

## ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΙΙ, 20.7.2007

**Θέμα 1ο:** Έστω  $(X, Y)$  μία διακριτή διδιάστατη τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση πιθανότητας

$$f_{X,Y}(x, y) = \frac{2x + y + 1}{36}, \quad x = 0, 1, 2, \quad y = 0, 1, 2.$$

Να υπολογισθούν:

(α) οι περιθώριες συναρτήσεις πιθανότητας  $f_X(x)$  και  $f_Y(y)$ , η δεσμευμένη συνάρτηση πιθανότητας  $f_{Y|X}(y|x)$  και η καμπύλη παλινδρόμησης  $y = m_{Y|X}(x)$  και

(β) η συνδιακύμανση  $C(X, Y)$  και ο συντελεστής συσχέτισης  $\rho(X, Y)$ .

**Θέμα 2ο:** (α) Αν  $X$  και  $Y$  είναι ανεξάρτητες συνεχείς τυχαίες μεταβλητές και κάθε μία κατανέμεται ομοιόμορφα στο διάστημα  $[0, 1]$ , να προσδιορισθεί η συνάρτηση πυκνότητας της διαφοράς  $W = X - Y$ .

(β) Αν  $X$  και  $Y$  είναι ανεξάρτητες συνεχείς τυχαίες μεταβλητές με συναρτήσεις πυκνότητας

$$f_X(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{1-x^2}}, \quad -1 < x < 1,$$

και

$$f_Y(y) = ye^{-y^2/2}, \quad 0 < y < \infty,$$

να προσδιορισθεί η συνάρτηση πυκνότητας του γινομένου  $Z = XY$ .

**Θέμα 3ο:** Έστω ότι το σφάλμα  $X$  από τη στρογγύλευση ενός πραγματικού αριθμού προς τον πλησιέστερό του ακέραιο ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα  $(-1/2, 1/2)$ . Να υπολογισθούν:

(α) η πιθανότητα το σφάλμα του αθροίσματος 108 στρογγυλεμένων αριθμών να είναι κατ' απόλυτη τιμή μικρότερο του 6 και

(β) το πλήθος  $n$  των στρογγυλεμένων αριθμών έτσι ώστε με πιθανότητα τουλάχιστο 0,95 το σφάλμα του αθροίσματος αυτών να είναι κατ' απόλυτη τιμή μικρότερο του 9.

[Δίνονται  $\Phi(1,96) = 0,9750$ ,  $\Phi(2) = 0,9773$ ]

**ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2 ώρες. ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**