

Παραδείγματα συνεχών παιχνιδιών όπου να χρησιμοποιείται το Β' Μέρος του Θεωρήματος Friedman, δηλαδή όπου το σημείο συντονισμού να μην προκύπτει μέσω καθαρών στρατηγικών, δε βρήκα σε πρώτη αναζήτηση. Ο Gibbons, εκτός από το δυοπώλιο του Cournot, δίνει ακόμη δύο παραδείγματα συνεχών παιχνιδιών, τα οποία όμως υπάγονται στην περίπτωση Α' του Θεωρήματος Friedman (Παραδείγματα 2.3D και 2.3E)—αν δεν έχετε το βιβλίο αυτό, μπορείτε να το κατεβάσετε από το διαδίκτυο (φαντάζομαι ότι γνωρίζετε πού να το βρείτε).

Επομένως, εδώ θα περιοριστώ σε ένα ακόμη παράδειγμα δ.π.π., όπου εφαρμόζω το Β' Μέρος του Θ. Friedman. Βεβαιωθείτε ότι ξέρετε πώς να λύσετε κάθε μία από τις ερωτήσεις που ακολουθούν.

Έστω λοιπόν το δ.π.π. όπου ο Ι αποφασίζει «π» ή «κ» και ο ΙΙ αποφασίζει «α» ή «δ», με πληρωμές

	α	δ
π	(1,3)	(2,2)
κ	(2,2)	(4,2)

Τσεκάρουμε ότι τα (κ,α) και (κ,δ) αποτελούν ΣΣΙ. Να τσεκάρετε επίσης ότι (με τη συνήθη ερμηνεία των x και y ως πιθανοτήτων να παιχτεί η πρώτη γραμμή και η πρώτη στήλη) κάθε ζεύγος (x, y) με $x = 0, y$ οτιδήποτε, αποτελεί επίσης ΣΣΙ. [Υπόδ. Να χρησιμοποιήσετε ανταποκρίσεις βέλτιστης απάντησης].

Ας πούμε τώρα ότι ο ΙΙ θέλει να ανεβάσει την πληρωμή του πάνω από το 2, στο οποίο τον καταδικάζουν τα ΣΣΙ του στατικού (one shot) παιχνιδιού, στο άπειρα επαναλαμβανόμενο παιχνίδι. Βρείτε ποιες πληρωμές μπορεί να πετύχει σε ΣΣΙ του άπειρα επαναλαμβανόμενου παιχνιδιού μέσω στρατηγικών τύπου σκανδάλης του Friedman, χρησιμοποιώντας ως σημείο τιμωρίας την πληρωμή κάθε ενός από τα ΣΣΙ του στατικού παιχνιδιού. Ειδικότερα, για το ΣΣΙ $(0, y)$ να βρείτε όλες τις πληρωμές που δεν κυριαρχούνται κατά Pareto τις οποίες μπορούμε να πάρουμε ως ΣΣΙ στο άπειρα επαναλαμβανόμενο παιχνίδι. [Απάντηση: Για το ΣΣΙ $(0, y)$, ο ΙΙ μπορεί να πετύχει κάθε πληρωμή στο διάστημα $(2, (2/3)y + 2)$].

Ας εστιάσουμε τώρα στο σημείο συντονισμού με πληρωμές των παικτών $(5/2, 5/2)$. Μέσω ποιας συσχετισμένης στρατηγικής επιτυγχάνονται οι πληρωμές αυτές; [Απ. Μέσω αυτής που επιλέγει με πιθανότητα $(1/2)$ την (π, α) και με πιθανότητα $(1/2)$ την (κ, δ)].

Θέλουμε τώρα να υπολογίσουμε το δ από το οποίο και πάνω οι στρατηγικές τύπου σκανδάλης του Friedman θα δώσουν ΣΣΙ στο άπειρα επαναλαμβανόμενο παιχνίδι με σημείο συντονισμού το $(c^I, c^{II}) = (5/2, 5/2)$ και σημείο τιμωρίας που να προκύπτει από το ΣΣΙ $(0,1)$ του στατικού παιχνιδιού.

[Απ. Το ΣΣΙ (0,1) θα δώσει σημείο τιμωρίας με πληρωμές των παικτών (2,2). Επίσης είναι $L^I = 4, L^{II} = 3, l^I = 1, l^{II} = 2$. Άρα $\delta_0^I = \frac{4-1}{4-1+5/2-2} = \frac{3}{7/2} = \frac{6}{7}$ και

$\delta_0^{II} = \frac{3-2}{3-2+5/2-2} = \frac{1}{3/2} = \frac{2}{3}$. Επομένως, $\delta_0 = 6/7$].