

Μαθηματικά της Αγοράς και της Παραγωγής
Μαθηματικά Υποδείγματα Εμπορολογίας (Marketing)

Τελική Εξέταση Νοεμβρίου 2010
Θέμα από τις διαλέξεις 5-6 (Α. Μπουρνέτας)

Μέρος I:

Έστω ότι κατά την εισαγωγή ενός νέου προϊόντος στην αγορά εφαρμόζεται το παρακάτω μοντέλο μηνιαίων πωλήσεων

$$Q_t = a + rN_{t-1}, t = 1, 2, \dots$$

όπου Q_t ο όγκος πωλήσεων κατά το μήνα t , $N_0 = 0$ και $N_t = \sum_{j=1}^t Q_j$ ο συνολικός όγκος πωλήσεων τους πρώτους t μήνες κυκλοφορίας του προϊόντος.

Να αποδείξετε με επαγωγή τους παρακάτω αναλυτικούς τύπους

$$Q_t = a(1+r)^{t-1}, \quad N_t = \frac{(1+r)^t - 1}{r}, \quad t = 1, 2, \dots$$

Μέρος II

Υποθέστε ότι κατά την εισαγωγή ενός προϊόντος στην αγορά εφαρμόζεται το μοντέλο καθαρής καινοτομίας Fourt and Woodlock με συνολικό μέγεθος αγοράς ίσο με $5000 - 10\gamma$ και συντελεστή καινοτομίας $r = \gamma/5000$, όπου γ η τιμή λιανικής ανά μονάδα. Το μοναδιαίο κόστος παραγωγής είναι ίσο με 1.

- (1) Αν $\gamma = 2$ να βρεθεί ο συνολικός όγκος πωλήσεων στις πρώτες 10 περιόδους.
- (2) Να βρεθεί μια έκφραση για το συνολικό κέρδος στις n πρώτες περιόδους. Αν το προϊόν θα διατεθεί στην αγορά για 10 περιόδους συνολικά, ποιά είναι η λιανική τιμή που μεγιστοποιεί το συνολικό κέρδος; (Να περιγραφεί η μέθοδος, χωρίς να γίνουν οι πράξεις).