

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΙΙ. ΕΑΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2012-2013

ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Σε αυτό το μάθημα, όλες τις έννοιες που συναντήσαμε στις Πιθανότητες I (μέτρα πιθανότητας, τυχαίες μεταβλητές, μέση τιμή, ανεξαρτησία, σύγκλιση τυχαίων μεταβλητών, ...) θα τις τοποθετήσουμε σε αυστηρή βάση. Παράλληλα, θα αναπτύξουμε εργαλεία για την απόδειξη οριακών θεωρημάτων, και θα αποδείξουμε τα δύο πιο αντιπροσωπευτικά τέτοια θεωρήματα των πιθανοτήτων, δηλαδή το νόμο των μεγάλων αριθμών και το κεντρικό οριακό θεώρημα. Αν ο χρόνος το επιτρέψει, θα δούμε και κάποια από τα εξής θέματα:

- Στοιχεία μεγάλων αποκλίσεων (Θεώρημα Cramer).
- Νόμος επαναλαμβανόμενου λογαρίθμου.
- Δεσμευμένη μέση τιμή και martingales.

Προαπαιτούμενα: Βασικές γνώσεις από Πιθανότητες I, Απειροστικό I, II, III. Μαθηματική ωριμότητα.

Τμήμα της ύλης του μαθήματος καλύπτεται με περισσότερη λεπτομέρεια στα μαθήματα Ανάλυση Fourier και Ολοκλήρωμα Lebesgue, Θεωρία μέτρου. Αυτά δεν είναι προαπαιτούμενα.

ΣΥΓΓΡΑΜΜΑ

Probability Essentials. J. Jacod-P. Protter. Δεύτερη έκδοση, 2004.

Από αυτό, θα καλύψουμε τα κεφάλαια 1-21. Τα περιεχόμενα του βιβλίου είναι ως εξής.

1. Introduction.	1
2. Axioms of Probability.	7
3. Conditional Probability and Independence.	15
4. Probabilities on a Finite or Countable Space.	21
5. Random Variables on a Countable Space.	27
6. Construction of a Probability Measure.	35
7. Construction of a Probability Measure on \mathbb{R} .	39
8. Random Variables.	47
9. Integration with Respect to a Probability Measure.	51
10. Independent Random Variables.	65
11. Probability Distributions on \mathbb{R} .	77
12. Probability Distributions on \mathbb{R}^n .	87
13. Characteristic Functions.	103
14. Properties of Characteristic Functions.	111
15. Sums of Independent Random Variables.	117
16. Gaussian Random Variables (The Normal and the Multivariate Normal Distributions).	125
17. Convergence of Random Variables.	141
18. Weak Convergence.	151
19. Weak Convergence and Characteristic Functions.	167
20. The Laws of Large Numbers.	173
21. The Central Limit Theorem.	181
22. L^2 and Hilbert Spaces.	189
23. Conditional Expectation.	197
24. Martingales.	211
25. Supermartingales and Submartingales.	219
26. Martingale Inequalities.	223

27. Martingale Convergence Theorems.	229
28. The Radon-Nikodym Theorem.	243
References.	249
Index.	251

Η σελίδα του βιβλίου στον Springer είναι η εξής

<http://www.springer.com/mathematics/probability/book/978-3-540-43871-7>

ΆΛΛΑ ΣΥΓΓΡΑΜΜΑΤΑ

Στα αγγλικά.

- (1) M. Capinski, E. Kopp. Measure, Integral and Probability.
- (2) J. Rosenthal. First Look at Rigorous Probability Theory.
- (3) S. Resnick. A Probability Path.
- (4) D. Williams. Probability with martingales.
- (5) R. Durrett. Probability. Theory and examples.

Τα πιο πάνω αναγράφονται με αύξοντα βαθμό δυσκολίας. Τα (4), (5) είναι μεταπτυχιακού επιπέδου, κλασικά βιβλία. Το (5) έχει ωραίες και δύσκολες ασκήσεις. Το δικό μας σύγγραμμα είναι στο επίπεδο του (2).

Στα ελληνικά. Υπάρχουν μόνο τα εξής δύο βιβλία.

- (6) Σ. Καλπαζίδου. Στοιχεία μετροθεωρίας πιθανοτήτων.
- (7) Ν. Παπαδάτος. Θεωρία Πιθανοτήτων.

Το (6) είναι συνοπτικό, και επικεντρώνεται σε θέματα θεμελίωσης περισσότερο παρά σε πιθανοθεωρητικές εφαρμογές. Το (7) είναι μεταπτυχιακού επιπέδου ως προς το περιεχόμενο, αλλά πολύ αναλυτικό, γραμμένο με ύφος εισαγωγικού προπτυχιακού βιβλίου. Διατίθεται μόνο από τον συγγραφέα, δεν κυκλοφορεί στο εμπόριο.