

**Θεωρία Αναδρομής**  
**Θέματα Εξέτασης**

1 Μαρτίου 2023

Όνομα: \_\_\_\_\_ Αρ. Μητρώου:

Θέμα 1	Θέμα 2	Θέμα 3	Θέμα 4	Θέμα 5	Σύνολο

Απαντήστε σε 4 από τα ακόλουθα 5 θέματα.

1. [2.5 Μονάδες] Εξετάστε αν η γλώσσα:

$$L = \{ \langle M_1, M_2 \rangle \in \{0, 1\}^* \mid L(M_1) \leq_m L(M_2) \}$$

είναι αναδρομικά απαριθμήσιμη.

2. Έστω γλώσσα  $L' \subseteq \{0, 1\}^*$ . Θεωρήστε την ιδιότητα:

$$\mathcal{P} = \{ L \in RE \mid L \cap L' \neq \emptyset \}$$

(α') [1 Μονάδα] Δείξτε ότι αν  $L' \notin RE$  τότε και  $L_{\mathcal{P}} \notin RE$ .

(β') [1.5 Μονάδες] Ισχύει ότι αν  $L' \in RE$  τότε και  $L_{\mathcal{P}} \in RE$ ;

3. Θεωρήστε τη γλώσσα:

$$L = \{ \langle M \rangle \in \{0, 1\}^* \mid \forall w \in \{0, 1\}^* (M(w) \downarrow \Leftrightarrow M(w^R) \downarrow) \}$$

(α') [1.5 Μονάδες] Δείξτε χρησιμοποιώντας το Θεώρημα Αναδρομής ότι δεν είναι αναδρομικά απαριθμήσιμη.

(β') [1 Μονάδα] Ισχύει ότι  $L \in \Pi_2^0$ ;

4. Δείξτε<sup>1</sup> για  $n \geq 2$  τα ακόλουθα:

(α') [1 Μονάδα]  $\Sigma_n^0 = RE^{HP_{n-1}}$

(β') [0.5 Μονάδες]  $\Delta_n^0 = REC^{HP_{n-1}}$

(γ') [1 Μονάδα] Κανένα από τα  $\Pi_n^0$  και  $RE^{HP_{n-1}}$  δεν είναι υποσύνολο του άλλου.

5. Θεωρήστε τη γλώσσα:

$$L_{\{0,1\}^*} = \{ \langle M \rangle \in \{0, 1\}^* \mid L(M) = \{0, 1\}^* \}$$

(α') [1.5 Μονάδες] Είναι  $\Sigma_1^0$ -δύσκολη ως προς τη  $\leq_m$ ;

(β') [1 Μονάδα] Είναι  $\Sigma_1^0$ -πλήρης ως προς τη  $\leq_m$ ;

<sup>1</sup> Στην απιολόγηση θα πρέπει να αναφέρετε τον αριθμό του Θεωρήματος-Πρότασης-Λήμματος-Παρατήρησης-Ορισμού των σημειώσεων που χρησιμοποιείτε.