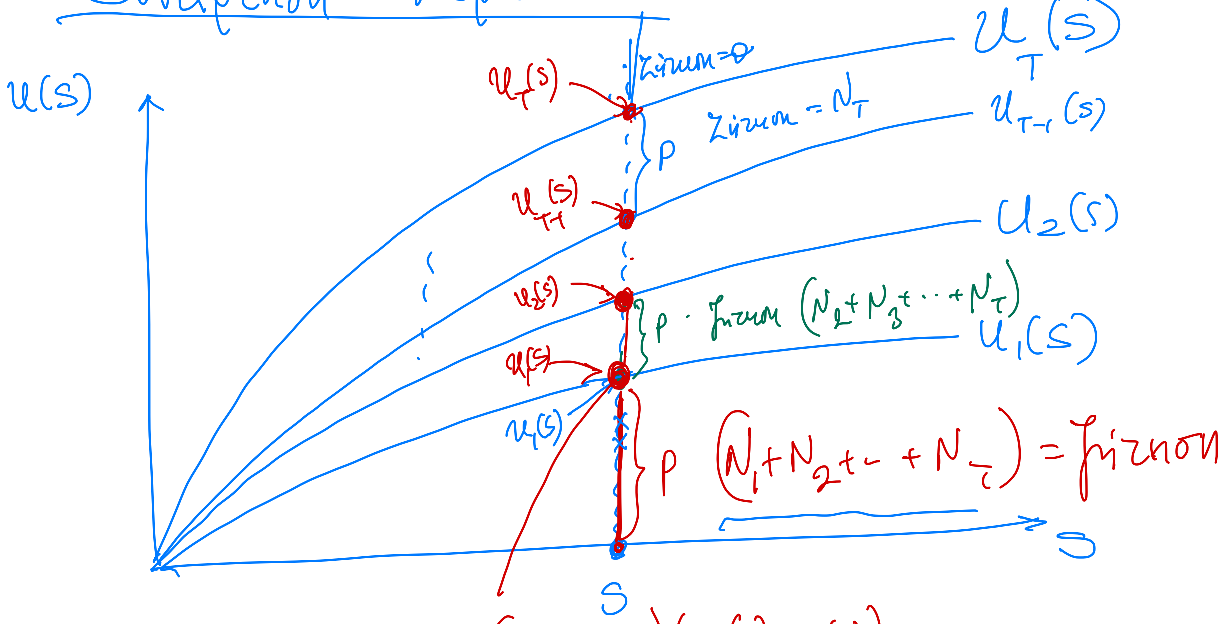
6-10-2021

Πρέπει να καθοριστεί μια τιμή χαρακτηριστικού (s), κ' μια τιμή πώλησης που μεγιστ. το συνολικό κέρδος του παραγωγού

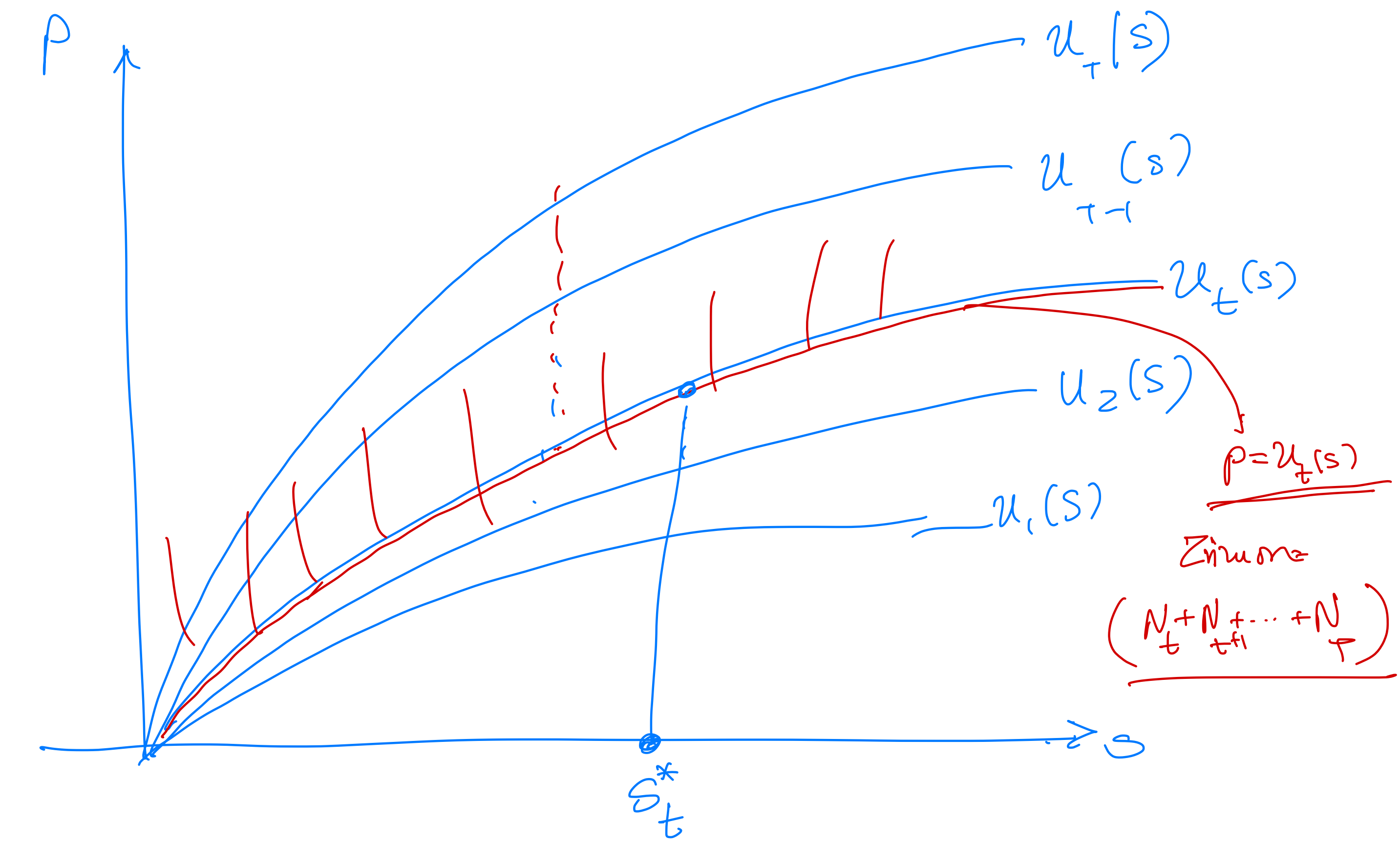
μόνο ένας τύπος προϊόντος (s) θα προσφερθεί σε κοινή τιμή p για όλες τις ομάδες.

Συνάρτηση Κέρδους



$$\Pi_1 = (N_1+\dots+N_T)(u_1(s) - c(s))$$

$$\Pi_2 = (N_2+\dots+N_T)(u_2(s) - c(s)) \dots$$



1ο βήμα: Προσδιορίζω σε ποια καμπύλη $u_t(s)$ θέλω να κινηθώ (να βάλω την τιμή πώλησης)

T επιλογές:

1. $p = u_1(s)$ $\forall s$ (Ζήτηση: $N_1+\dots+N_T$)
2. $p = u_2(s)$ (" : $N_2+\dots+N_T$)

⋮

T. $p = u_T(s)$ (" = N_T)

$\forall\ t$ στο 1º βήμα (για κάθε $u_t(s)$ που μπορεί να ~~επιλέξει~~ στο 1º βήμα)

2º βήμα

Πρέπει να βρώ το βέλτιστο s κ' το βέλτιστο κέρδος πάνω σε αυτή την καμπύλη.

Συνάρτηση κέρδους

τιμή πώλησης

κόστος

$$\underline{\Pi_t(s)} = \underline{\left(N_t + \cdots + N_T\right)} \cdot \underline{\left(u_t(s) - C(s)\right)}$$

αντίστοιχη με το πρόβλημα ομοιογενούς αγοράς

βέλτιστο s_t^* : $\left(u_t(s) - C(s)\right)' = 0 \Rightarrow \cdots$ $s^* = s_t^*$

μέγιστο κέρδος $\Pi_t^* = \left(N_t + \cdots + N_T\right) \cdot \underline{\left(u_t(s_t^*) - C(s_t^*)\right)}$ υπολογίζω

Επαναλαμβάνουμε όλη τη διαδικασία για $t = 1, 2, \ldots, T$

βρίσκουμε s_1^* s_2^* $\cdots$ s_T^*

Π_1^* Π_2^* Π_T^*

Επιλέγω $\max\left(\Pi_1^*, \Pi_2^*, \ldots, \Pi_T^*\right) \Rightarrow t^* \to s^* \to p^*$

$s_{t^*}^*, u_{t^*}(s_{t^*}^*)$

Παράδειγμα Ετερογενής αγορά με $T=3$ ερμήματα

$N_1 = 30$, $N_2 = 50$, $N_3 = 20$ $(N=100)$

$$\left.\begin{array}{l} u_1(s) = s \\ u_2(s) = 2s \\ u_3(s) = 3s \end{array}\right\} \Rightarrow \underline{u_t(s) = t \cdot s.} \quad t=1,2,3 \quad s \geq 0.$$

$\to$ γραμμική ως προς s ✓

$C(s) = \alpha \cdot s^2$ $\quad (\alpha > 0$: σταθερά$)$

s^*, p^* για $\max \Pi$

Για οποιοδήποτε $t = 1, 2$ ή 3:

$$\Pi_t(s) = (N_t + \dots + N_T) \cdot (u_t(s) - C(s))$$
$$= (N_t + \dots + N_T) \cdot (t \cdot s - \alpha s^2)$$

$$\Pi_t'(s) = \underline{(N_t + \dots + N_T)} \cdot (t - 2\alpha s) = 0$$

$$\Rightarrow t - 2\alpha s = 0 \Rightarrow s_t^* = \frac{t}{2\alpha}, \quad t = 1, 2, 3$$

$$s_1^* = \frac{1}{2\alpha} \qquad s_2^* = \frac{2}{2\alpha} = \frac{1}{\alpha} \qquad s_3^* = \frac{3}{2\alpha}$$

Κέρδη

t=1 : $s_1^* = \frac{1}{2\alpha}$, Ζήτηση $= N_1 + N_2 + N_3 = 100$

$$\Pi_1^* = 100\left(u_1(s_1^*) - c(s_1^*)\right) =$$

$$= 100 \cdot \left(1 \cdot s_1^* - \alpha s_1^{*2}\right) = 100\left(\overset{p_1^*}{\frac{1}{2\alpha}} - \cancel{\alpha} \cdot \frac{1}{4\alpha^{\cancel{2}}}\right)$$

$$= 100 \cdot \frac{1}{4\alpha} = \boxed{\frac{25}{\alpha} = \Pi_1^*}$$

t=2 $s_2^* = \frac{1}{\alpha}$, Ζήτηση $= N_2 + N_3 = 70$

$$\Pi_2^* = 70 \cdot \left(u_2(s_2^*) - c(s_2^*)\right) =$$

$$= 70 \cdot \left(2 \cdot s_2^* - \alpha \cdot s_2^{*2}\right) =$$

$$= 70 \cdot \left(\overset{p_2^*}{2 \cdot \frac{1}{\alpha}} - \cancel{\alpha} \cdot \frac{1}{\alpha^{\cancel{2}}}\right) = 70 \cdot \frac{1}{\alpha}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Pi_2^* = \frac{70}{\alpha}} \longrightarrow$$

Βελτιστοποίηση

$$\boxed{\begin{array}{ll} t^* = 2 & \\ s^* = s_2^* = \frac{1}{\alpha} & \Pi^* = \frac{70}{\alpha} \\ p^* = p_2^* = \frac{2}{\alpha} & \end{array}}$$

t=3 $s_3^* = \frac{3}{2\alpha}$, Ζήτηση $= N_3 = 20$

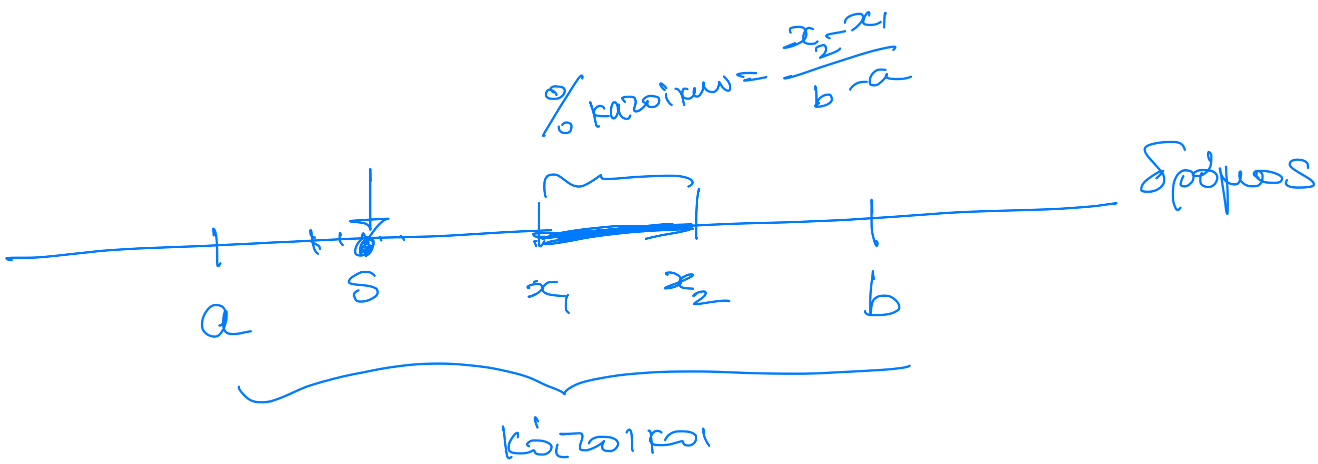
$$\Pi_3^* = 20 \cdot \left(u_3(s_3^*) - c(s_3^*)\right) = 20 \cdot \left(3 \cdot \frac{3}{2\alpha} - \alpha \cdot \frac{9}{4\alpha^2}\right)$$

$$= 20\left(\frac{9}{2\alpha} - \frac{9}{4\alpha}\right) = \frac{20 \cdot 9}{4\alpha} = \boxed{\frac{45}{\alpha} = \Pi_3^*}$$

Αγορά με συνεχή ετερογένεια

σε μονοπώλιο και σε δυοπώλιο

(ένας παραγωγός) (δύο παραγωγοί ανταγωνίζονται)



Έστω ότι ο παραγωγός θα τοποθετήσει ένα κατάστημα πώλησης σε ένα σημείο s του δρόμου, κ' θα δίνει τιμή προϊόντος = P/μονάδα.

Ωφέλεια ενός πελάτη: συνάρτηση της απόστασης του από το σημείο s

Κόστος παραγ = c/μονάδα = σταθ.

Συγκεκριμένα αν ο πελάτης βρίσκεται στο σημείο $t \in [a,b]$, η ωφέλεια του είναι

$$u(t,s) = R - (t-s)^2$$

R = σταθερά — αξία προϊόντος για τον πελάτη.

Γενικότερη ερμηνεία

s = τιμή χαρακτηριστικού του προϊόντος

t = ιδανική τιμή του πελάτη t.

$$u(t,s) = R - (t-s)^2 \quad (\text{όταν } p=0)$$

Αν λάβουμε υπόψη κ' την τιμή πώλησης p

$$u(t,s) = R - p - (t-s)^2$$

Μοντέλο 1 (μονοπώλιο) : 1 εταιρεία θα τοποθετήσει ένα κατάστημα στη θέση s, κ' θα θέσει τιμή p

$s=?$, $p=?$ για max profit ?

Μοντέλο 2 (δυοπώλιο)
μοντέλο Hotelling (1929)

2 εταιρείες θα τοποθετήσουν 1 προϊόν η καθε μια στις θέσεις s_1, s_2 σε τιμές p_1, p_2 χωρίς πληροφόρηση μεταξύ τους

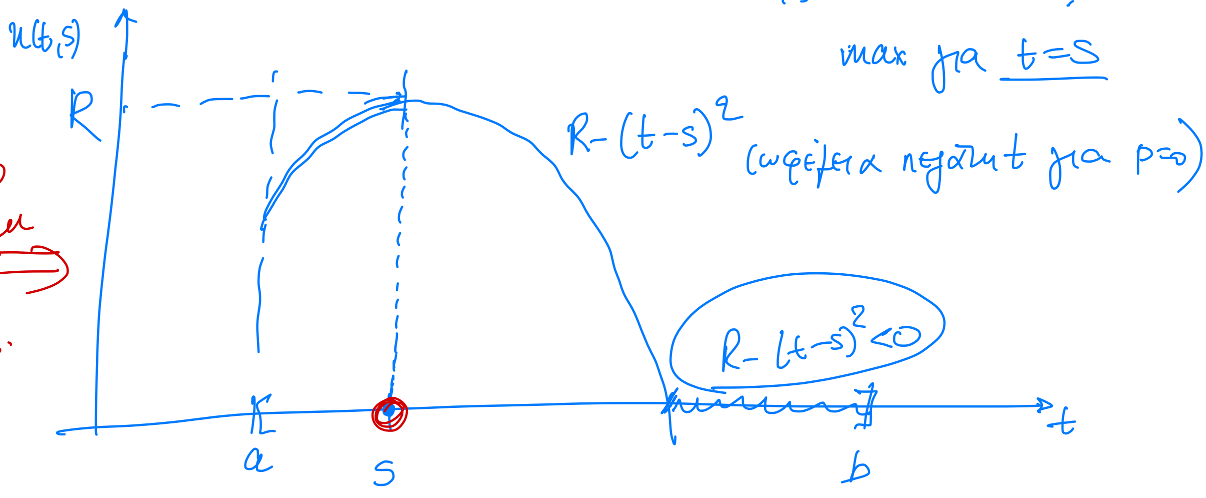
αναζητούμε σημεία στρατηγικής ισορροπίας

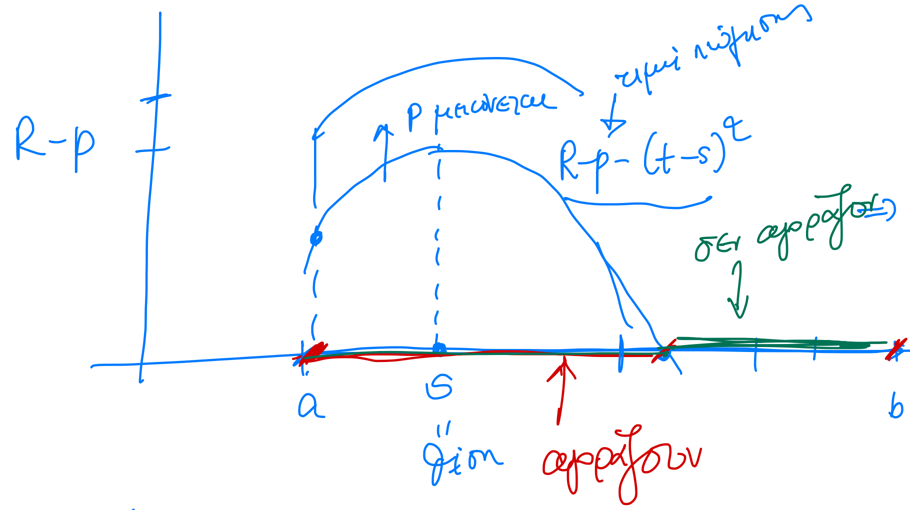
① Μονοπώλιο

$u(t,s) = R-(t-s)^2$

max για $\underline{t=s}$

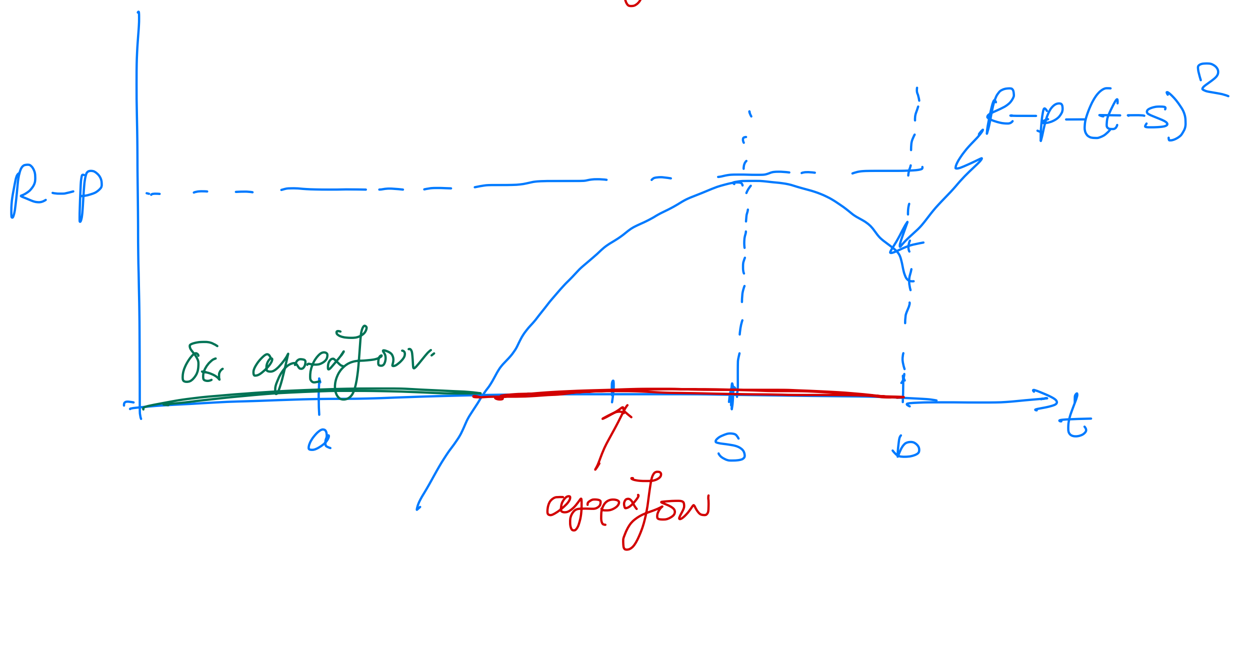
δεν είναι εφικτό να καλυφθεί αφού η αγορά για όλα τα s.





αν δεν αγοράσει η ωφέλεια μηδέν =0.

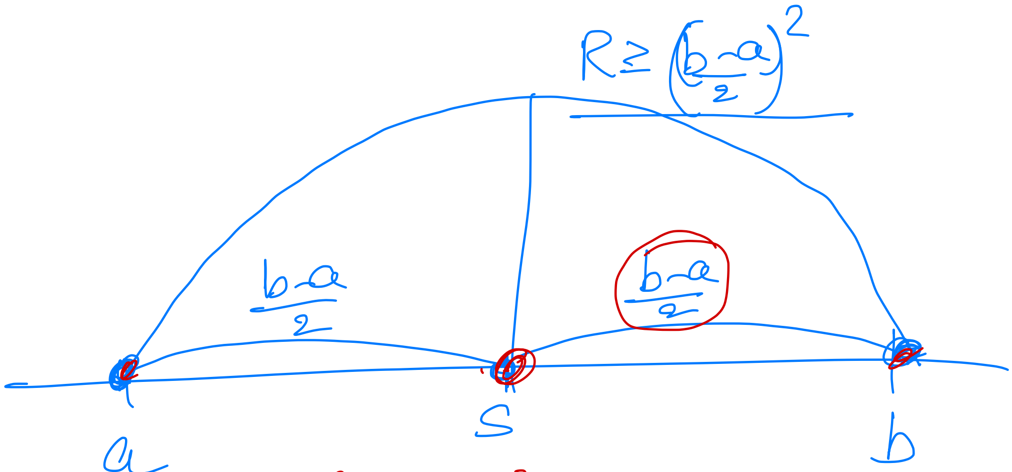
θα αγοράσει μόνο αν $R-p-(t-s)^2 \geq 0$

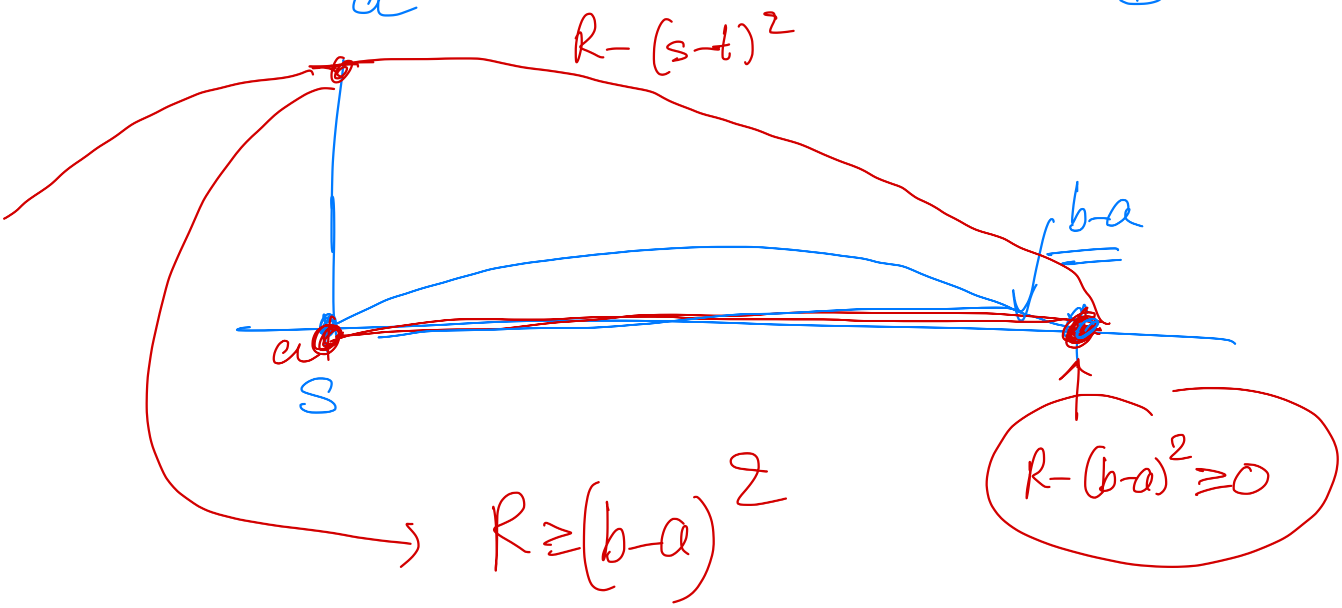


Επιπλέον υπόθεση: ① Ο παραγωγός θέλει να καλύψει όλη την αγορά

② Είναι εφικτό να καλύψει όλη την αγορά, σε όποιο σημείο s και αν τοποθετείται το κατάστημα.

Υπόθεση 2: Θα πρέπει για το "χειρότερο δυνατό" s και για $p=0$ να μπορεί να καλυφθεί όλη η αγορά

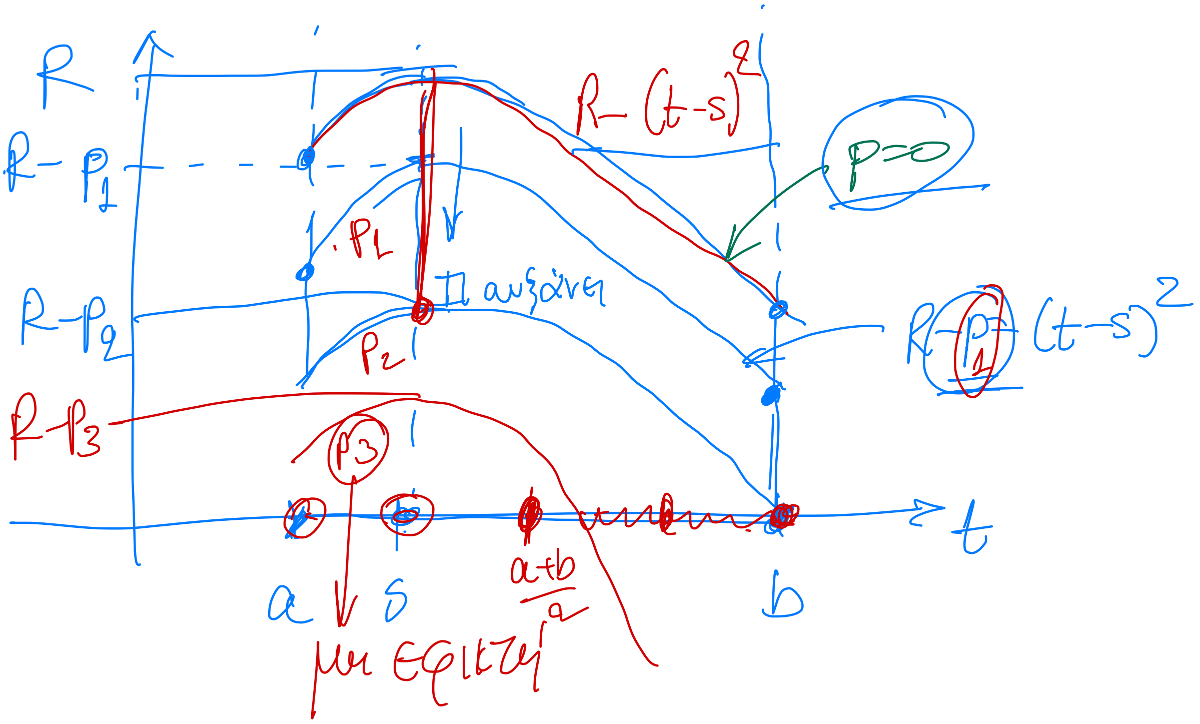




Η υπόθεση 2 ικανοποιείται αν $\boxed{R \geq (b-a)^2}$

Υπόθεση 2

<u>Βήμα 1</u> Αν το προϊόν τοποθετηθεί στη θέση s ποια είναι η <u>βέλτιστη</u> τιμή που καλύπτει όλη την αγορά?



Αν $s < \frac{a+b}{2}$ $\Rightarrow$ ο πιο απομακρ. $\underline{t=b}$

$s > \frac{a+b}{2}$ $\Rightarrow$ " " " $t=a$

(a) Αν $s<\frac{a+b}{2}$ θα πρέπει για $t=b$

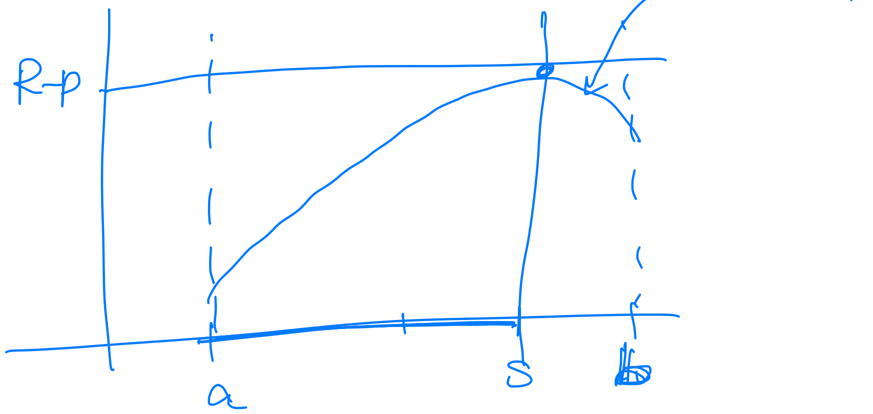
$$R-p-(b-s)^2 \geq 0 \Rightarrow p \leq R-(b-s)^2$$

$$\Rightarrow \underline{p^*(s) = R-(b-s)^2}$$

κόστος μονάδος = παρ.

Κέρδος (όλη αγορά) $(b-a)\cdot\left[p^*(s)-c\right] = (b-a)\left[R-(b-s)^2-c\right]$

(β) Αν $s \geq \frac{a+b}{2}$



Ο πιο απομακρ. πελάτης για $t=a$

Θα πρέπει $R-p-(s-a)^2 \geq 0 \Rightarrow p \leq R-(s-a)^2$

$$\Rightarrow p^* = R-(s-a)^2$$

$$\Pi(s) = (b-a)\left[R-(s-a)^2 - c\right] \leftarrow$$

$$\Pi(s) = \begin{cases} (b-a)\left[R-c-(b-s)^2\right] & s \leq \frac{a+b}{2} \\ (b-a)\left[R-c-(s-a)^2\right] & s \geq \frac{a+b}{2} \end{cases}$$

Άσκηση Δείξτε (σχηματικά) ότι

$$s^* = \frac{a+b}{2}$$

Επόμενα 2 μαθήματα
Μαθηματικό
Αίθουσα Α32